

混合量子-经典算法的配电网灾后拓扑重构方法

付伟¹, 谢海鹏¹, 王鹤峰², 陈晨¹, 别朝红¹

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学物理学院, 710049, 西安)

摘要: 为及时有效地制定配电网拓扑重构策略以提升负荷快速恢复能力, 基于量子计算的优越性, 提出混合量子-经典(HQC)算法的弹性配电网灾后拓扑重构方法。首先, 构建基于 HQC 算法的灾后配电网拓扑重构模型, 以实现实际场景、优化问题、嵌入算法相应模块在量子计算和经典计算环境下的协作交互过程。然后, 将配电网拓扑重构问题构造为无约束离散优化子问题和有约束连续优化子问题, 提出量子退火嵌入式交替方向乘子(QA-ADMM)算法, 将离散子问题等效映射成量子可解释的伊辛模型后, 部署在 D-Wave 量子退火计算机中, 并与经典计算机中连续子问题迭代求解, 采用自适应惩罚因子调节机制加速算法收敛。最后, 通过 IEEE 14、33、69、123 以及改进的 205 节点的不同规模配电系统, 分析验证了 QA-ADMM 算法的有效性、稳定性与可扩展性。结果表明, 惩罚因子、目标函数惩罚项系数、量子退火中采样读取次数会影响所提算法的精度和收敛速度; 优化问题规模扩大后, 所提混合量子-经典算法计算优势更加明显, 205 节点配电系统算例下, 计算效率较经典计算可提升约 34%。

关键词: 弹性配电网; 拓扑重构; 混合量子-经典算法; 量子计算; 量子退火

中图分类号: TM72 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202501001 **文章编号:** 0253-987X(2025)01-0001-16

Post-Disaster Topological Reconfiguration Approach for Distribution Networks Using Hybrid Quantum-Classical Algorithm

FU Wei¹, XIE Haipeng¹, WANG Hefeng², CHEN Chen¹, BIE Zhaohong¹

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To promptly and effectively devise topological reconfiguration strategies for distribution networks to boost rapid load recovery capabilities, an elastic post-disaster topological reconfiguration method for distribution networks using a hybrid quantum-classical (HQC) algorithm is introduced, with a specific focus on the advantages of quantum computing. Firstly, a post-disaster topology reconfiguration model for distribution network based on HQC algorithm is established to facilitate interactive processes among real-world scenarios, optimization problems, and embedded algorithm modules in both quantum and classical computing environments. Then, the topological reconfiguration problem for distribution networks is structured into discrete unconstrained optimization sub-problems and continuous constrained optimization sub-problems. A quantum annealing-embedded alternating direction method of multipliers (QA-ADMM)

收稿日期: 2024-05-17。 作者简介: 付伟(1999—), 男, 博士生; 谢海鹏(通信作者), 男, 副教授, 博士生导师。

基金

项目: 国家自然科学基金资助项目(52307134); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(xzy022024069)。

网络出版时间: 2024-08-30

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.t.20240829.1610.004>

algorithm is proposed, which maps discrete sub-problems into quantum-interpretable Ising models. This algorithm is implemented on the D-Wave quantum annealing computer and iteratively solved on classical computers for continuous sub-problems. An adaptive penalty factor adjustment mechanism is utilized to hasten algorithm convergence. Through analyses of various distribution systems, including IEEE 14, 33, 69, 123 and an enhanced 205-node distribution system, the effectiveness, stability, and scalability of the QA-ADMM algorithm are validated. The findings suggest that penalty factors, penalty term coefficients, and quantum annealing sampling read times influence the accuracy and convergence speed of the algorithm. The computational benefits of the hybrid quantum-classical algorithm become more pronounced with larger optimization problem scales. In the case of a 205-node distribution system, computational efficiency using the hybrid approach can be boosted by around 34% compared to classical computing.

Keywords: resilient distribution network; topology reconfiguration; hybrid quantum-classical algorithm; quantum computing; quantum annealing

近年来,极端自然灾害和人为袭击给电力系统安全稳定运行带来严重威胁和巨大挑战,大停电事故频繁发生,提升配电系统灾后恢复能力重要性愈加凸显^[1-3]。配电网灾后重构是负荷恢复过程中承上启下的重要阶段,及时有效地制定拓扑重构策略有利于减小停电损失,实现快速恢复^[4]。

配电网重构面临全局最优性和计算高效性两大难题的挑战^[5]。在全局最优性方面,配电网重构属于组合优化问题,其多峰性(可能存在多局部最优解)、非线性(潮流约束等)使得优化问题解的最优性难以得到保证。在计算高效性方面,重构问题的复杂度随问题规模呈指数增长,在计算资源有限条件下,难以在有限时间内完成有效求解。面对这两大挑战,当前常用的求解算法包括启发式方法^[6]、数学规划算法^[7],人工智能算法^[8]、线性化近似优化法^[9]等。随着对大规模、高精度建模的需求逐步提升,传统方法将可能面临无法在规定时间内提供有效解的困难。因此,需要高精度、高效率的新型计算范式为配电网灾后重构问题提供强有力的算力支撑^[10]。

传统计算架构和计算能力的局限性推动了量子计算的诞生和发展。量子计算作为一种突破传统计算极限的革命性技术,是以量子力学为基础,调控量子信息单元进行计算的新型计算模式^[11]。其核心优势在于信息表征和高速并行计算能力,在特定经典计算方法求解困难的问题上可实现指数级加速^[12],优势明显,前景广阔。2020年,习近平总书记在中共中央政治局就量子科技举行的第二十四次集体学习中指出,加快发展量子科技,对促进高质量发展、保障国家安全非常重要,并于2021年在两院

院士大会发表重要讲话,数次提及量子,强调未来要瞄准量子信息等前沿领域。目前,量子计算已在化学^[13]、金融^[14]、通信^[15]、电力系统^[16-18]等领域延伸出一系列研究。国际上,各国政府、科研机构和私营企业都在积极投入资源,竞相推动量子计算技术的发展和應用。我国也在积极推进量子计算相关研发工作,如中科大潘建伟院士团队成功构建“祖冲之二号”和“九章二号”量子计算机。

目前,量子计算研究中主要为基于门电路的计算方法和基于量子退火的方法。基于门电路的方法强调量子比特的叠加性、纠缠性和量子门操作,典型的为 IBM Quantum 量子计算机,根据 IBM 的发展路径规划,拥有 4000+量子比特的模块化集群处理器预计在 2025 年完成研制^[19]。基于量子退火的方法,利用绝热量子演化原理,实现二次无约束二值优化问题(QUBO)的求解,典型的为 D-Wave 专用量子计算机,其以量子退火算法为基本原理,利用可编程的超导量子位阵列来编码和操纵优化问题,已在金融优化^[14]、网络安全^[20]、交通管理^[21]等领域开发应用,且测试性能良好。考虑到硬件和算法的限制,目前基于门电路的量子计算仍面临诸多挑战:量子比特数目有限、量子比特的误差率、逻辑门操作的稳定性以及错误校正的复杂性等。因此,较多实际问题的研究以 D-Wave 量子退火计算机作为计算工具,例如 2020 年推出的 Advantage 量子退火机,拥有超过 5 000 个的量子比特,采用高度连接的 Pegasus 拓扑结构,在商业量子系统中性能出色,并且在电力系统网络划分^[22]、最优潮流^[23]等问题中已有应用。

当今正处于中等规模有噪声量子(NISQ)的量

子环境时代,面对硬件系统成熟度及计算资源的限制,提出了混合量子-经典计算(HQC)框架。其思想为在实际应用中巧妙结合量子计算和经典计算的资源优势,将大规模问题分解为可独立处理的小问题,克服各自限制,实现高效计算^[24]。变分量子算法和量子近似优化算法是应用 HQC 思想的算法,被广泛研究应用。文献[25]运用变分量子算法解决电力系统潮流计算问题;文献[26]在机组组合问题中应用量子近似优化算法,将混合整数优化问题转化为对变分参数的连续优化问题。

上述研究属于 HQC 算法在实际问题中的直接应用,此外国内外学者在 HQC 框架下,面向实际具体问题开展定制化研究,涉及问题分解、算法嵌入、融合经典算法等过程。文献[27]利用交替方向乘子法(ADMM)构建分布式大规模机组组合问题,利用量子近似优化算法求解子问题并在 IBM Q 量子计算机上验证。文献[28]设计出基于量子近似优化算法和代理拉格朗日松弛法协同交互的求解算法来应对机组组合问题。在机组组合问题中,文献[29]利用 HQC 框架思想,在 Benders 分解迭代过程中生成 Benders 割的选择策略。混合量子经典 Benders 分解算法,将含离散变量的 NP-Hard 主问题转化为 QUBO 问题,嵌入量子退火机求解,使复杂度降低,且计算性能得到提升^[30-31]。

以上 HQC 算法为解决混合整数规划问题提供了新思路,但配电网灾后拓扑重构问题较上述机组组合问题^[27-28]包含的整型变量更多、约束种类更丰富。

量子退火算法在搜索此类组合优化问题的全局最优解上更具优势,再考虑到问题规模和可用量子计算资源相匹配的问题,因此本文提出了一种量子退火算法嵌入的混合量子经典量子算法来快速求解配电网灾后拓扑重构问题。首先,提出基于 HQC 算法的灾后配电网拓扑重构框架,构建配电网灾后拓扑重构模型,并抽象化得到其紧凑形式。其次,提出计入自适应惩罚因子的量子退火嵌入式 ADMM 算法(QA-ADMM),使子问题在量子环境和经典环境下交替求解。最后,通过 D-Wave LeapTM云平台,基于 IEEE 14、33、69、123 节点及改进的 205 节点系统进行验证和测试。

