

考虑湍流模型不确定性量化的喷管伴随优化设计

李安娜, 孙中国, 黄柱, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为提高工程中广泛采用的基于雷诺平均 Navier-Stokes (RANS) 模型设计优化的可靠性和稳健性, 针对 RANS 模型存在的结构不确定性, 通过质心图和雷诺应力的可实现性对其进行合理量化, 采用自适应非均匀扰动方法对湍流各向异性张量的特征值和特征空间施加扰动, 并对模型预测的不确定区间进行数值估计。提出了一种 RANS 模型不确定性量化框架下的伴随设计优化方法, 探索了该方法在拉瓦尔喷管优化设计中的应用, 通过 6 次模拟获得了不同扰动下的优化几何型线, 不同型线所围成的区域(置信区间)反映了模型结构不确定性引起的几何优化差异。研究结果表明: 在不同扰动下, 优化后的喷管总压损失降低了 6.7%~19.2%, 实现了喷管性能的稳健提升, 获得的置信区间降低了对制造公差敏感性, 从而在一定程度上降低了精度要求和制造成本。研究结果展示了考虑 RANS 模型不确定性量化的优化设计在航空航天工程应用中的潜在价值和指导作用。

关键词: 不确定性量化; 伴随优化设计; 湍流模型; 喷管; 制造公差

中图分类号: V211.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202503001 **文章编号:** 0253-987X(2025)03-0001-08

Adjoint Optimization Design of Nozzle Considering Uncertainty Quantification of Turbulence Model

LI Anna, SUN Zhongguo, HUANG Zhu, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to improve the reliability and robustness of design optimization based on the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) models, which are widely used in engineering, this paper addresses the structural uncertainties present in RANS models. By using centroidal diagrams and the feasibility of Reynolds stresses, these uncertainties are reasonably quantified. An adaptive non-uniform perturbation method is employed to apply disturbances to the eigenvalues and eigenspaces of the turbulence anisotropy tensor, and a numerical estimation of the uncertainty interval predicted by the model is conducted. This paper proposes a method for adjoint design optimization under the uncertainty quantification framework of the RANS model and explores its application in the optimization design of a Laval nozzle. Through six simulations, optimized geometric shapes under different perturbations are obtained, and the areas enclosed by different shapes (confidence intervals) reflect the geometric optimization differences caused by structural uncertainties in the model. The results indicate that after optimization under different perturbations, the

收稿日期: 2024-06-30。 作者简介: 李安娜(1998—), 女, 博士生; 席光(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52130603, 12102331)。

网络出版时间: 2024-10-24

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.t.20241023.1403.006>

total pressure loss of the nozzle is reduced by 6.7% to 19.2%, achieving a robust improvement in nozzle performance. The resulting confidence intervals reduce sensitivity to manufacturing tolerances, thus lowering precision requirements and manufacturing costs to some extent. The findings demonstrate the potential value and guiding role of optimization design considering the uncertainty quantification of the RANS model in aerospace engineering applications.

Keywords: uncertainty quantification; adjoint method design; turbulence model; nozzle; manufacturing tolerance

美国国家航空和宇宙航行局(NASA)在《CFD2030 愿景》《2040 愿景》报告^[1-2]中指出,计算流体动力学(CFD)中的不确定性量化(UQ)和考虑不确定性量化的优化设计是亟需完善的重要课题,是未来的研究重点和挑战性工作,在航空航天领域具有重要的应用前景。受计算资源限制,目前计算湍流的主要数值方法为雷诺平均方法,雷诺平均 Navier-Stokes(RANS)模型在预测工程湍流问题中已得到广泛的应用,常用的 $k-\epsilon$ 和 $k-\omega$ 等湍流模型满足了绝大多数的工程需求。然而,基于 RANS 模型的确定性设计,在制造过程中需严格满足对加工精度的要求,通常成本较高,否则会引入加工制造的不确定性,从而降低产品设计性能^[3]。此外,由于 RANS 模型在模化过程中使用一系列假设而引入了不确定性,限制了模拟结果的可靠性^[4]。因此,如果 RANS 模型的不确定性能够被有效地量化,那么一方面数值预测的可靠性将会提升,另一方面基于不确定性量化的气动优化设计的区间估计可用于后续加工制造。

