

内啮合摆线转子压缩机齿型修正研究

冯诗愚¹, 高秀峰¹, 刘卫华², 李云¹, 王赞社¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 南京航空航天大学航空宇航学院, 210016, 南京)

摘要: 为了解决内啮合摆线转子压缩机的型线在修正前存在余隙容积大、无法铣削加工等问题, 以内外转子的齿数比为 6:7 为例, 采用共轭啮合的基本原理, 首先讨论了可与内转子完美啮合的外转子极限完美型线修正方法, 该方法可得到最小的余隙容积, 虽然实用化较为困难, 但可作为其他修正方法的判定界线. 进而提出了一种较简单并可实用化的圆弧型线修正方法, 该方法也可减小余隙容积, 同时可用普通的铣削方法加工, 能够大大降低加工的难度和成本. 这些修正方法的研究可为内啮合摆线转子的实际应用打下理论基础.

关键词: 内啮合; 转子压缩机; 型线修正; 摆线; 共轭

中图分类号: TH45 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)03-0326-04

Modification of Profile for Internal-Meshing Cycloid Rotary Compressor

Feng Shiyu¹, Gao Xiufeng¹, Liu Weihua², Li Yun¹, Wang Zanshe¹

(1. School of Power and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In accordance with fundamental theory of conjugate mesh, a perfect modification of profile (PMP) method was analyzed for a 6-teeth inner rotor and a 7-teeth outer one. The modified outer rotor could mesh with the inner rotor perfectly and the minimal dead volume could be achieved. Though PMP method can not be applied easily, it is the assessment boundary of other modification methods. Moreover, a feasible method called arc modification of profile (AMP) method was proposed. This method is much simpler and can be adopted in the practical machining process. AMP method could also obtain a smaller dead volume and the machining cost could decrease sharply. The present study of the profile modifications is useful for the application of internal-meshing cycloid rotary compressors.

Keywords: internal-meshing; rotary compressor; profile modification; cycloid; conjugation

文献[1-2]提出了一种可适用于高压比和高压差的内啮合摆线转子压缩机的运动机构, 该机构可用于跨临界二氧化碳制冷循环, 并建立了该压缩机工作容积的几何关系. 如图 1 所示, 该工作容积由 2 个转子构成, 内转子是短幅外摆线的等距线, 外转子采用多段圆弧型线, 内外转子绕各自的中心旋转, 通过相互接触的啮合点形成多个相互独立的工作腔.

从图 1 可看出, 原始结构有 2 个重要问题未被解决: 第 1, 当工作腔达到最小时, 其绝对容积并非

为 0, 存在一定的余隙容积, 随着转子转动, 余隙容积中的高压气体将和吸气孔连通发生膨胀, 从而降低了实际吸气容积, 特别是随着压比增加, 这种影响表现得越来越显著, 甚至会导致无法吸入被压缩工质; 第 2, 外转子由若干段齿顶圆和齿根圆直接连接而成, 连接处形成内尖角, 常规的铣削方法无法加工. 针对以上问题, 必须对外转子齿型进行修正以降低余隙容积, 同时期望能消除齿顶圆和齿根圆处的内尖角, 形成具有较大曲率半径的过渡曲线.

修正的方法很多,本文首先讨论理论上的极限完美型线修正方法(perfect modification of profile, PMP),然后再讨论一种可实用化的圆弧修正方式(arc modification of profile, AMP).本文的分析基于6/7齿,其他齿数不同的型线也可用类似方法推导.圆弧修正的最大修正圆半径以及如何判断修正圆弧是否会和内转子干涉等问题将在后续文章中进一步讨论.



图1 未修正型线的啮合示意图

1 PMP 型线修正

根据啮合原理,一条任意型线在满足一定的传动比要求下,总可以找到一条与之完美啮合的包络线^[3],即只要给定内转子型线,就可惟一得到对应外转子的极限啮合型线.该型线是任何修正方法的极限界线,这条外转子型线可以完美地修正外转子齿根底端,得到最小的余隙容积,在本文中称之为PMP修正方法.为了简化研究的复杂性,考虑到内转子型线具有对称性,故选取1/6段内转子型线进行研究(见图2),其方程可参见文献^[1].