1 基于 HQC 的灾后配电网重构框架

如图 1 所示,因自然灾害导致的故障信息通过测量装置、人工反馈等方式被收集,并传达给配电网调度中心,在掌握故障信息后,调度中心综合权衡失负荷损失和开关动作成本两因素,对自动开关设备下达控制指令,在满足拓扑约束和运行约束的情况下,协调配网灵活性资源,制定具体的灾后拓扑重构策略,最大限度恢复用户负荷。问题抽象化中 $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ 和 $\mathcal{L}(\mathbf{y})$ 分别代表开关动作成本及失负荷损失成本函数, $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ 和 $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ 分别表示离散变量和连续变量; $\mathcal{G}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 表示原问题中含离散变量的等式约束, $\mathcal{G}$ 为离散变量的系数矩阵; $\mathcal{J}(\mathbf{y}) \leq 0$ 表示原问题中含连续变量的等式或不等式约束; $\mathcal{R}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$ 表示原问题中同时包括离散变量和连续变量的不等式约束; QPU 为 Advantage 量子处理器。

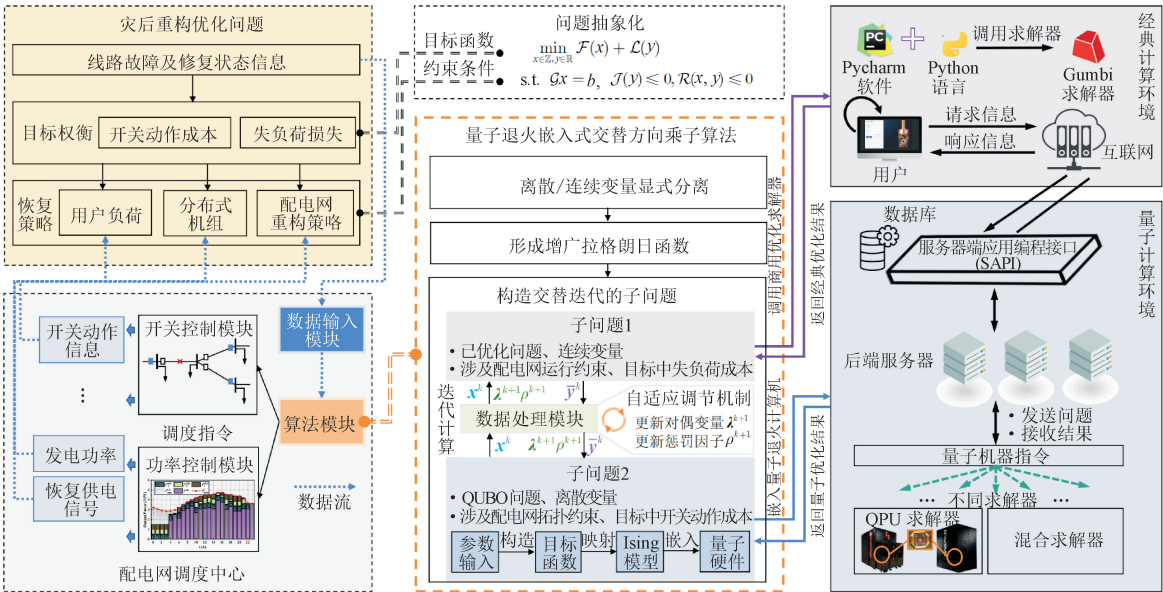


图 1 基于 HQC 算法的灾后配电网拓扑重构架构

Fig. 1 Post-disaster topology reconfiguration framework for distribution network based on HQC algorithm

为了充分利用量子计算在整数规划问题上的计算效率优势,采用标准 ADMM 算法将配电网灾后重构问题分解为两个子问题,以显式分离离散/连续变量:子问题 1 主要由配电网运行等连续变量构成,涉及配电网运行约束,目标函数为失负荷成本;子问题 2 由配电网灾后重构的整数变量构成,包含辐射性拓扑约束,目标函数为开关动作成本。将凸优化子问题 1 在经典环境中直接进行优化求解,而将含离散变量的子问题 2 在量子计算环境中高效求解。子问题 1 向子问题 2 通过数据处理模块传递第 k 次迭代连续变量结果 $\bar{\mathbf{y}}^k$,子问题 2 借助量子退火计算机求解出第 k 次迭代离散变量结果 $\mathbf{x}^k$,传递至数据处理模块并判断是否达到收敛条件,按照提出的自适应调节机制更新对偶变量 λ^{k+1} 和惩罚因子 ρ^{k+1} ,经过迭代计算后输出满足收敛条件的最优解。

针对经典环境下的优化问题,可直接调用成熟的 Gurobi/Cplex 商业求解器得到最优解。针对量子环境下的优化问题,需要将子问题 2 重构为可部署嵌入在量子计算机上的模式,涉及构造目标函数、映射成伊辛(Ising)模型、嵌入量子硬件等主要步骤。量子计算环境下,用户借助 Web 用户界面、服务器端应用编程接口(SAPI),实现与 D-Wave 量子计算机进行通信交互。SAPI 组件负责通过互联网处理用户交互请求和响应,包括用户认证和工作调度。后端服务器连接到 SAPI,向位于不同地区(如北美或欧洲)的 D-Wave 量子计算机或其他量子处理器发送问题并接收结果。不同求解器接收量子机器指令不同,D-Wave 混合求解器可解决以二元二次模型(BQM)、含约束的二次模型(CQM)和离散二次模型(DQM)格式描述的问题^[32]。

2 配电网灾后重构模型

2.1 目标函数

为达到灾后快速恢复的效果,调控中心通常以灾损最小化为目标。本节构建考虑配电网拓扑重构与分布式电源孤岛运行的灾后恢复模型,以失负荷损失及开关动作成本最小为目标函数

$$\min \sum_{i \in \mathcal{B}} C_i^{\text{LS}} \omega_i^{\text{LS}} P_{i,t}^{\text{LS}} + \sum_{l \in \mathcal{E}} \omega_l^{\text{C}} q_{l,t}^{\text{C}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} q_{l,t}^{\text{C}} &= |q_{l,t} - q_{l,t-1}| \Rightarrow q_{l,t}^{\text{C}} = q_{l,t} + \\ & q_{l,t-1} - 2q_{l,t}q_{l,t-1}, \quad l \in \mathcal{E} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: C_i^{LS} 和 ω_i^{LS} 分别为节点 i 单位切负荷损失和负荷重要度; $P_{i,t}^{\text{LS}}$ 为节点 i 的有功失负荷; $\mathcal{B}$ 为在本表节点集合; ω_l^{C} 为线路 l 开关动作成本; q_l^{C} 表示线路 l 开

关状态 0/1 变量,1 表示开关状态变化,0 表示未变化; $\mathcal{E}$ 表示配电系统所有线路的集合。

2.2 配电网拓扑约束

灾害可导致配电网馈线故障,并被分割为多个区域,配电网可借助各线路故障隔离分段开关及联络线开关进行网络重构,恢复供电,或考虑分布式电源形成孤岛,独立运行。为保证配电网的辐射状拓扑结构,具体约束如下

$$\hat{q}_l = 0, \quad l \in \mathcal{E}_f \quad (3)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{U}(i)} F_{l,t} - \sum_{l \in \mathcal{D}(i)} F_{l,t} = 1, \quad i \in \mathcal{B} \setminus \mathcal{R}_0 \quad (4)$$

$$1 - M\gamma_{i,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{U}(i)} F_{l,t} - \sum_{l \in \mathcal{D}(i)} F_{l,t} \leq 1 + M\gamma_{i,t}, \quad i \in \mathcal{R}_0 \quad (5)$$

$$-Mq_{l,t} \leq F_{l,t} \leq Mq_{l,t}, \quad l \in \mathcal{E} \quad (6)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{E}} q_{l,t} = |\mathcal{B}| - \sum_{i \in \mathcal{R}_0} \gamma_{i,t} \quad (7)$$

式中: $\hat{q}_l$ 表示当故障发生且故障定位已知时的线路 l 运行状态; q_l 代表配电网重构后线路 l 的运行状态; $\mathcal{E}$ 、 $\mathcal{E}_f$ 分别表示系统所有线路、故障线路集合; $F_{l,t}$ 表示线路 l 流过的虚拟功率流; $\mathcal{B}$ 和 $\mathcal{R}_0$ 代表节点、潜在根节点集合, $\mathcal{B} \setminus \mathcal{R}_0$ 代表不包含 $\mathcal{R}_0$ 集合; M 为较大的常数; $\mathcal{D}(i)$ 和 $\mathcal{U}(i)$ 分别表示以 i 为始/末节点的线路集合; $\gamma_{i,t}$ 用来划分孤岛, $\gamma_{i,t} = 1$ 代表第 i 个潜在根节点成为子图的根节点, $\gamma_{i,t} = 0$ 则不是根节点。

式(4)表示除了潜在根节点以外的系统节点都具有 1 单位的虚拟负荷。式(5)能够保证下述两种情况能满足子图内其他节点的虚拟负荷:①若潜在根节点 i 在优化后没有被选为根节点时,满足式(4)的约束形式;②若被优化为根节点时,该节点具备虚拟电源。式(6)限制了线路 l 虚拟功率和运行状态之间的关系,式(7)表示线路闭合数量与节点数的关系。