近几十年,对于不确定性量化,包括 RANS 模型的不确定性一直备受关注^[4-5]。一种常见的量化模型结构不确定性的方式是检查不同模型系数所导致的结果^[6-8]。考虑到湍流的物理意义,另一种有效方式则是借助雷诺应力的可实现性来量化雷诺应力张量的不确定性。Banerjee 等^[9]提出了一种雷诺应力特征值和质心坐标之间的线性映射方法,将 Lumley 曲边三角形^[10]转换到质心坐标系下的等边三角形,即在质心图上可视化湍流各向异性。基于质心图,Emory 等^[11-12]探索了一个包含涡黏性假设中的潜在不确定性的框架。在这个框架下,直接将模型的不确定性注入到雷诺应力张量中,通过特征分解对特征值进行扰动。Iaccarino 等^[13]在此基础上改进了特征值扰动方法,建立了特征向量扰动框架。对于分离流动,该框架在解释 RANS 预测结果与实验数据或高保真数据之间的差异上有了显著改进。Huang 等^[14]基于这一框架提出了一种非均

匀扰动方法,通过执行 6 次特定的模拟来量化 RANS 模型的不确定性,结果表明该方法在二维和三维流动中均具有良好的收敛性。尽管国内也开展了 CFD 不确定性量化的若干研究^[15-17],但目前尚未探究基于质心图的 RANS 模型不确定性量化方法。

采用 RANS 模型进行几何模型的优化设计,已成为指导实验的有效数值手段。然而,由于 RANS 模型存在不确定性,通过某种湍流模型优化设计出的几何未必满足实验要求,尤其对于复杂流动问题。基于 RANS 模型的不确定性量化的优化设计更为可靠,但相关研究仍然很少^[18-19]。此外,伴随方法作为一种具有较高精度和效率的优化技术,在飞行器、火箭、翼型、发动机部件、管道等方面受到了较为广泛的关注^[20-23]。因此,在课题组之前的研究^[24]中,提出了一种在 RANS 模型不确定性量化框架下的伴随优化方法,探索了空气动力学设计与制造加工之间的潜在桥梁,并将其应用于多种算例中进行了检验。

为了进一步探究伴随设计优化方法在超音速流动中的应用,选取拉瓦尔喷管进行模拟和优化。拉瓦尔喷管作为火箭发动机和航空发动机的常用部件,广泛应用于航空航天领域。本文基于 RANS 模型的不确定性量化框架,对拉瓦尔喷管的内部流动进行数值预测,通过对各向异性张量的特征值和特征空间进行特定扰动,从而实现对湍流模型的不确定性量化,提升了 RANS 预测的可靠性;此外,在不确定性量化结果的基础上对喷管进行伴随形状优化,获得了具有置信区间的优化喷管型线,实现了喷管性能的稳健提升。置信区间通常显著大于制造公差区间,这使得置信区间对制造误差的敏感性有所降低,从而为制造加工过程提供有效可靠的指导。

1 不确定性量化方法

Iaccarino 等^[13]基于质心图和雷诺应力的可实现性,提出了特征空间扰动框架,该不确定性量化框架在工程上具有很大的应用潜力。

基于涡黏性假设的湍流各向异性张量表示为

$$\mathbf{a}_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3} = \frac{\mathbf{R}_{ij}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (1)$$

式中: u_i, u_j 为 i, j 方向流速; k 为湍动能; $\mathbf{R}_{ij}$ 为雷诺应力张量; δ_{ij} 为克罗内克符号。对湍流各向异性张量进行特征分解可得

$$\mathbf{a}_{ij} = \mathbf{v}_m \mathbf{\Lambda}_{nl} \mathbf{v}_{jl} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{v}_m$ 和 $\mathbf{v}_{jl}$ 是由各向异性张量的特征向量组成的矩阵; $\mathbf{\Lambda}_{nl}$ 由特征值 λ_k 组成的对角矩阵, 并以 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ 的顺序排列。

那么, 雷诺应力张量可以写为

$$\mathbf{R}_{ij} = 2k \left(\mathbf{v}_m \mathbf{\Lambda}_{nl} \mathbf{v}_{jl} + \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \quad (3)$$