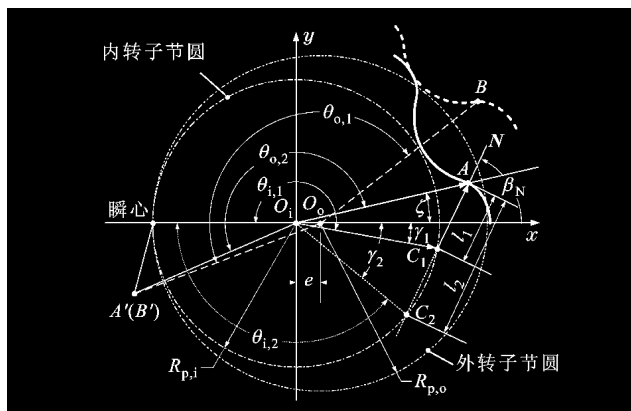


图2 PMP修正示意图

选取内转子型线上一点A,其发生角为 t ,通过A点作其法线 N 并和内节圆相交于点 C_1 和点 C_2 (当然,极限情况下该法线将和节圆相切,这时 C_1 和

C_2 重合).

A点的坐标为 $(x_{i,0}, y_{i,0})$, C_i 点的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{p,i} \cos(\gamma_i) \\ R_{p,i} \sin(\gamma_i) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $R_{p,i}$ 为内转子节圆半径; γ_i 为 C_i 点节圆对应的中心角.

由于内转子型线是短幅外摆线的等距线,因此该法线和 x 轴的夹角为

$$\beta_N = \arctan \left[-\frac{R \cos t - e Z_2 \cos(Z_2 t)}{R \sin t - e Z_2 \sin(Z_2 t)} \right] \quad (2)$$

式中: R, e, Z_2 分别为外转子齿顶圆弧中心点所在圆的半径、内外转子偏心距和外转子齿数^[1].

A、 O_1 和 C_i 点构成2个三角形,三角形各边为

$$\overline{O_1 A} = x_A + i y_A = x_{i,0} + i y_{i,0} \quad (3)$$

$$\overline{O_1 C_i} = (R_{p,i} \cos \gamma_i) + i (R_{p,i} \sin \gamma_i) \quad (4)$$

$$\overline{C_i A} = (l_i \cos \beta_N) + i (l_i \sin \beta_N) \quad (5)$$

显然

$$\overline{O_1 A} = \overline{O_1 C_i} + \overline{C_i A} \quad (6)$$

将式(3)~式(6)代入A点坐标,则

$$l_i^2 - 2(x_{i,0} \cos \beta_N + y_{i,0} \sin \beta_N) l_i + (x_{i,0}^2 + y_{i,0}^2 - R_{p,i}^2) = 0 \quad (7)$$

式(7)是一个关于 l_i 的一元二次方程,对方程求解则可得到 l_1 和 l_2 .

这样, C_i 点的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A - x_{C_i A} \\ y_A - y_{C_i A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i,0} - l_i \cos \beta_N \\ y_{i,0} - l_i \sin \beta_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

当内转子转动时,固结在内节圆上的点 C_i 和内转子型线上的点A也随之旋转,因为内节圆和内转子旋转的角速度是一致的,即点 C_i 和A旋转的角度是一致的.将 C_i 旋转到瞬心,这时内转子旋转的角度为 $\theta_{i,i}$,同样点A旋转到 A' ,其旋转的角度也是 $\theta_{i,i}$. $\theta_{i,i}$ 可以由下式求出

$$\theta_{i,i} = \pi - \gamma_i \quad (9)$$

$$\gamma_i = \Phi_{\text{DEG}} \left[\arctan \left(\frac{y_{i,0} - l_i \sin \beta_N}{x_{i,0} - l_i \cos \beta_N} \right) \right] \quad (10)$$