2.3 配电网运行约束

配电网运行约束由潮流约束、节点电压约束、失负荷约束、电源及线路安全运行约束组成,具体约束数学模型表达如下。

2.3.1 潮流约束

节点注入有功及无功功率平衡约束为

$$P_{i,t}^{\text{G}} - (P_{i,t}^{\text{L}} - P_{i,t}^{\text{LS}}) = \sum_{l \in \mathcal{D}(i)} P_{l,t} - \sum_{l \in \mathcal{U}(i)} P_{l,t}, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (8)$$

$$Q_{i,t}^{\text{G}} - (Q_{i,t}^{\text{L}} - Q_{i,t}^{\text{LS}}) = \sum_{l \in \mathcal{D}(i)} Q_{l,t} - \sum_{l \in \mathcal{U}(i)} Q_{l,t}, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (9)$$

式中: $P_{i,t}^{\text{G}}$ 和 $Q_{i,t}^{\text{G}}$ 分别为 t 时刻节点 i 电源注入有功和无功功率; $P_{i,t}^{\text{L}}$ 和 $P_{i,t}^{\text{LS}}$ 为 t 时刻节点 i 初始负荷和失负

荷; $P_{l,t}$ 和 $Q_{l,t}$ 表示线路 l 在 t 时刻有功和无功功率。

本文通过线性化 Distflow 模型处理辐射状配电网节点电压和支路功率之间的关系

$$-(1 - q_{l,t})M \leq U_{i,t} - U_{j,t} - (r_l P_{l,t} + x_l Q_{l,t})/U_0 \leq (1 - q_{l,t})M, \quad \forall l \in \epsilon \quad (10)$$

式中: r_l 和 x_l 分别表示线路 l 的电阻和电抗; $U_{i,t}$ 为节点 i 在 t 时刻的电压; U_0 为额定电压。

2.3.2 安全约束

在配电网灾后重构恢复过程中,节点电压应在安全范围内,约束表达如下

$$V_i^{\min} \leq U_{i,t} \leq V_i^{\max}, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (11)$$

节点失负荷可表示为

$$0 \leq P_{i,t}^{\text{LS}} \leq P_{i,t}^{\text{L}}; 0 \leq Q_{i,t}^{\text{LS}} \leq Q_{i,t}^{\text{L}}, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (12)$$

电源安全约束可表达为

$$P_{i,\min}^G \leq P_{i,t}^G \leq P_{i,\max}^G, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (13)$$

$$Q_{i,\min}^G \leq Q_{i,t}^G \leq Q_{i,\max}^G, \quad \forall i \in \mathcal{B} \quad (14)$$

式中: $V_i^{\max}$ 和 $V_i^{\min}$ 分别表示节点 i 允许电压幅值上、下限; $P_{i,\min}^G$ 、 $P_{i,\max}^G$ 和 $Q_{i,\min}^G$ 、 $Q_{i,\max}^G$ 分别为节点 i 处电源输出有功功率上、下限和无功功率上、下限。

此外,需要考虑线路传输功率安全约束,在线路断开时功率限制为 0,约束表达式为

$$-S_l^{\max} q_{l,t} \leq P_{l,t} \leq S_l^{\max} q_{l,t}, \quad \forall l \in \epsilon \quad (15)$$

$$-S_l^{\max} q_{l,t} \leq Q_{l,t} \leq S_l^{\max} q_{l,t}, \quad \forall l \in \epsilon \quad (16)$$

式中: $S_l^{\max}$ 为线路 l 的允许的最大传输容量; $q_{l,t}$ 需要满足配电网拓扑约束。

3 混合量子-经典算法

对配电网灾后重构模型抽象化处理,并根据其紧凑模式构建了量子退火嵌入式 ADMM 算法,此混合量子-经典算法利用经典计算和量子计算交替求解的迭代机制,提供了优化问题求解新思路。

3.1 模型抽象化及紧凑形式

将配电网灾后恢复模型抽象为紧凑形式

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} \mathcal{F}(x) + \mathcal{L}(y) \\ \text{s. t. } \mathcal{G}x = b; \mathcal{J}(y) \leq 0; \mathcal{R}(x, y) \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\mathcal{F}(x)$ 和 $\mathcal{L}(y)$ 分别对应式(1)中的开关动作成本及失负荷损失; $x \in \mathcal{X}$ 和 $y \in \mathcal{Y}$ 分别表示离散变量和连续变量集合; $\mathcal{G}x = b$ 表示原问题中含离散变量的等式约束,如式(3)、(7); $\mathcal{J}(y) \leq 0$ 表示原问题中含连续变量的等式或不等式约束,如式(4)、(8)、(9)、(11)~(14); $\mathcal{R}(x, y) \leq 0$ 表示原问题中同时包

括离散变量和连续变量的不等式约束,如式(5)、式(6)、式(10)、式(15)、式(16)。

上述优化问题目标函数中包含连续变量和离散变量,为使问题转化为可在量子计算机上部署的 QUBO 问题,可将约束 $\mathcal{G}x = b$ 作为增广项加入目标函数中,同时引入变量 $z \in \mathbb{R}^n$,将原始问题转化为以下软约束问题形式

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}, z \in \mathbb{R}} \mathcal{F}(x) + \frac{\nu_x}{2} \|\mathcal{G}x - b\|_2^2 + \mathcal{L}(y) \\ \text{s. t. } \mathcal{J}(y) \leq 0; \mathcal{R}(x, y) \leq 0; x = z \end{cases} \quad (18)$$

抽象化模型目标函数包含离散和连续两部分,按照如下定义做进一步变化

$$\begin{cases} \bar{y} = [z^T, y^T]^T; m = n + l \\ f_0(x) = \mathcal{F}(x) + \frac{\nu_x}{2} \|\mathcal{G}x - b\|_2^2 \\ f_1(y) = \mathcal{L}(y) + l_y(\bar{y}) \\ \bar{y} = \{(z \in \mathbb{R}^n, y \in \mathcal{Y}) \mid \mathcal{J}(y) \leq 0, \mathcal{R}(x, y) \leq 0\} \end{cases} \quad (19)$$

式中: $l_y(\bar{y})$ 为指示函数,当 $\bar{y} \in \mathcal{Y}$ 时, $l_y(\bar{y}) = 0$, 否则 $l_y(\bar{y}) \rightarrow \infty$; z 为 n 维变量; y 为 l 维变量。

由此将离散变量和连续变量显式地拆解开来,构造的问题紧凑形式如下

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathbb{R}^m} f_0(x) + f_1(\bar{y}) \\ \text{s. t. } A_0 x + A_1 \bar{y} = 0; A_0 = I_{p \times n} \\ A_1 = \begin{bmatrix} -I_n & M_{n \times l} \\ N_{(p-n) \times n} & 0_{(p-n) \times l} \end{bmatrix}_{p \times m} \end{cases} \quad (20)$$

式中: A_0 为 $p \times n$ 维单位矩阵; A_1 为 $p \times m$ 维矩阵, M 和 N 分别为 $n \times l$ 维和 $(p-n) \times n$ 维矩阵。

3.2 量子退火嵌入式 ADMM 算法构建

3.2.1 量子退火算法与模型映射

量子退火算法基于量子力学的绝热演化过程,利用量子隧穿效应替代模拟退火的搜索过程^[33]。量子退火机是目前最大的量子退火设备,展示了在诸如组合优化等重要领域中解决 QUBO 问题的能力。QUBO 问题可用如下数学表达式描述

$$x = \arg \min_x \sum_{(i,j) \in \epsilon} Q_{ij} x_i x_j + \sum_{i \in V} h_i x_i \quad (21)$$

式中: $x_i \in \{0, 1\}$ 是离散 0/1 决策变量; Q_{ij} , $h_i \in \mathbb{R}$, 分别表示变量 x_i 和 x_j 的耦合权重系数和单变量 x_i 的权重系数; $\epsilon = \{(i, j) \mid i, j \in V, i \neq j\}$ 和 V 分别表示连接边集合和顶点集合。

借助简单的数学变换 $z_i = 2x_i - 1$, QUBO 模型

可以等价映射为横向场伊辛模型

$$\begin{cases} \mathcal{H} = \min \sum_{(i,j) \in \epsilon} L_{ij} \zeta_i \cdot \zeta_j + \sum_{i \in \mathbf{V}} q_i \zeta_i \\ L_{ij} = -\frac{1}{4} Q_{ij}; q_i = -\frac{1}{2} (h_i + \sum_{j \in \mathbf{V}} Q_{ij}) \end{cases} \quad (22)$$

式中: ζ_i 为上旋/下旋变量,在数学上用 ± 1 代表其值;在量子退火机中, q_i 表示偏移量; L_{ij} 表示偏置量;在量子退火计算机中 $\zeta_i \cdot \zeta_j$ 代表 ζ_i 与 ζ_j 间通过耦合器相连接。

随着归一化退火时间 τ 的推移,初始哈密顿量 $\mathcal{H}_0$ 会逐步演化得到问题哈密顿量的基态 $\mathcal{H}_p$,描述量子退火过程的时变哈密顿量 $\mathcal{H}(\tau)$ 为

$$\mathcal{H}(\tau) = A(\tau) \mathcal{H}_0 - B(\tau) \mathcal{H}_p, \tau \in [0, t_a] \quad (23)$$

$$\mathcal{H}_0 = \sum_i \sigma_i^x \quad (24)$$

$$\mathcal{H}_p = \sum_{i,j} L_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z + \sum_i q_i \sigma_i^z \quad (25)$$

其中,时变函数 $A(\tau)$ 不断减小, $B(\tau)$ 不断增大,满足 $A(0)=1, A(t_a)=0, B(0)=0, B(t_a)=1$ 。 σ_i^x 和 σ_i^z 分别表示作用于第 i 个量子比特的 Pauli- x 和 Pauli- z 算子。