RANS 模型在建模过程由于假设、简化引入了大量的不确定性。例如, 涡黏性假设假定模拟的雷诺应力与平均应变速率共享方向, 这在简单的剪切流动中是正确的, 但在复杂流动中受限^[25-26], 此外涡黏性假设形式下雷诺应力各向异性特征值的表示不令人满意^[27]。因此, 将不确定性注入到雷诺应力张量的特征空间中, 从而使得涡黏性假设的误差被纳入框架。扰动后的雷诺应力张量表示为

$$\mathbf{R}_{ij}^* = 2k \left(\mathbf{v}_m^* \mathbf{\Lambda}_{nl}^* \mathbf{v}_{jl}^* + \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \quad (4)$$

式中: 上标 * 表示扰动变量。其中特征值的扰动代表雷诺应力椭球形状的变化, 特征向量的扰动代表雷诺应力椭球方向的变化。

通过质心图对雷诺应力张量执行可实现性约束, 任何可实现的湍流状态都应位于质心图上及其内部。如图 1 所示, 质心图的 3 个顶点 C_1, C_2, C_3 分别表示湍流不同的物理极限状态, 坐标分别为 $(x_{C_1}, y_{C_1}), (x_{C_2}, y_{C_2}), (x_{C_3}, y_{C_3})$ 。各向异性张量特征值和坐标 (x, y) 之间存在线性映射, 质心图中任意一点的空间坐标可以表示为

$$\begin{cases} x = (\lambda_1 - \lambda_2)x_{C_1} + 2(\lambda_2 - \lambda_3)x_{C_2} + (3\lambda_3 + 1)x_{C_3} \\ y = (\lambda_1 - \lambda_2)y_{C_1} + 2(\lambda_2 - \lambda_3)y_{C_2} + (3\lambda_3 + 1)y_{C_3} \end{cases} \quad (5)$$

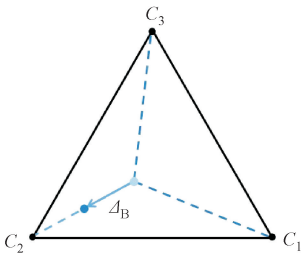


图1 质心图上任意点特征值扰动的示意图

Fig.1 Schematic diagram of eigenvalue perturbations on the barycentric map from an arbitrary point

在质心图上, 将任意一点朝着某一顶点方向进行扰动, 扰动距离为 Δ_B (均匀扰动), 根据线性映射关系计算得到扰动后的特征值, 进而可求出扰动后的各向异性张量和雷诺应力张量。非均匀扰动方法^[14]则是先计算任意点到三边的垂距, 选取最短距离作为扰动量向某一顶点方向扰动。

特征向量的扰动由湍流产生机制即生成项指导, 它以消耗平均流动能使湍动能增加, 为了限制这种能量传递, 通过对第一和第三特征向量进行置换以寻求生成项的极值。在由应变速率张量的特征向量定义的坐标系中, 标准化的雷诺应力特征向量由下式^[11]给出

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{v}_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中: 扰动前的雷诺应力椭球方向与第一特征向量 $\mathbf{v}$ 方向一致; $\mathbf{v}_{\min}$ 是扰动后的特征向量, 此时的雷诺应力椭球与第三特征向量方向垂直。

本文采用非均匀扰动方法, 通过 6 次特定模拟得到不同扰动下的结果。对于二维流动, 各向异性张量的特征值为 $[a, 0, -a]$ 且 $a \geq 0$, 非均匀扰动下的湍动能生成项^[24]总结如下

$$-\mathbf{a}_{ij}^* \cdot \mathbf{S}_{ij} = \mathbf{a}_{ij}^* \cdot \mathbf{a}_{ij} (k/\nu_t) = \begin{cases} 2a^2(1-r) + ra, & 1C \\ 2a^2(1+r) - ra, & 1C-\min \\ 2a^2(1-r) + ra/2, & 2C \\ 2a^2(1+r) - ra/2, & 2C-\min \\ 2a^2(1-r), & 3C \\ 2a^2(1+r), & 3C-\min \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{S}_{ij}$ 表示应变速率张量; ν_t 表示涡黏度; r 表示扰动距离; 1C、2C、3C 代表朝 C_1, C_2, C_3 方向进行特征值扰动, 1C-min、2C-min、3C-min 代表同时对特征值和特征向量进行扰动。

2 流场模拟

2.1 喷管模型及计算网格

对于平面喷管, 当背压较高时, 喷管内部会发生流动分离, 且在一定压比范围内分离是不对称的^[28], 而 RANS 模型通常无法准确模拟流动分离。因此, 有必要对喷管内部流动进行不确定性量化研究, 以提高湍流模型对喷管内部流动预测的可靠性。