式中: $\Phi_{\text{DEG}}(\cdot)$ 是自定义的角度函数,该函数使求解出的角度在 $(0, 2\pi)$ 范围内,其值为实际象限对应的角度. C_1 和 C_2 点的情况略有不同,为了保证 $\theta_{i,i}$ 连续, γ_1 和 γ_2 的定义与计算略有差别. γ_2 也可以用式(10)计算,但如果求解出的 $\gamma_1 > \pi$,那么计算中取 $\gamma_1 = \gamma_1 - 2\pi$.图3是 $\theta_{i,1}$ 和 $\theta_{i,2}$ 随 t 变化的关系.由于内外转子传动比恒定,因此外转子转角 $\theta_{o,i}$ 可根据 $\theta_{i,i}$

求出.

当 A 点旋转到 A' 时, 内外转子型线啮合, 即外转子型线上的 B' 点和内转子型线上的 A' 点重合, B' 点由外转子型线上的 B 点旋转而来.

B' 点坐标和 A' 点坐标相同, 其坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{A'} \\ y_{A'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \end{bmatrix} = \mathbf{M}[\theta_{i,i}] \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} = \mathbf{M}[\theta_{i,i}] \begin{bmatrix} x_{i,0} \\ y_{i,0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{M}(\theta)$ 为旋转矩阵

$$\mathbf{M}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

外转子中心在 x 轴上, 外转子上旋转前的 B 点为

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} = \mathbf{M}(-\theta_{o,i}) \left(\begin{bmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

显然, 和内转子型线相啮合的外转子型线方程为

$$\begin{bmatrix} x_{o,0} \\ y_{o,0} \end{bmatrix} = \mathbf{M}(-\theta_{o,i}) \left(\begin{bmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于节圆和法线有 2 个交点(极限情况下只有一个切点), 因此和内转子啮合的包络线也有 2 条. 图 2 是交点 C_1 形成的包络线, 而图 4 是交点 C_2 形成的包络线, 可见 C_2 形成的包络线虽然也可以满足啮合方程, 但出现交叉情况, 并不能满足这里对外转子型线的要求. 以后对 C_2 形成的包络线将不再继续讨论.

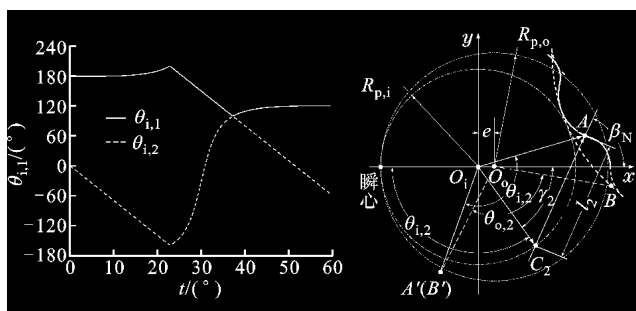


图3 $\theta_{i,1}$ 和 $\theta_{i,2}$ 随内转子型线发生角变化的关系

由于内外转子的角速度不等, 因此它们的齿之间并非一一对应啮合, 即使内转子的发生角 $t \in [0, 2\pi]$, 也只能生成外转子对应的 6 个齿, 如图 5a 所示, 从图中可见, 生成的外转子型线不封闭, 无法直接使用.

因此, 在 PMP 修正中, 需采用多段复合方法形成完整的型线, 即选取 $1/6$ 段内转子型线, 生成 $1/7$ 段外转子型线, 然后根据角度关系复制旋转多段后

得到完整的外转子型线. 在任意转角下, 其方程可描述如下:

内转子

$$\begin{bmatrix} x_{i,j} \\ y_{i,j} \end{bmatrix} = \mathbf{M}[\alpha_{i,j} + \theta_i] \begin{bmatrix} x_{i,0} \\ y_{i,0} \end{bmatrix} \quad (14)$$