对于如下的目标函数

$$\begin{aligned} \min(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2, x_i \in \{0, 1\} \\ \Rightarrow \mathcal{H} = \left(\sum_{i=1}^5 \frac{1+\zeta_i}{2} \right)^2, \zeta_i \in \{-1, 1\} \end{aligned} \quad (26)$$

可将此 5 变量的 QUBO 问题转变成伊辛模型,部署在 D-Wave 量子计算机中。例如, D-Wave 当前最先进的 Advantage 量子处理器,其底层设计为 Pegasus 拓扑结构,从变量到量子比特的映射如图 2 所示。从变量到量子比特的映射过程称为次要嵌入,由于当前量子退火计算机量子比特有限的连接性,需要额外的单个或一系列耦合的量子比特(图 2 中编号 364 和 3706 两个量子比特对应 x_3),以支撑

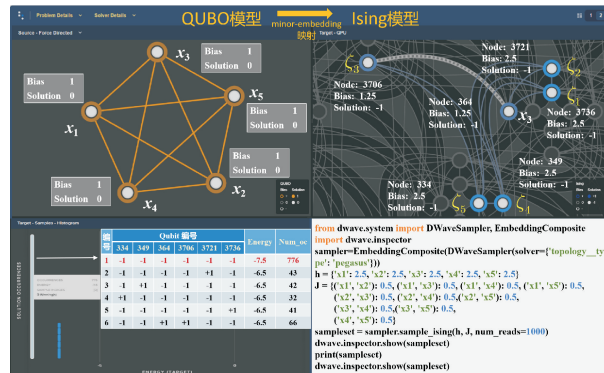


图 2 5 变量 QUBO 问题映射于 Pegasus 图的截屏示意图
Fig. 2 Schematic diagram of the 5-variable QUBO problem embedding on the Pegasus graph

完成伊辛模型到量子可处理等效模型的转化。

一般而言,借助量子系统实现量子退火算法解决组合优化问题的思路如附录 A 中图 A1 所示,通过将优化问题重新构造为目标函数的形式,映射成伊辛模型或其他可以嵌入在量子硬件上的模型,最后完成计算并展开结果分析。

3.2.2 算法构建

(1) 形成增广拉格朗日函数。交替方向乘法被广泛地应用在信号处理^[34]、图像处理^[35]、机器学习^[36]、工程计算^[37]等各个领域中,具有收敛速度快,收敛性能好的优势。式(20)为 ADMM 算法可应用求解的标准形式,原始问题形成的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{y}}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathcal{F}(\mathbf{x}) + f_1(\bar{\mathbf{y}}) + \frac{\nu_x}{2} \|\mathcal{G}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \\ \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}\|_2^2 \end{aligned} \quad (27)$$

(2) 量子退火嵌入式 ADMM 算法流程。

步骤 1 初始化离散决策变量、连续决策变量,惩罚因子及最大迭代次数等 QA-ADMM 算法参数。设置迭代次数 $k=1$ 。

步骤 2 针对第 k 次迭代,求解只包含连续变量的凸子问题并更新迭代后的连续变量

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}^k = \operatorname{argmin}_{\bar{\mathbf{y}}} f_1(\bar{\mathbf{y}}) + (\boldsymbol{\lambda}^{k-1})^T \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}} + \\ \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}_0 \mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}\|_2^2 \end{aligned} \quad (28)$$

步骤 3 针对第 k 次迭代,将形成的增广拉格朗日函数模型中离散部分分离出来,可表示为只包含离散变量的 QUBO 子问题格式,表达式如下

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^k = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \{0,1\}^n} [\mathcal{F}(\mathbf{x}) + \frac{\nu_x}{2} \|\mathcal{G}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2] + \\ (\boldsymbol{\lambda}^{k-1})^T \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}^k\|_2^2 \end{aligned} \quad (29)$$

借助量子退火原理可将原始模型映射成伊辛模型,目标函数 $\mathcal{H}_{\text{obj}}$ 、约束项 $\mathcal{H}_c$ 、惩罚项 $\mathcal{H}_p$ 表达式如下

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{obj}} = \mathcal{F}\left(\frac{1+\zeta}{2}\right) + \frac{\nu_x}{2} \left\| \mathcal{G}\left(\frac{1+\zeta}{2}\right) - \mathbf{b} \right\|_2^2 = \\ \sum_{l \in \epsilon} \omega_l \left[\frac{\zeta_{l,t}^q + 1}{2} (1 - 2q_{l,t-1}) + q_{l,t-1} \right] + \\ \frac{\nu_x}{2} \left(\sum_{l \in \epsilon} \frac{\zeta_{l,t}^q + 1}{2} + \sum_{i \in \mathcal{R}} \frac{\zeta_{i,t}^y + 1}{2} - |\mathcal{B}| \right)^2 + \\ \frac{\nu_x}{2} \sum_{l \in \epsilon_f} \left(\frac{\zeta_{l,t}^q + 1}{2} \right)^2 \quad (30) \\ \mathcal{H}_c = (\boldsymbol{\lambda}^{k-1})^T \mathbf{A}_0 \left(\frac{1+\zeta}{2} \right) = \end{aligned}$$

$$\sum_{l \in \epsilon} \lambda_{l,t}^{q,k-1} A_{0,l,t}^q \frac{1+\zeta_{l,t}^q}{2} + \sum_{i \in \mathcal{R}} \lambda_{i,t}^{y,k-1} A_{0,i,t}^y \frac{1+\zeta_{i,t}^y}{2} \quad (31)$$

$$\mathcal{H}_\rho = \frac{\rho^k}{2} \left\| \mathbf{A}_0 \left(\frac{1+\zeta}{2} \right) + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}^k \right\|_2^2 = \frac{\rho^k}{2} \left[\sum_{i \in \epsilon} (A_{0,i,t}^q \frac{1+\zeta_{i,t}^q}{2} + A_{1,i,t}^q \bar{y}_{i,t}^{q,k})^2 + \sum_{i \in \mathcal{R}} (A_{0,i,t}^\gamma \frac{1+\zeta_{i,t}^\gamma}{2} + A_{1,i,t}^\gamma \bar{y}_{i,t}^{\gamma,k})^2 \right] \quad (32)$$

式中: $\zeta_{i,t}^k$ 为变量 $q_{i,t}$ 对应的上旋 / 下旋状态变量; $\zeta_{i,t}^\gamma$ 为变量 $\gamma_{i,t}$ 对应的上旋/下旋状态变量。

将 QUBO 问题映射到哈密顿模型形式的目标函数 $\mathcal{H}_{\text{obj}}$ 、约束项 $\mathcal{H}_c$ 、惩罚项 $\mathcal{H}_\rho$ 之后,按下式构造问题哈密顿量 $\mathcal{H}_{\text{problem}}$

$$\mathcal{H}_{\text{problem}} = \mathcal{H}_{\text{obj}} + \mathcal{H}_c + \mathcal{H}_\rho \quad (33)$$

进而利用量子退火算法寻找系统的最小能量,求得问题最优解后经 $x_i = (\zeta_i + 1)/2$ 转化可得离散变量优化结果。

步骤 4 按照下式

$$\begin{cases} r^k = \|\mathbf{A}_0 \mathbf{x}^k + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}^k\| \\ s^k = \max \{ \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^{k-1}\|, \|\mathbf{z}^k - \mathbf{z}^{k-1}\| \} \end{cases} \quad (34)$$

计算第 k 次迭代的原始残差 r^k 和对偶残差 s^k 。 r^k 描述了离散问题和连续问题的收敛一致性程度, s^k 描述了第 k 次迭代离散问题或连续问题两次迭代前后的收敛程度。

依据下式

$$r^k \leq \epsilon_{\text{pri}}; s^k \leq \epsilon_{\text{dual}} \quad (35)$$

中的收敛误差阈值 ϵ_{pri} 、 ϵ_{dual} 判断算法是否满足收敛标准,若满足收敛条件,则迭代结束并输出优化结果;反之,执行步骤 5。

步骤 5 按照下式

$$\boldsymbol{\lambda}^{k+1} = \boldsymbol{\lambda}^k + \rho^k (\mathbf{A}_0 \mathbf{x}^k + \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{y}}^k) \quad (36)$$

更新对偶变量。

步骤 6 按照下式

$$\rho^{k+1} = \begin{cases} \rho^k (1 + \lg(r^k/s^k)), & s^k < 0.1 r^k \\ \rho^k / (1 + \lg(s^k/r^k)), & s^k > 10 r^k \\ \rho^k, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (37)$$

的惩罚因子自适应调节机制更新 ρ ,促进 r^k 和 s^k 的同步收敛,随后进行下一轮迭代。

4 仿真结果分析

本文针对配电网灾后拓扑重构问题,利用所提 QA-ADMM 算法完成求解,任务在配置为 Intel Core i7 Processor (3.00 GHz) 16-GB RAM 的计算机上执行。经典计算环境下,通过 Python 编程语言调用 Gurobi 求解器完成求解任务,量子计算环境

下借助 D-Wave Leap™ 云平台连接量子退火计算机进行任务部署、求解、结果返回等过程,以验证 QA-ADMM 算法的可行性。以下通过改进的 IEEE14、IEEE33、IEEE69、IEEE123、205 节点配电系统进行仿真验证,基础数据见文献[38]。