本文采用的是 Verma 和 Manisankar^[29] 在实验中使用的平面喷管结构, 主要由收缩段和扩张段两部分组成, 如图 2 所示。其中, 喷管喉部高度 $T_h =$

28 mm, 喷管出口面积 A_e 与喉部面积 A_t 之比固定为 1.79, 扩张段的扩张半角 $\theta=5.7^\circ$ 。流场计算采用二维结构化网格, 在喷管壁面附近进行网格加密, 且满足壁面无量纲距离 y^+ 小于 1, 经网格无关性验证, 所选网格总数为 398 700, 计算域和网格细节如图 3 所示。

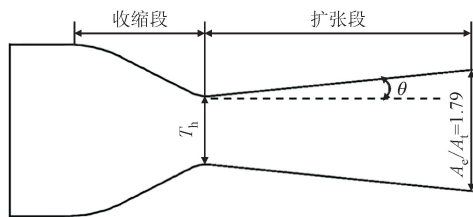


图 2 喷管结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the nozzle

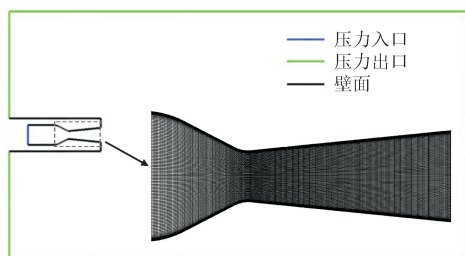


图 3 计算域和局部网格

Fig. 3 Computational domain and local grid

2.2 湍流模型及边界条件

基于 ANSYS Fluent 平台, 采用 SST $k-\omega$ 湍流模型进行数值模拟。该模型对于模拟边界层流动和分离流动具有良好的适用性。喷管进出口均采用压力边界条件, 壁面采用绝热无滑移边界条件。环境压力和温度分别为 100 kPa 和 300 K, 入口滞止压力设为 290 kPa, 模拟压比 2.9 工况下的喷管流动^[30], 这里的压比指滞止压力与环境压力的比值。

2.3 流场结果分析

图 4 和图 5 分别给出了压比为 2.9 工况下喷管上、下壁面的压力 p_w 与滞止压力 p_o 之比沿轴向 x 的分布。该工况模拟的是低于设计高度的情况, 喷管的排气压力低于环境压力, 喷管处于过膨胀区, 在过膨胀期间, 由于环境压力较高, 流动分离发生在喷管内部。将数值结果与文献[29]的实验结果进行定量比较可见, SST $k-\omega$ 湍流模型在这一工况下对流动分离的预测不是很理想, 上壁面的压力分布与实验相比有较大差异, 分离发生的预测位置较实验位置提前。在不确定性量化框架下, SST $k-\omega$ 模型预

测出的压力分布的不确定区间覆盖了大部分实验数据, 如图 4、图 5 中灰色区域所示。这一区间估计是量化湍流模型结构不确定性的体现, 给出了湍流模型数值预测的潜在范围, 提高了数值结果的可靠性。

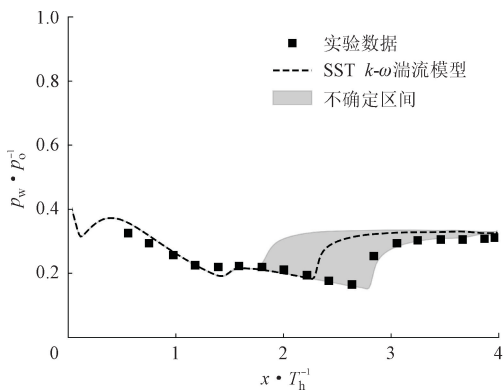


图 4 喷管上壁面的压力分布

Fig. 4 Pressure distribution on the upper wall of the nozzle

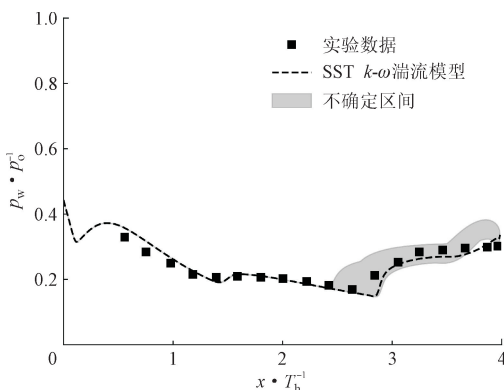
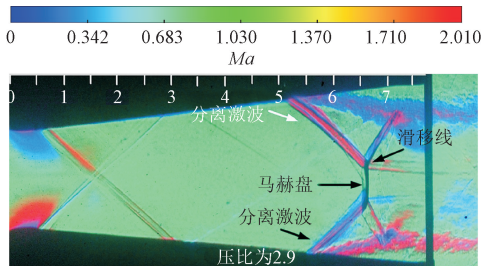