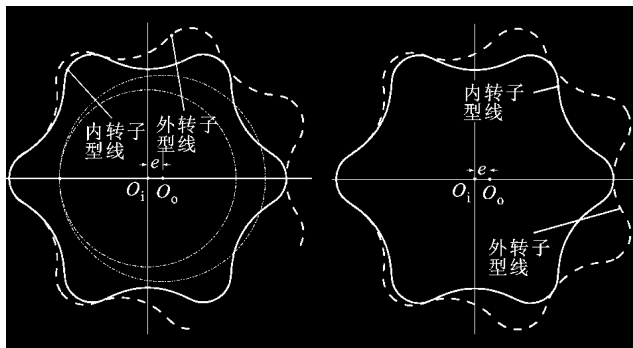
外转子

$$\begin{bmatrix} x_{o,j} \\ y_{o,j} \end{bmatrix} = \mathbf{M}[\alpha_{o,j} + \theta_o] \begin{bmatrix} x_{o,0} \\ y_{o,0} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: $t \in [0, 2\pi/Z_1)$, 同时

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{i,j} &= \frac{2\pi(j-1)}{Z_1} \\ \alpha_{o,j} &= \frac{2\pi(j-1)}{Z_2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

图 5b 是所生成的完整 PMP 型线. 应当看到, 采用 PMP 修正后, 外转子型线虽然是一条最理想的内转子对应的啮合曲线, 但其数学描述较复杂, 特别是经修正后余隙容积几乎为 0. 然而, 在实际应用中由于腔内总是存在润滑油, 这些油不可能完全被排出, 余隙容积会造成排气終了后再压缩阶段腔内油压陡升, 反而对工作不利(具体的原因本文将不再讨论), 因此 PMP 修正一般只作为其他方法的参考, 很难实际应用.



(a) 直接形成的外转子 (b) 多段复合得到的外转子

图5 PMP 修正外转子型线示意图

2 圆弧型线修正

圆弧修正是最常用的修正方式之一, 即采用一段和齿顶圆与齿根圆都相切的修正圆弧来修正外转子型线底端, 修正圆弧的半径为 r_4 , 如图 6 所示. 圆弧修正后的外转子在齿顶圆和齿根圆之间不再存在内尖角, 因此可用普通铣刀进行加工, 降低了加工费用. 此外, 虽然圆弧修正后排气終了时的余隙容积不为 0, 但比修正前的余隙容积大大减小.

与图 1 所示未修正的外转子型线相比, 新的圆弧修正型线除了多出 $2Z_2$ 段修正圆弧(Z_2 段上修正圆弧和 Z_2 段下修正圆弧)外, 齿顶圆和齿根圆的圆

弧角度范围也发生了变化,当然它们的基本方程还是一样的,可参见文献[1].

齿顶圆弧范围变为 $\phi \in [\phi_{AMP,min}, \phi_{AMP,max}]$

$$\phi_{AMP,min} = \pi - \arccos \left[\frac{(a+r_4)^2 + R^2 - (R_3 - r_4)^2}{2(a+r_4)R} \right] \quad (17)$$

$$\phi_{AMP,max} = \pi + \arccos \left[\frac{(a+r_4)^2 + R^2 - (R_3 - r_4)^2}{2(a+r_4)R} \right] \quad (18)$$

同样,齿根圆弧范围变为 $\varphi \in [\varphi_{AMP,min}, \varphi_{AMP,max}]$

$$\varphi_{AMP,min} = \arccos \left[\frac{R^2 + (R_3 - r_4)^2 - (a+r_4)^2}{2R(R_3 - r_4)} \right] \quad (19)$$