4.1 IEEE 14 节点系统算例分析

设置 l_{1-2} 、 l_{4-5} 、 l_{6-7} 、 l_{11-13} 为灾后初始故障线路,配电网额定电压为 23 kV,线路 l_{4-5} 、 l_{7-10} 、 l_{13-14} 设置有分段开关,正常运行时处于闭合状态, l_{3-9} 、 l_{5-14} 、 l_{8-12} 为联络线且设置有联络开关,灾后初始时刻 l_{3-9} 、 l_{8-12} 断开, l_{5-14} 闭合。考虑到量子系统规模的限制,在每个时刻 t 制定单时段的重构策略,此后不再赘述。自然灾害场景下,电网故障元件修复时间与具体致灾因子的破坏强度、承灾体(线路、杆塔等)的故障建模、投入的维修资源有效性有关^[39-40],主要包括在具体极端灾害下元件修复时间、因优先修复其他元件产生的等待维修时间两部分。本文主要关注配电网拓扑重构在负荷恢复中的作用,因此模型中的修复时间取为同类设备修复时间的历史数据平均值, Δt_1 设置为 1 h, Δt_2 设置为 2 h, Δt_3 设置为 3 h,故障场景设置如表 1 所示。

表 1 IEEE 14 节点系统时序故障场景

Table 1 IEEE 14-node system sequential fault scenarios

场景	时间	修复动作
1	$t_1 = t_0 + \Delta t_1$	线路 l_{4-5} 恢复正常运行
2	$t_2 = t_0 + \Delta t_2$	线路 l_{1-2} 恢复正常运行
3	$t_3 = t_0 + \Delta t_3$	线路 l_{6-7} 、 l_{11-13} 恢复正常运行

当 $t_1 = t_0 + \Delta t_1$ 时,系统拓扑重构问题分别使用 C-ADMM-A 算法和 C-ADMM-F 算法(经典计算环境下的 ADMM 算法,A 代表包含惩罚因子自适应更新机制,F 代表惩罚因子固定不变,下同)、C-ADMM+SA 算法(经典计算环境下离散问题使用模拟退火算法求解)、QA-ADMM-A-1 算法和 QA-ADMM-A-2 算法(均为量子退火嵌入 ADMM 算法,区别为 D-Wave 求解器不同,见表 2 备注),各算法的计算效率结果如表 2 所示。由表可见,在实现相同目标成本的情况下,惩罚因子自适应调节机制可使迭代次数减少并提高求解效率,C-ADMM-A、ADMM+SA、QA-ADMM-A-1、QA-ADMM-A-2 算法均需迭代 4 次得到最优结果。

利用 Advantage_system 4.1 QPU 求解器时,量子计算机处理一条量子机器指令的时间为量子处理单元访问时间,一项任务的执行时间包含了服务时间和网络延迟。量子处理单元访问时间更能反映

量子机器指令的执行时间,主要包括编程时间和采样时间,详见附录 A 中图 A2。此部分可以类比经典计算调用求解器的求解过程,因此在下述效率对比时选择求解时间和总时间两种统计方式进行展示。求解时间包括量子处理单元访问时间以及经典处理器求解时间,总时间为程序整体运行时间。迭代过程中算法原始残差和对偶残差演变如图 3 所示,QA-ADMM-A-2 算法比 QA-ADMM-A-1 算法

求解耗时少,且收敛效果一致。但在小规模问题中,C-ADMM-A 和 C-ADMM+SA 算法求解效率明显优于量子算法,程序运行总时间明显少于 QA-ADMM 算法。原因为,量子次要嵌入过程占据绝大多数时间,且与当前量子硬件技术不成熟,再加之云平台与本地计算机的信息交互、网络延迟等因素影响,单纯对比绝对用时情况下,量子计算优势并不明显。

表 2 IEEE 14 节点系统下各算法计算效率对比

Table 2 Computational efficiency comparison of different algorithms under IEEE 14-node system

算法	求解器	迭代次数	求解时间/s	总时间/s	目标成本/美元
C-ADMM-A	Gurobi	4	0.094	0.398	59 841
C-ADMM-F	Gurobi	35	2.248	2.822	59 841
C-ADMM+SA	Gurobi+求解器 a	4	0.065	0.364	59 841
QA-ADMM-A-1	Gurobi+求解器 b	4	0.409	61.358	59 841
QA-ADMM-A-2	Gurobi+求解器 c	4	0.172	27.089	59 841

注:求解器 a 为 Dwave_neal Python package;求解器 b 为 hybrid binary quadratic model version 2;求解器 c 为 Advantage_system 4.1;求解时间为 QPU 访问时间+CPU 求解时间

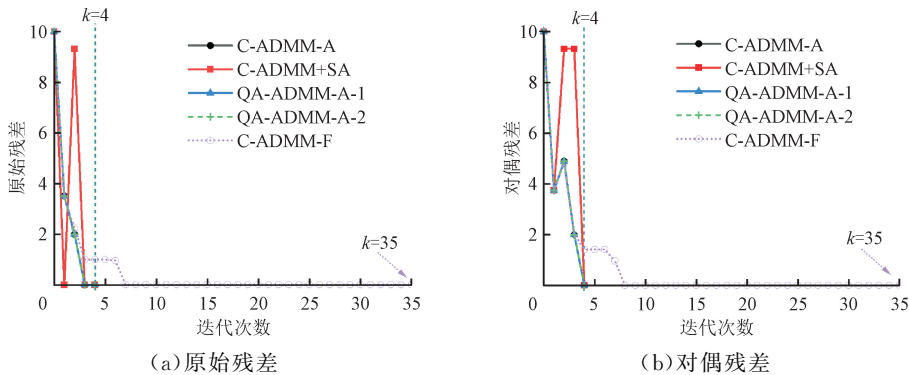


图 3 不同算法下 IEEE 14 节点系统残差演变图

Fig. 3 Residual errors evolution under different algorithms for IEEE 14-node system

IEEE 14 节点系统各时段的拓扑重构策略如附录 B 图 B1 所示,表 3 为考虑重构和不考虑重构下各时段与全过程的各项切负荷损失成本、开关动作成本。可见,虽然考虑拓扑重构在整个灾后恢复过

程中会额外引入开关动作成本,但切负荷损失会因此大幅度降低,恢复过程总成本将由 3.14×10^6 美元降至 2.05×10^6 美元,减少近 1/3,验证了模型的可行性和有效性。

表 3 IEEE 14 节点系统灾后恢复过程成本对比

Table 3 Cost results comparison of IEEE 14-node system during disaster recovery

重构情况	成本分类	t_0	t_1	t_2	t_3	全过程
不考虑重构	切负荷损失/ 10^3 美元	410.40	2 007.72	719.68	0	3 137.80
	开关动作成本/ 10^3 美元	0	0	0	0	0
	总成本/ 10^3 美元	410.40	2 007.72	719.68	0	3 137.80
考虑重构	切负荷损失/ 10^3 美元	57.84	1 984.32	0	0	2 042.16
	开关动作成本/ 10^3 美元	2.00	2.00	2.00	2.00	8.00
	总成本/ 10^3 美元	59.84	1 986.32	2.00	2.00	2 050.16

4.2 IEEE 33 节点系统算例分析

基于 IEEE 33 节点配电网系统,设置 l_{1-2} 、 l_{5-6} 、 l_{13-14} 、 l_{31-32} 为灾后初始故障线路,配电网额定电压为 12.66 kV,线路 l_{17-18} 、 l_{21-22} 、 l_{24-25} 、 l_{32-33} 设置有分段开关,正常运行时处于闭合状态, l_{8-21} 、 l_{9-15} 、 l_{12-22} 、 l_{18-33} 、 l_{25-29} 为联络线且设置有联络开关,灾后初始时刻 l_{8-21} 、 l_{12-22} 、 l_{25-29} 断开, l_{9-15} 、 l_{18-33} 闭合,故障场景设

置如表 4 所示。

表 4 IEEE 33 节点系统时序故障场景		
Table 4 IEEE 33-node system sequential fault scenarios		
场景	时间	修复动作
1	$t_1 = t_0 + \Delta t_1$	线路 l_{5-6} 恢复正常运行
2	$t_2 = t_0 + \Delta t_2$	线路 l_{31-32} 恢复正常运行
3	$t_3 = t_0 + \Delta t_3$	线路 l_{1-2} 、 l_{13-14} 恢复正常运行

表 5 IEEE 33 节点系统下各算法计算效率对比
Table 5 Computational efficiency comparison of different algorithms under IEEE 33-node system

算法	求解器	迭代次数	求解时间/s	总时间/s	目标成本/美元
C-ADMM-A	Gurobi	15	0.609	1.639	85 927
C-ADMM-F	Gurobi	54	3.829	5.265	85 927
C-ADMM+SA	Gurobi+求解器 a	29	2.830	3.568	85 933
QA-ADMM-A-1	Gurobi+求解器 b	15	2.044	226.872	85 927
QA-ADMM-A-2	Gurobi+求解器 c	15	0.725	261.507	85 927

在 $t_1 = t_0 + \Delta t_1$ 时,系统拓扑重构问题各算法的计算效率结果如表 5 所示。QA-ADMM-A-1 和 QA-ADMM-A-2 算法能够得到和 C-ADMM-A、C-ADMM-AF 算法相同的优化目标,其中 QA-ADMM-A-2 算法求解时间比 IEEE 14 节点算例更接近 C-ADMM-A 算法,C-ADMM+SA 算法精度和计算效率均不如传统或量子算法。与表 2 相比较,IEEE 33 节点系统规模上的扩大,使得 C-ADMM-A、QA-ADMM-A-1、QA-ADMM-A-2 算法

求解耗时相对增长幅度约为 548%、400%、322%,量子嵌入经典算法后耗时增长幅度变小,在量子硬件及拓扑硬件发展下,QA-ADMM-A-2 算法计算优势会更加明显。迭代过程中,算法原始残差和对偶残差演变过程如图 4 所示,QA-ADMM 算法收敛效果较优,C-ADMM-A 算法收敛速度比 C-ADMM-F 算法明显提升,从需 54 次迭代缩减到 15 次迭代,说明引入自适应惩罚因子调节机制后的有效性。