图 5 喷管下壁面的压力分布

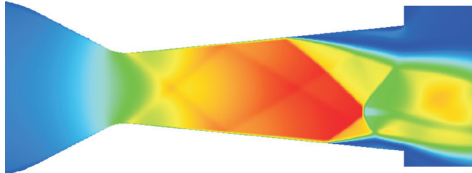
Fig. 5 Pressure distribution on the lower wall of the nozzle

图 6 显示了数值计算的喷管马赫数云图与实验纹影图的对比。从中可以看出, SST $k-\omega$ 湍流模型计算的流动分离位置比实验更靠上游, 气流在上壁面过早地发生分离, 并且分离后的气流向下弯曲、失去对称性, 与实验结果产生偏差。基于不确定性量化框架, 在 1C-min 扰动下, 流动分离发生的位置比实验更加提前, 偏离实验结果; 而在 1C 扰动下, 流场分布整体上与实验一致, 分离后的气流近似对称, 流动分离位置向下游移动, 比实验略靠后一些; 在其他扰动下计算出的分离位置均在这一范围内, 其中在 3C-min 扰动下获得的流场与实验最为接近。通过对湍流各向异性应力张量的特定扰动, 获得了具有一定差异的不同流场结果, 该差异是湍流模型结构的

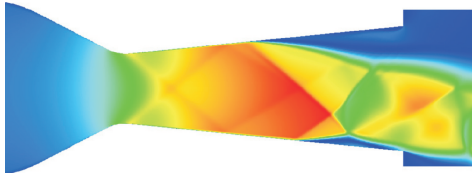
不确定性引起的,通过不确定性量化提高了 SST $k-\omega$ 湍流模型对复杂流动预测的可靠性。



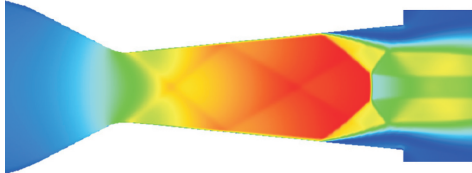
(a) 实验



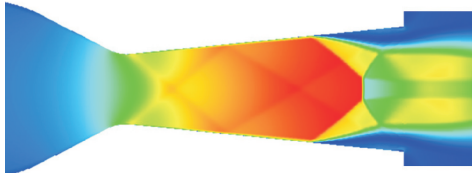
(b) SST $k-\omega$



(c) 1C-min 扰动



(d) 1C 扰动



(e) 3C-min 扰动

图 6 喷管马赫数分布及实验纹影图

Fig. 6 Mach number distribution and experimental schlieren images of the nozzle

3 伴随优化设计

3.1 伴随方法

伴随方法通过求解伴随方程,得到观察量对输入变量的导数,输入变量可以是几何、边界条件、源项等,因此可以用来指导计算域内任意几何特征的设计修改,从而实现形状优化。

ANSYS Fluent 平台内置的伴随求解器^[31]提供了一个基于梯度的优化器,可以自动创建一系列的

设计迭代,采用基于多项式的变形方法来控制几何和网格的变形,具体优化流程如图 7 所示。此外,由用户定义函数(UDF)将不确定性量化程序载入到 Fluent 中,分别对动量方程、湍动能方程和耗散率方程添加源项,通过扰动湍流各向异性张量的特征值和特征向量,实现对湍流模型的不确定性量化,求解并获得了不同扰动下的流场。在不确定性量化的基础上对喷管进行伴随形状优化,以实现喷管性能的稳健提升。