$$\varphi_{AMP,max} = \frac{2\pi}{Z_2} - \varphi_{AMP,min} \quad (20)$$

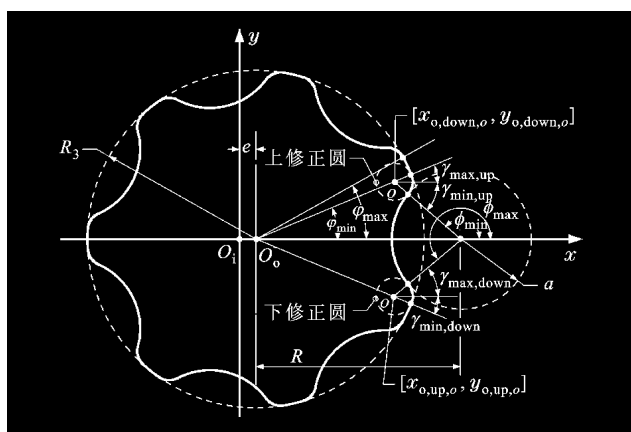


图6 圆弧型线修正外转子示意图

为了研究修正圆,首先考察第一齿在外转子转角 $\theta_0=0$ 时的情况,同时将外转子中心移动到坐标系中心,显然可见一个齿的齿顶圆需要2段修正圆弧和齿根圆连接,这里分别称它们为上修正圆和下修正圆。

上修正圆方程为

$$\begin{bmatrix} x_{o,up,0} \\ y_{o,up,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{o,up,o} + r_4 \cos \gamma \\ y_{o,up,o} + r_4 \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: $\gamma \in [\phi_{AMP,min} - \pi, \phi_{AMP,min}]$. 上修正圆中心为

$$\begin{bmatrix} x_{o,up,o} \\ y_{o,up,o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R^2 + (R_3 - r_4)^2 - (a+r_4)^2}{2R} \\ - \left\{ (R_3 - r_4)^2 - \frac{[R^2 - (a+r_4)^2 + (R_3 - r_4)^2]^2}{4R^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

下修正圆方程为

$$\begin{bmatrix} x_{o,down,0} \\ y_{o,down,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{o,down,o} + r_4 \cos \gamma \\ y_{o,down,o} + r_4 \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中: $\gamma \in [-\phi_{AMP,min}, \pi - \phi_{AMP,min}]$. 下修正圆圆心为

$$\begin{bmatrix} x_{o,down,o} \\ y_{o,down,o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R^2 + (R_3 - r_4)^2 - (a+r_4)^2}{2R} \\ - \left\{ (R_3 - r_4)^2 - \frac{[R^2 - (a+r_4)^2 + (R_3 - r_4)^2]^2}{4R^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

将第 j 段修正圆旋转后,将其中心移回到坐标 $(e,0)$,则任意转角下第 j 齿的上下修正圆方程分别为

$$\begin{bmatrix} x_{o,up,j} \\ y_{o,up,j} \end{bmatrix} = M[\alpha_{o,j} + \theta_0] \cdot \begin{bmatrix} x_{o,up,0} \\ y_{o,up,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} x_{o,down,j} \\ y_{o,down,j} \end{bmatrix} = M[\alpha_{o,j} + \theta_0] \cdot \begin{bmatrix} x_{o,down,0} \\ y_{o,down,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

3 结 论

(1)未修正的内啮合摆线转子型线余隙容积很大,而且很难用常规的铣削方法加工,为实际应用带来很大难度。

(2)PMP修正方法可保证内外转子完美啮合,得到最小的余隙容积,是其他修正方法的极限边界,但实际应用存在一定的难度。

(3)AMP修正方法用圆弧修正外转子型线底部,消除了内尖角,同时也降低了余隙容积.该方法已经在实际加工中得到了应用,取得了很好的效果。

参考文献:

- [1] 郁永章,张旭东.一种新型全平衡高强度转子式压缩机的几何关系[J].西安交通大学学报,2001,35(11):1193-1197.
Yu Yongzhang, Zhang Xudong. Geometry relations of a new rotary compressor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001, 35(11): 1193-1197.
- [2] 张旭东,郁永章.一种新型全平衡高强度转子式压缩机的受力分析[J].西安交通大学学报,2001,35(12):1305-1309.
Zhang Xudong, Yu Yongzhang. Mechanical analysis of a new rotary compressor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001, 35(12): 1305-1309.
- [3] 苏步青,华宣积,忻元龙.实用微分几何引论[M].北京:科学出版社,1986:150-151. (编辑 王焕雪)