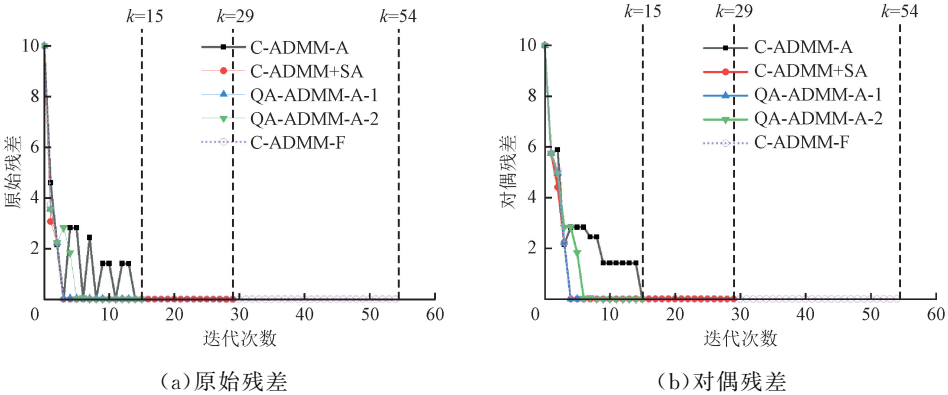


图 4 IEEE 33 节点系统不同算法下残差演变情况
Fig. 4 Residual errors evolution under different algorithms for IEEE 33-node system

IEEE 33 节点系统各时段拓扑重构策略如附录 B 图 B2 所示。表 6 为系统各时段与全过程的各项切负荷损失成本、开关动作成本。考虑拓扑重构在整个灾后恢复过程中会额外引入

开关动作成本 1.8×10^4 美元,同时切负荷损失会大幅度降低 2.26×10^5 美元,恢复过程总成本将由 1.06×10^6 美元降至 8.52×10^5 美元,减少成本近 20%。

表 6 IEEE 33 节点系统灾后恢复过程成本对比

Table 6 Cost results comparison of IEEE 33-node system during disaster recovery

重构情况	成本类型	成本/ 10^3 美元				
		t_0	t_1	t_2	t_3	全过程
不考虑重构	切负荷损失	167.86	473.34	418.95	0	1 060.15
	开关动作成本	0	0	0	0	0
	总成本	167.86	473.34	418.95	0	1 060.15
考虑重构	切负荷损失	77.93	413.87	342.19	0	833.98
	开关动作成本	8.00	2.00	2.00	6.00	18.00
	总成本	85.93	415.87	344.19	6.00	851.98

4.3 算法可扩展性分析

本节基于 IEEE 69、IEEE 123 配电系统验证算法的可扩展性,进一步说明在实际规模配电网中的应用前景。由于 Advantage_system 4.1QPU 量子求解器的量子比特规模及量子比特间耦合连接性的限制,本节中借助 D-Wave 的混合 QPU 求解器验证 QA-ADMM 算法可扩展性。

在 IEEE 14、IEEE 33、IEEE 69、IEEE 123 及改进 205 节点的不同配电系统规模下,对比分析算法求解时间,结果如图 5 所示,其中各系统规模下离散变量数如表 7 所示。随着系统规模不断扩大,整体计算耗时呈现增长趋势,50 次重复性实验

后,可从计算耗时的数据分布和趋势上观察到,计算耗时的增长速率 QA-ADMM 算法低于 C-ADMM 算法。在改进的 205 节点系统算例下,QA-ADMM 算法的纯计算耗时小于 C-ADMM 算法,用 Gurobi 和混合 QPU 求解器解决离散子问题耗时平均值分别为 9.449 s 和 4.788 s,约占总耗时的 68%和 52%。原因在于,量子退火算法擅长解决组合优化问题和指数级解空间问题,且全局寻优较强,在离散优化问题规模扩大后优势更加明显。可以预见,在未来量子信息技术及硬件设施快速发展下,量子计算在大规模问题求解中的优势会进一步凸显。

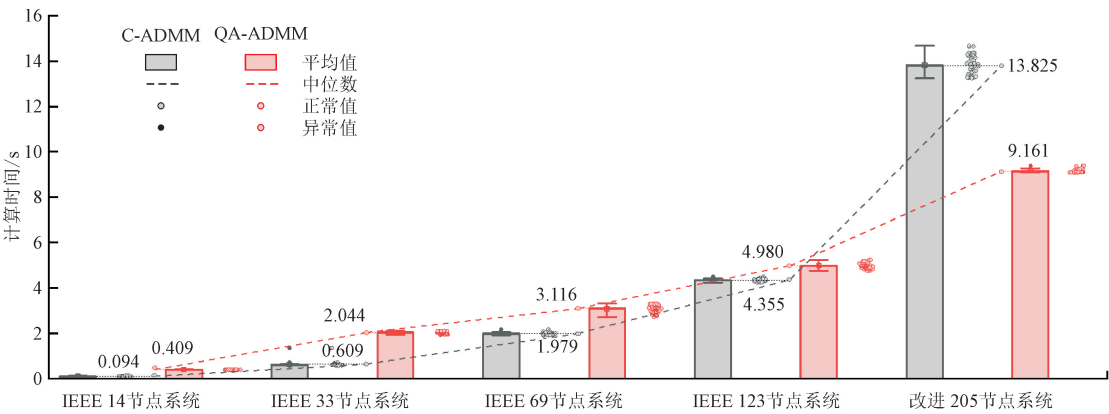


图 5 不同系统规模下求解时间对比

Fig. 5 Solution time comparison under different systems

表 7 不同系统规模下离散子问题离散变量数目
Table 7 The number of discrete variables in discrete subproblems under different system scales

系统	离散变量数
IEEE 14 节点系统	25
IEEE 33 节点系统	49
IEEE 69 节点系统	86
IEEE 123 节点系统	147
改进 205 节点系统	256

基于初始时刻故障场景进行灾后拓扑重构,结果如附录 B 中图 B3 所示。所提算法不仅在算例规模扩大下可扩展性良好,而且从算法本身属性出发,可进一步构造分布式优化方法实现主-配协同、配-微协同,扩大实际研究和应用范围;此外,还可满足弹性电网下实时调度和快速恢复的要求。

4.4 算法稳定性分析

为了验证在迭代过程中,不同量子采样次数对所提 QA-ADMM 方法求解稳定性的影响,针对

IEEE 14 节点系统在 $t_1 = t_0 + \Delta t_1$ 时的优化重构问题,采用 Advantage_system 4.1 QPU 量子求解器,通过 QA-ADMM-A-2 算法,设置不同的量子采样次数(50、100、150、200、250、300),对算法稳定性性能进行验证。每种采样次数下进行 30 次独立仿真实验,将优化过程中的计算时间中位数、算法迭代次数及各次迭代下采样次数用三维柱状图表示,结果如图 6 所示。

图 6 中用 (X,Y,Z) 表示在 X 次采样次数下,优化计算需 Y 次迭代,计算耗时中位数为 Z ms,共有 ①~⑦ 7 种情况。在设置 50 次采样次数下,会出现 ①(50, 15, 374.901)和 ②(50, 12, 301.036)两类情况,从 50 次到 300 次采样次数逐渐递增下,算法迭代次数在逐渐减小,但计算效率呈现出先提高后降低的趋势。在采样次数设置为 200 情况下,30 次模拟仿真得到的计算耗时中位数最小。因此,采样次数需要合理化设置,过大过小均不适宜算法效率的提升。

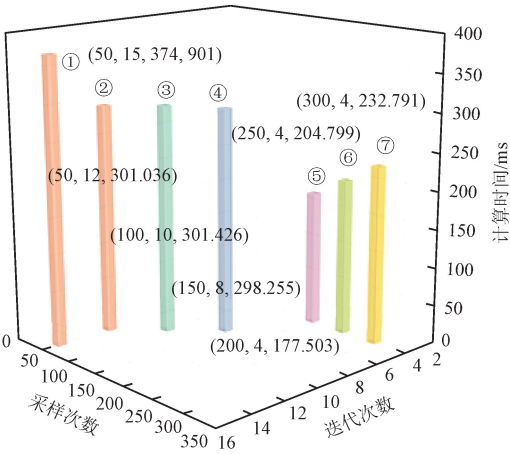


图 6 不同采样次数下算法计算用时分布图
Fig. 6 Distribution diagram of algorithm calculation time under different sampling times

经过大量测试,发现原始残差和对偶残差的收敛误差限设置为 $r^k, s^k \leq 10^{-3}$ 时,结果已非常接近集中式算法的最优解。QA-ADMM 的收敛次数受 ρ 的影响,为说明收敛速度和 ρ 的关系,本文测试了 IEEE 69 节点系统在不同惩罚因子初始值设定下的原始残差收敛过程,如图 7 所示。可以发现,惩罚因子初始值取 6 时收敛效果较好,当惩罚因子初始值 $\rho = 6.5$ 或 $\rho = 7$ 时,收敛较慢。经过数次试验,可选择合适的 ρ ,对于同一系统而言,无需大范围调整此参数即可实现较快收敛,因此不妨碍算法在实际应用中的稳定性。