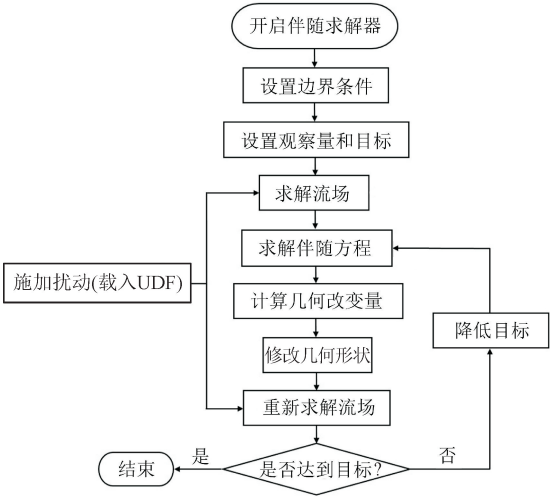


图 7 不确定性量化框架下的伴随优化流程

Fig. 7 Flowchart of adjoint optimization under the uncertainty quantification framework

3.2 优化目标及设计结果

采用 ANSYS Fluent 伴随求解器对喷管进行形状优化,并设置 y 方向对称约束,优化目标为降低喷管的总压损失。在流场求解中,考虑 SST $k-\omega$ 湍流模型计算的基础流场,以及在不确定性量化框架下施加 6 种特定扰动后的流场,并在此基础上进行伴随设计迭代。基于不确定性量化的气动设计提供了优化几何型线的不确定区间,称之为置信区间。

图 8 显示了基于不确定性量化的优化喷管型线及其置信区间。红线为原始几何图形,不同扰动下的优化型线形成了一个灰色的置信区间。在 UQ 框架下,喷管总压损失的计算范围从 77 468.1 Pa 到 94 139.1 Pa,无扰动情况下的值为 88 567.4 Pa;优化后,喷管的总压损失下降至 72 305.1~81 610.6 Pa,各扰动下的降幅范围为 6.7%~19.2%,基于不确定性量化得到的优化喷管均实现了不同程度的性能改进。由图 8 可见,尽管不同扰动下的优化型线很接近但并未重叠,形成了一个具有一定厚度并实现性能

改进的置信区间,该区间的最大厚度约为 1.2 mm;与确定性设计相比,该区间显然降低了对制造误差的敏感性,从而在一定程度上降低了精度要求和制造成本。

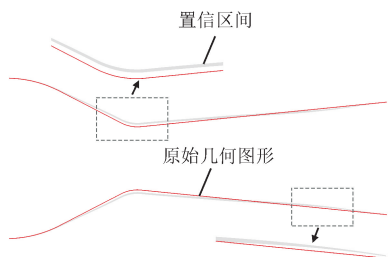
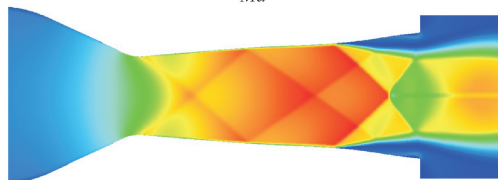
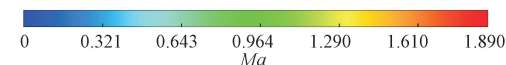


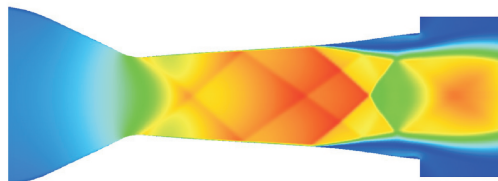
图8 具有置信区间的优化喷管型线

Fig. 8 Optimized nozzle profile with confidence interval

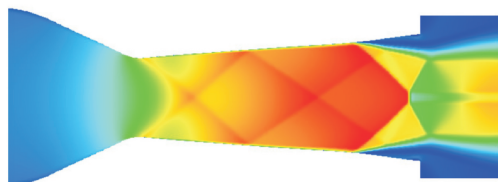
图9展示了压比为2.9工况下优化后喷管的马赫数分布云图。虽然目标为降低喷管总压损失,但从图中可以发现,经过伴随优化,不同扰动下获得的优化后喷管内的流动分离基本对称,分离位置在扩张段略有差异。流动的不对称会导致不良的侧向力,显然优化后的流场结构更加符合期望,一方面降低了喷管的总压损失,同时减弱了流动的不对称性,改善了喷管性能。因此,基于雷诺应力可实现性的湍流模型不确定性量化框架下的伴随优化设计,实现了喷管性能的稳健提升。



