

一般相关噪声下线性系统定区间平滑估计算法

陈嘉鸿^{1,2}, 韩九强¹, 张忠华², 张新曼¹

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 中国卫星海上测控部, 214431, 江苏江阴)

摘要: 针对机动目标跟踪中固定区间平滑估计算法对噪声相关性考虑不完全的问题, 提出了一种具有一般相关过程噪声与量测噪声的离散线性系统最优固定区间平滑估计算法. 该算法通过将固定区间内全部量测进行集中式扩维, 并对误差传递进行分析, 从而精确给出了误差间的相关性, 在线性无偏最小方差意义下对系统状态进行递推估计. 与不考虑相关性的卡尔曼平滑算法以及仅考虑量测相关性的正、逆向滤波融合平滑估计算法相比, 新算法在噪声的高斯分布假设下是最优的, 且随噪声相关性增强其优越性越明显. 仿真结果表明, 在相关系数为 0.36 时, 新算法的位置跟踪均方根误差比不考虑相关性和仅考虑量测相关性的平滑估计算法可降低 38%.

关键词: 目标跟踪; 相关噪声; 定区间平滑

中图分类号: TP271.8 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)08-0954-04

A Fixed-Interval Smoothing Algorithm for Linear Systems with General Correlated Noises

CHEN Jiahong^{1,2}, HAN Jiuqiang¹, ZHANG Zhonghua², ZHANG Xinman¹

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin, Jiangsu 214431, China)

Abstract: In view of on the incomplete consideration of noise correlation in the fixed-interval smoothing algorithm for maneuvering target tracking, an optimal fixed-interval smoothing algorithm is proposed for discrete-time linear system with general correlated measurement noises and process noises. Based on the linear unbiased minimum variance estimation theory, the new algorithm estimates the system states recursively by using the centralized expanding-dimension method with all measurements in the fixed interval, and calculates the correlations between the errors precisely using analysis of the error transfer property. Compared with the uncorrelated Kalman smoothing algorithm and the forward-backward filtering based fusion-smoothing algorithm in which only the measurement noises correlation is considered, the new algorithm is the best one under the hypothesis of Gauss distribution. Bigger the correlation coefficient is, more obvious the superiority of the new algorithm is. Simulation results show that when the correlation coefficient is 0.36, the root mean square error of position tracking of the new algorithm is decreased 38% or more compared with the uncorrelated and measurement correlated Kalman smoothing algorithm.

Keywords: target tracking; correlated noise; fixed-interval smoothing

在机动目标跟踪中, 由于平滑估计使用了更多的量测信息, 因而能够输出比滤波更精确地估计结果, 尤其是对在空间发射问题中, 一般需要对测量数

据进行精确的事后精度分析, 相对处理速度而言使用高精度的平滑处理方法更加重要.

不同时刻噪声之间的相关性为时间相关性, 同

一时刻不同噪声之间的相关性为空间相关性.目前,关于平滑算法的研究有基于 H_∞ 滤波算法^[1]和基于 Kalman 滤波的平滑算法^[2-7],其中以 Kalman 平滑的研究和应用更为广泛. Kalman 滤波及平滑的本质就是研究对噪声的抑制方法,而噪声的相关性是各种 Kalman 算法都无法回避的问题.现有的文献中对噪声相关性的假设各不相同,它们或假设不相关^[2],或假设部分空间相关^[3-6],或假设部分时间相关^[7],而同时考虑噪声时间和空间相关性(即一般相关性)的状态平滑估计尚少研究.然而,在现实状态估计系统中,噪声的一般相关性是存在的,即使是噪声不相关的连续系统,由于离散化过程的影响,量测噪声与过程噪声之间也将存在一定的时空相关性^[8].考虑到定区间平滑有效利用了所有量测信息,能够达到最优估计性能,本文提出了一种一般相关噪声下的离散线性系统定区间平滑估计算法.该算法通过对误差传递特性的分析,精确给出误差间的相关性,并在线性最小均方误差意义下对系统状态进行估计,与不考虑噪声相关性和仅考虑部分相关性的平滑算法相比,其估计性能具有明显的优越性.

1 问题描述

考虑如下离散线性系统

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1|k} \mathbf{X}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中: $k=1,2,\dots,N$ 为采样时刻; $\mathbf{X}_k \in \mathbf{R}^n$ (n 维实数空间) 为状态矢量; $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 为量测矢量; $\mathbf{F}_{k+1|k}$ 为 k 时刻向 $k+1$ 时刻的系统状态转移矩阵; $\mathbf{G}_k$ 为过程噪声矩阵; $\mathbf{H}_k$ 是为量测矩阵; $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^r$ 和 $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为过程噪声和量测噪声. 系统满足如下假设.

假设 1 状态转移矩阵可逆.