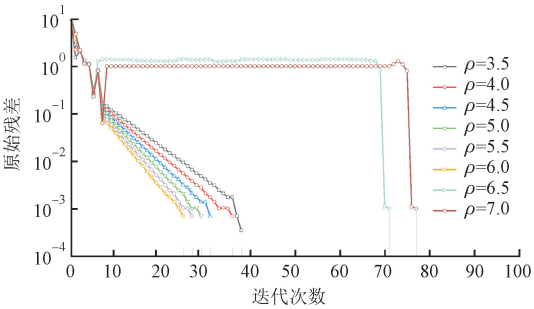


图 7 IEEE 69 系统残差收敛与自适应惩罚因子初始值关系
Fig. 7 Relation between residual convergence and initialized adaptive penalty factor of IEEE 69 system

为了更直观地表现参数设置对算法的精度和收敛速度的影响,以 IEEE 69 节点系统为例,补充了不同 v_x 和 ρ 下收敛至具体迭代次数下的 Gap 值(Gap 值为原始残差与收敛误差阈值之间的差值)以及收敛所需迭代次数,以说明不同参数设置对结果的灵敏度,如附录 B 中表 B1、B2 所示。结果表明,在惩罚项系数扩大到某特定值后,迭代次数可能会显著减少,在相同惩罚项系数设定下,惩罚因子 ρ 的初始值变化也会对迭代次数有所影响,但 ρ 可在自适应惩罚机制下动态调整,相较恒定惩罚因子的情况收敛性较优。综合观察迭代 25 次时的收敛判据值及迭代次数可以发现, ρ 不易设置过小或过大, v_x 需要根据一定的规则设定,过大的惩罚项系数可能导致精度方面的问题;与此相反,过小的惩罚系数可能会导致约束没有被优先满足,这些均可能影响到收敛速度和计算精度。

4.5 局限性分析及未来展望

针对提出的混合量子-经典方法在求解配电网灾后拓扑重构问题过程中呈现的计算特性,面向方法局限性总结出以下 3 点。

- (1)量子比特规模有限性。灾后恢复问题建模考虑要素增多(如多应急资源协调运行、计及交通网的维修人员调度等)和多时段耦合建模会增加模型复杂程度,导致决策变量急剧扩多,现有量子比特规模不足以完整地将多要素问题映射为量子计算机可部署形式的问题。
- (2)算法参数设定合理性。针对本文提出的 QA-ADMM 算法及框架,对于混合整数规划问题可形成较为通用的解决方法,但是需考虑实际物理背景、连续/离散变量约束分解可操作性、算法设定合理性。惩罚因子、目标函数惩罚项系数、量子退火中采样读取次数会影响算法的精度和收敛速度,如何保证参数合理化设置是值得关注的问题之一。

(3)量子平台模拟时效性。针对更大规模的实际问题,如何使量子计算优越性发挥突显出来,需要面向量子计算平台和经典计算平台,优化接口性能、兼容性及提升命令传递效率,提高量子模拟平台数据预处理和数据传输能力,即在有限时间内得到最优结果也是面临的挑战之一。

目前,全球有约 21 家公司提供量子计算云平台,如 IBM 公司的 IBM Quantum 云平台、谷歌云的 Azure Quantum 云平台、亚马逊的 Braket 云平台等。一系列平台在后端硬件配置、模拟器选择以及价格策略上展现出多元化特性,反映出量子计算商业化的发展趋势。国内,2023 年 5 月,国盾量子的祖冲之号量子云平台发布,2023 年 8 月,中国电科与中国移动携手发布全国规模最大的量子计算云平台,量子计算云平台提供了融合经典计算的接口和途径,为经典计算难以解决的问题补充崭新的求解思路。在未来,有必要对比技术较成熟的云平台性能,促使国产化云平台快速发展及技术持续升级。

5 结 论

本文提出了一种面向配电网灾后拓扑重构的混合量子-经典方法,构建计入自适应惩罚因子的 QA-ADMM 算法,实现量子计算和经典计算的交互迭代求解,得到配电网灾后拓扑重构策略。主要结论如下。

(1)提出了适用于配电网灾后拓扑重构的混合量子-经典求解框架和 QA-ADMM 算法,并借助量子环境下的 D-Wave LeapTM 云平台和经典计算环境交替求解成功验证。

(2)在系统规模不断扩大下,相较于传统 ADMM 算法,QA-ADMM 算法中量子计算优势会愈加凸显,加入自适应惩罚因子机制可进一步加速算法收敛。

本文研究关注配电网拓扑重构在负荷恢复中的影响,并借助量子模型映射与转化、设计混合经典量子算法来求解,未来可考虑故障不确定性及多应急资源修复过程等因素,结合算法与量子计算机硬件适配度、收敛性、理论优势开展进一步研究。此外,如何保证混合量子-经典算法框架设计的合理性、构造适应一般性场景的混合量子-经典算法是未来值得持续关注的研究方向。

参考文献:

[1] 别朝红,林雁翎,邱爱慈. 弹性电网及其恢复力的基

本概念与研究展望 [J]. 电力系统自动化, 2015, 39(22): 1-9.

BIE Zhaohong, LIN Yanling, QIU Aici. Concept and research prospects of power system resilience [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(22): 1-9.

[2] 高海翔,陈颖,黄少伟,等. 配电网韧性及其相关研究进展 [J]. 电力系统自动化, 2015, 39(23): 1-8.

GAO Haixiang, CHEN Ying, HUANG Shaowei, et al. Distribution systems resilience: an overview of research progress [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(23): 1-8.

[3] 别朝红,林超凡,李更丰,等. 能源转型下弹性电力系统的发展与展望 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(9): 2735-2744.

BIE Zhaohong, LIN Chaofan, LI Gengfeng, et al. Development and prospect of resilient power system in the context of energy transition [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(9): 2735-2744.

[4] 卞艺衡,别朝红. 面向弹性提升的智能配电网远动开关优化配置模型 [J]. 电力系统自动化, 2021, 45(3): 33-39.

BIAN Yiheng, BIE Zhaohong. Resilience-enhanced optimal placement model of remote-controlled switch for smart distribution network [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(3): 33-39.

[5] 朱俊澎. 主动配电网重构与孤岛划分研究 [D]. 南京: 东南大学, 2018.

[6] 余贻鑫,邱炜,刘若沁. 基于启发式算法与遗传算法的配电网重构 [J]. 电网技术, 2001, 25(11): 19-22.

YU Yixin, QIU Wei, LIU Ruolin. Distribution system reconfiguration based on heuristic algorithm and genetic algorithm [J]. Power System Technology, 2001, 25(11): 19-22.

[7] 刘柏私,谢开贵,周家启. 配电网重构的动态规划算法 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(9): 29-34.

LIU Baisi, XIE Kaigui, ZHOU Jiaqi. Electrical distribution networks reconfiguration using dynamic programming [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(9): 29-34.

[8] GAO Yuanqi, WANG Wei, SHI Jie, et al. Batch-constrained reinforcement learning for dynamic distribution network reconfiguration [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(6): 5357-5369.

[9] YANG Tianshu, GUO Ye, DENG Lirong, et al. A linear branch flow model for radial distribution networks and its application to reactive power optimization and network reconfiguration [J]. IEEE Transac-

- tions on Smart Grid, 2021, 12(3): 2027-2036.
- [10] 郭琦, 卢远宏. 新型电力系统的建模仿真关键技术及展望 [J]. 电力系统自动化, 2022, 46(10): 18-32.
GUO Qi, LU Yuanhong. Key technologies and prospects of modeling and simulation of new power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(10): 18-32.
- [11] 张永德. 量子信息物理原理 [M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [12] AJAGEKAR A, YOU Fengqi. Quantum computing for energy systems optimization: challenges and opportunities [J]. Energy, 2019, 179: 76-89.
- [13] 李震宇, 刘杰, 沈祥建, 等. 量子计算化学的挑战和机遇 [J]. 中国科学(化学), 2023, 53(2): 119-128.
LI Zhenyu, LIU Jie, SHEN Xiangjian, et al. Challenges and opportunities of quantum-computational chemistry [J]. Scientia Sinica (Chimica), 2023, 53(2): 119-128.
- [14] 汪勇, 孟香君, 沈维萍. 量子计算在经济与金融领域中的应用 [J]. 经济学动态, 2023(1): 126-143.
WANG Yong, MENG Xiangjun, SHEN Weiping. Applications of quantum computing to economics and finance [J]. Economic Perspectives, 2023(1): 126-143.
- [15] 吴华, 王向斌, 潘建伟. 量子通信现状与展望 [J]. 中国科学(信息科学), 2014, 44(3): 296-311.
WU Hua, WANG Xiangbin, PAN Jianwei. Quantum communication: status and prospects [J]. Scientia Sinica (Informationis), 2014, 44(3): 296-311.
- [16] 谢海鹏, 钱雨琦, 付炜, 等. 电力系统中量子信息学的应用现状及展望 [J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(12): 4485-4507.
XIE Haipeng, QIAN Yuqi, FU Wei, et al. Status and prospect of quantum informatics in power systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(12): 4485-4507.
- [17] ULLAH M H, ESKANDARPOUR R, ZHENG Honghao, et al. Quantum computing for smart grid applications [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2022, 16(21): 4239-4257.
- [18] ZHOU Yifan, TANG Zefan, NIKMEHR N, et al. Quantum computing in power systems [J]. iEnergy, 2022, 1(2): 170-187.
- [19] GENT E. IBM's target: a 4,000-qubit processor by 2025 [EB/OL]. (2022-05-10) [2023-10-26]. <https://spectrum.ieee.org/ibm-quantum-computer>.
- [20] DIXIT V, SELVARAJAN R, ALDWAIRI T, et al. Training a quantum annealing based restricted Boltzmann machine on cybersecurity data [J]. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence, 2022, 6(3): 417-428.
- [21] STOLLENWERK T, OGORMAN B, VENTURELLI D, et al. Quantum annealing applied to de-conflicting optimal trajectories for air traffic management [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 285-297.
- [22] WANG Dawei, ZHENG Kedi, TENG Fei, et al. Quantum annealing with integer slack variables for grid partitioning [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(2): 1747-1750.
- [23] MORSTYN T. Annealing-based quantum computing for combinatorial optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2023, 14(2): 1093-1102.
- [24] 陈然一臻, 赵犇池, 宋旨欣, 等. 混合量子-经典算法: 基础、设计与应用 [J]. 物理学报, 2021, 70(21): 210302.
CHEN Ranyiliu, ZHAO Benchu, SONG Zhixin, et al. Hybrid quantum-classical algorithms: foundation, design and applications [J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(21): 210302.
- [25] 凌佳杰, 耿光超, 江全元. 基于变分量子算法的电力系统潮流计算 [J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(1): 28-36.
LING Jiajie, GENG Guangchao, JIANG Quanyuan. Power flow calculation of power system based on variable quantum algorithm [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(1): 28-36.
- [26] KORETSKY S, GOKHALE P, BAKER J M, et al. Adapting quantum approximation optimization algorithm (QAOA) for unit commitment [C]//2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2021: 181-187.
- [27] NIKMEHR N, ZHANG Peng, BRAGIN M A. Quantum distributed unit commitment: an application in microgrids [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(5): 3592-3603.
- [28] FENG Fei, ZHANG Peng, BRAGIN M A, et al. Novel resolution of unit commitment problems through quantum surrogate Lagrangian relaxation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(3): 2460-2471.
- [29] PATERAKIS N G. Hybrid quantum-classical multi-cut Benders approach with a power system application [J]. Computers & Chemical Engineering, 2023, 172: 108161.
- [30] GAO Fang, HUANG Dejian, ZHAO Ziwei, et al.