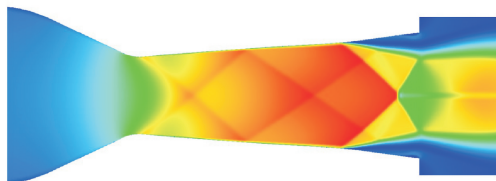
(a) 实验



(b) SST $k-\omega$



(c) 1C-min 扰动



(d) 1C 扰动

图9 优化后喷管的马赫数分布

Fig. 9 Mach number distribution of optimized nozzles

4 结 论

(1)基于涡黏性假设的 RANS 模型准确预测复杂的分离流动有较大难度,合理量化湍流模型的不确定性来提高模拟结果的可靠性是十分必要的。

(2)在基于质心图和雷诺应力可实现性的不确定性量化框架下,采用非均匀扰动方法有效量化了 SST $k-\omega$ 模型结构的不确定性,获得的压力区间估计能够很好地覆盖实验数据。

(3)在不同扰动下,优化后喷管的总压损失降低了 6.7%~19.2%,各喷管型线均实现了良好的性能改进,获得了稳健的优化设计区间。

(4)不同扰动下的优化型线所形成的置信区间,一定程度上降低了对制造公差的敏感性,同时验证了基于 RANS 模型不确定性量化框架下的伴随优化方法的有效性。

参考文献:

- [1] SLOTNICK J, KHODADOUST A, ALONSO J, et al. CFD vision 2030 study: a path to revolutionary computational aerosciences [EB/OL]. (2014-03-01) [2024-05-10]. <https://ntrs.nasa.gov/citations/20140003093>.
- [2] LIU Xuan, FURRER D, KOSTERS J, et al. Vision 2040: a roadmap for integrated, multiscale modeling and simulation of materials and systems [EB/OL]. (2018-03-01) [2024-05-10]. <https://ntrs.nasa.gov/citations/20180002010>.
- [3] JU Yaping, LIU Yiming, JIANG Wei, et al. Aerodynamic analysis and design optimization of a centrifugal compressor impeller considering realistic manufacturing uncertainties [J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 115: 106787.
- [4] DURAISAMY K, IACCARINO G, XIAO Heng. Turbulence modeling in the age of data [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2019, 51: 357-377.
- [5] 陈鑫, 王刚, 叶正寅, 等. CFD 不确定度量化方法研究综述 [J]. 空气动力学学报, 2021, 39(4): 1-13.