- Hybrid quantum-classical general benders decomposition algorithm for unit commitment with multiple networked microgrids [EB/OL]. (2022-10-13) [2023-07-06]. <https://arxiv.org/abs/2210.06678>.
- [31] FU Wei, XIE Haipeng, ZHU Hao, et al. Coordinated post-disaster restoration for resilient urban distribution systems: a hybrid quantum-classical approach [J]. Energy, 2023, 284: 129314.
- [32] D-Wave Systems Inc. Solver docs: D-wave system documentation [EB/OL]. [2023-07-06]. https://docs.dwavesys.com/docs/latest/guides_solvers.html.
- [33] 王宝楠, 水恒华, 王苏敏, 等. 量子退火理论及其应用综述 [J]. 中国科学(物理学 力学 天文学), 2021, 51(8): 1-13.
WANG Baonan, SHUI Henghua, WANG Sumin, et al. Theories and applications of quantum annealing: a literature survey [J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2021, 51(8): 1-13.
- [34] 蒲文强. 优化算法在阵列信号处理中的若干应用研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [35] 李晖晖, 鱼轮, 张良, 等. 暗通道约束和交替方向乘子法优化的湍流图像盲复原 [J]. 西北工业大学学报, 2018, 36(1): 103-109.
LI Huihui, YU Lun, ZHANG Liang, et al. Dark channel constraint and alternated direction multiplier optimization of turbulence degraded image blind restoration [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(1): 103-109.
- [36] LAI Xiaoping, CAO Jiuwen, HUANG Xiaofeng, et al. A maximally split and relaxed ADMM for regularized extreme learning machines [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(6): 1899-1913.
- [37] GAMBELLA C, SIMONETTO A. Multiblock ADMM heuristics for mixed-binary optimization on classical and quantum computers [J]. IEEE Transactions on Quantum Engineering, 2020, 1: 1-22.
- [38] FU W. Test-system-for-QA-ADMM [EB/OL]. [2023-07-06]. <https://github.com/fuwei-xjtu/Test-System-for-QA-ADMM>.
- [39] PANTELI M, PICKERING C, WILKINSON S, et al. Power system resilience to extreme weather: fragility modeling, probabilistic impact assessment, and adaptation measures [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 3747-3757.
- [40] YANG Yihao, TANG Wenhui, LIU Yang, et al. Quantitative resilience assessment for power transmission systems under typhoon weather [J]. IEEE Access, 2018, 6: 40747-40756.

(编辑 杜秀杰)

附录 A

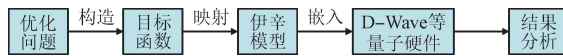


图 A1 基于 D-Wave 硬件实现量子退火算法的步骤

Fig. A1 Steps of implementing quantum annealing algorithm based on D-Wave hardware

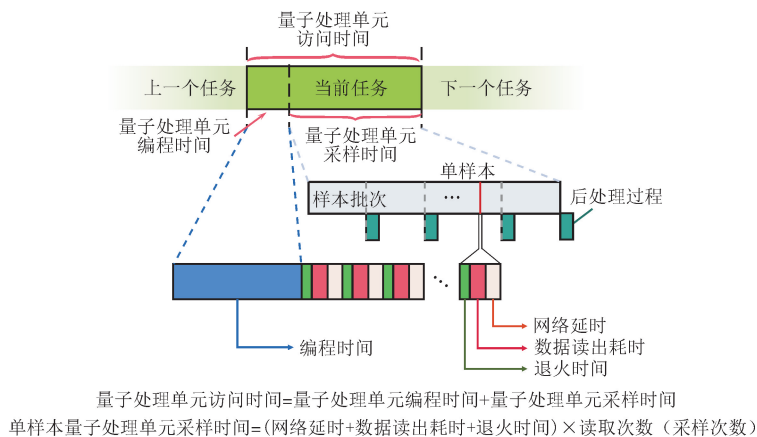


图 A2 量子处理单元访问时间示意图

Fig. A2 Schematic diagram of QPU access time

附录 B

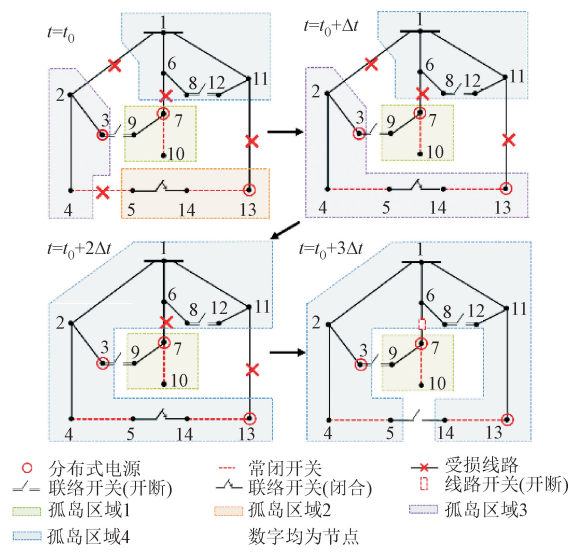


图 B1 IEEE 14 节点系统各时段拓扑重构策略结果
Fig. B1 Topology reconfiguration strategy results of IEEE 14-node system in each time period

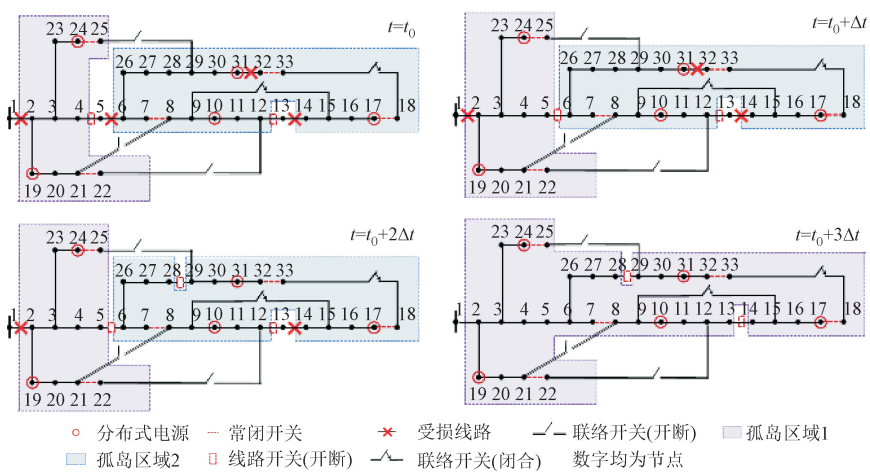
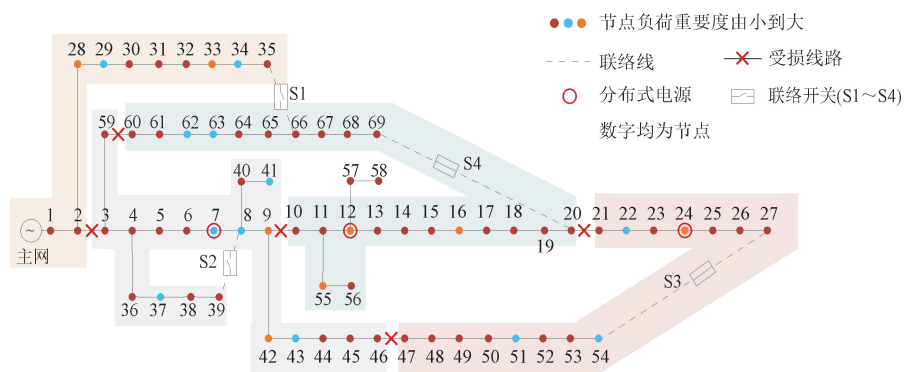


图 B2 IEEE 33 节点系统各时段拓扑重构策略结果
Fig. B2 Topology reconfiguration strategy results of IEEE 33-node system in each time period



(a)IEEE 69 节点系统拓扑优化结果