- CHEN Xin, WANG Gang, YE Zhengyin, et al. A review of uncertainty quantification methods for computational fluid dynamics [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2021, 39(4): 1-13.
- [6] PLATTEEUW P D A, LOEVEN G J A, BIJL H. Uncertainty quantification applied to the k-epsilon model of turbulence using the probabilistic collocation method [C]//49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2008: AIAA 2008-2150.
- [7] CHEUNG S H, OLIVER T A, PRUDENCIO E E, et al. Bayesian uncertainty analysis with applications to turbulence modeling [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2011, 96(9): 1137-1149.
- [8] LING J, TEMPLETON J. Evaluation of machine learning algorithms for prediction of regions of high Reynolds averaged Navier stokes uncertainty [J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(8): 085103.
- [9] BANERJEE S, KRAHL R, DURST F, et al. Presentation of anisotropy properties of turbulence, invariants versus eigenvalue approaches [J]. *Journal of Turbulence*, 2007, 8: N32.
- [10] CHOI K S, LUMLEY J L. The return to isotropy of homogeneous turbulence [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 436: 59-84.
- [11] EMORY M, PE R, IACCARINO G. Modeling structural uncertainties in Reynolds-averaged computations of shock/boundary layer interactions[C]//49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reston, VA, USA: AIAA, 2011: AIAA 2011-479.
- [12] EMORY M, LARSSON J, IACCARINO G. Modeling of structural uncertainties in Reynolds-averaged Navier-Stokes closures [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(11): 110822.
- [13] IACCARINO G, MISHRA A A, GHILI S. Eigenspace perturbations for uncertainty estimation of single-point turbulence closures [J]. *Physic Review Fluids*, 2017, 2(2): 024605.
- [14] HUANG Z, MISHRA A, IACCARINO G. A nonuniform perturbation to quantify RANS model uncertainties [EB/OL]. [2024-05-10]. http://web.stanford.edu/group/ctr/ResBriefs/2020/22_Huang.pdf.
- [15] 梁霄, 王瑞利. 爆炸波中的混合不确定度量方法 [J]. *计算物理*, 2017, 34(5): 574-582.
- LIANG Xiao, WANG Ruili. Mixed uncertainty quantification of blast wave problem [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2017, 34(5): 574-582.
- [16] 王运涛, 刘刚, 陈作斌. 第一届航空 CFD 可信度研讨会总结 [J]. *空气动力学学报*, 2019, 37(2): 246-261.
- WANG Yuntao, LIU Gang, CHEN Zuobin. Summary of the first aeronautical computational fluid dynamics credibility workshop [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2019, 37(2): 246-261.
- [17] CHEN Jiangtao, ZHANG Chao, ZHAO Wei, et al. A high-fidelity polynomial chaos modified method suitable for CFD uncertainty quantification[C]//Journal of Physics: Conference Series. Bristol, United Kingdom: IOP Publishing, 2021: 012042.
- [18] COOK L W, MISHRA A A, JARRETT J P, et al. Optimization under turbulence model uncertainty for aerospace design [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(10): 105111.
- [19] MISHRA A A, MUKHOPADHAYA J, ALONSO J, et al. Design exploration and optimization under uncertainty [J]. *Physics of Fluids*, 2020, 32(8): 085106.
- [20] 朱玉杰, 琚亚平, 戴韧, 等. 叶栅气动反问题的伴随优化解法及应用 [J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(9): 138-144.
- ZHU Yujie, JU Yaping, DAI Ren, et al. Adjoint optimization method for aerodynamic inverse problem of cascades [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(9): 138-144.
- [21] 白俊强, 雷锐午, 杨体浩, 等. 基于伴随理论的大型客机气动优化设计研究进展 [J]. *航空学报*, 2019, 40(1): 522642.
- BAI Junqiang, LEI Ruiwu, YANG Tihao, et al. Progress of adjoint-based aerodynamic optimization design for large civil aircraft [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(1): 522642.
- [22] 刘晓冬, 张沛良, 何光洪, 等. 基于伴随方法的飞翼布局多目标气动优化设计 [J]. *西北工业大学学报*, 2021, 39(4): 753-760.
- LIU Xiaodong, ZHANG Peiliang, HE Guanghong, et al. Multi-objective aerodynamic optimization of flying-wing configuration based on adjoint method [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2021, 39(4): 753-760.
- [23] XU Shenren, LI Yi, HUANG Xiuquan, et al. Robust Newton-Krylov adjoint solver for the sensitivity analysis of turbomachinery aerodynamics [J]. *AIAA Journal*, 2021, 59(10): 4014-4030.
- [24] LI Anna, WANG Tongsheng, CHEN Jianan, et al. Adjoint design optimization under the uncertainty quantification of Reynolds-averaged Navier-stokes tur-

- bulence model [J]. AIAA Journal, 2024, 62(7): 2589-2600.
- [25] LAUNDER B E, TSELEPIDAKIS D P, YOUNIS B A. A second-moment closure study of rotating channel flow [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1987, 183: 63-75.
- [26] SPEZIALE C G, GATSKI T B, MAC GIOLLA MHUIRISN. A critical comparison of turbulence models for homogeneous shear flows in a rotating frame [J]. Physics of Fluids; A Fluid Dynamics, 1990, 2(9): 1678-1684.
- [27] MISHRA A A, MUKHOPADHAYA J, IACCARINO G, et al. Uncertainty estimation module for turbulence model predictions in SU2 [J]. AIAA Journal, 2019, 57(3): 1066-1077.
- [28] NAIR P P, SURYAN A, KIM H D. Computational study on reducing flow asymmetry in over-expanded planar nozzle by incorporating double divergence [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 100: 105790.
- [29] VERMA S B, MANISANKAR C. Origin of flow asymmetry in planar nozzles with separation [J]. Shock Waves, 2014, 24(2): 191-209.
- [30] NAIR P P, NARAYANAN V, SURYAN A, et al. Prediction and visualization of supersonic nozzle flows using OpenFOAM [J]. Journal of Visualization, 2022, 25(6): 1227-1247.
- [31] ANSYS, Inc. Chapter 40: displaying graphics [EB/OL]. [2024-05-10]. https://ansyshelp.ansys.com/public/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v242/en/flu_ug/flu_ug_chp_graphics.html.

(编辑 杜秀杰)