假设 2 $\{\mathbf{w}_k\}$ 、 $\{\mathbf{v}_k\}$ 是 0 均值相关高斯序列,其协方差阵已知

$$E\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j & \mathbf{v}_j \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{ij} & \mathbf{S}_{ij} \\ \mathbf{S}_{ij}^T & \mathbf{R}_{ij} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Psi_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k-i} \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \mathbf{G}_{k-i} & \cdots & \mathbf{H}_{k-i} \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \cdots \mathbf{F}_{k-2|k-1} \mathbf{G}_{k-2} & \mathbf{H}_{k-i} \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \cdots \mathbf{F}_{k-1|k} \mathbf{G}_{k-1} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{H}_{k-i+1} \mathbf{F}_{k-i+1|k-i+2} \cdots \mathbf{F}_{k-2|k-1} \mathbf{G}_{k-2} & \mathbf{H}_{k-i+1} \mathbf{F}_{k-i+1|k-i+2} \cdots \mathbf{F}_{k-1|k} \mathbf{G}_{k-1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1|k} \mathbf{G}_{k-1} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{G}_k & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{k+2} \mathbf{F}_{k+2|k+1} \mathbf{G}_k & \mathbf{H}_{k+2} \mathbf{G}_{k+1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \cdots \mathbf{F}_{k+2|k+1} \mathbf{G}_k & \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \cdots \mathbf{F}_{k+3|k+2} \mathbf{G}_{k+1} & \cdots & \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{G}_{k+j-1} \end{bmatrix}$$

假设 3 初始状态是具有均值 $\mathbf{X}_0$ 和协方差阵 $\mathbf{P}_0$ 的高斯随机向量,且初态误差 $\tilde{\mathbf{X}}_0$ 与 $\{\mathbf{w}_k\}$ 、 $\{\mathbf{v}_k\}$ 不相关.

若记所有量测扩维向量 $\mathbf{Z}_N = [\mathbf{z}_1^T, \mathbf{z}_2^T, \dots, \mathbf{z}_N^T]^T$, 下面的问题就是在已获得量测信息 $\mathbf{Z}_N$ 的情况下,需对 $\mathbf{X}_k$ ($k \leq N$) 进行平滑估计.

2 集中式平滑估计

根据最优融合估计理论^[9],在已知 $\mathbf{Z}_N$ 的情况下对 $\mathbf{X}_k$ 进行估计,不损失任何有效信息可将所有量测并行扩维,对状态进行最佳线性无偏估计.

记 k 时刻可用于状态估计的扩维量测为 $\mathbf{Z}_k = [\mathbf{z}_{k-i}^T, \dots, \mathbf{z}_k^T, \dots, \mathbf{z}_{k+j}^T]^T$ ($i \geq 0, j \geq 0$),以状态 $\mathbf{X}_k$ 为起点,由假设 1 可得正向和逆向量测递推方程

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+j} &= \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \mathbf{F}_{k+j-1|k+j-2} \cdots \mathbf{F}_{k+1|k} \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_{k+j} + \\ &\quad \mathbf{H}_{k+j} (\mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \cdots \mathbf{F}_{k+2|k+1} \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k + \cdots + \\ &\quad \mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \mathbf{G}_{k+j-2} \mathbf{w}_{k+j-2} + \mathbf{G}_{k+j-1} \mathbf{w}_{k+j-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k-i} &= \mathbf{H}_{k-i} \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \mathbf{F}_{k-i+1|k-i+2} \cdots \mathbf{F}_{k-1|k} \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_{k-i} - \\ &\quad \mathbf{H}_{k-i} (\mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \cdots \mathbf{F}_{k-1|k} \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1} + \cdots + \\ &\quad \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \mathbf{G}_{k-i} \mathbf{w}_{k-i}) \end{aligned} \quad (5)$$

对于定区间平滑问题满足 $i=k-1, j=N-k$, 记 k 时刻各扩维矩阵

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k-i} \mathbf{F}_{k-i|k-i+1} \mathbf{F}_{k-i+1|k-i+2} \cdots \mathbf{F}_{k-1|k} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1|k} \\ \mathbf{H}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{F}_{k+1|k} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{F}_{k+j|k+j-1} \mathbf{F}_{k+j-1|k+j-2} \cdots \mathbf{F}_{k+1|k} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{k-i} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{v}_k \\ \mathbf{v}_{k+1} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{k+j} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k-i} \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_{k+1} \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{k+j-1} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \mathbf{0}_{i,j} \\ \mathbf{0}_{1,i} & \mathbf{0}_{1,j} \\ \mathbf{0}_{j,i} & \Psi_2 \end{bmatrix}, \text{其中 } \mathbf{0}_{i,j} \text{ 表示 } i \text{ 行 } j \text{ 列零矩阵 (这$$

里假定过程噪声维数 r 、量测维数 m 皆为 1, 否则相应的零矩阵行数应乘以 m 、列数应乘以 r), 则有扩维后 k 时刻量测方程

$$Z_k = \Phi_k X_k + \Gamma_k W_k + V_k \quad (6)$$

若已知 $k-1$ 时刻的状态平滑估计 $\hat{X}_{k-1}$ (也可记作 $\hat{X}_{k-1|N}$) 及其协方差 P_{k-1} , 则由最佳线性无偏估计理论有状态一步预报为

$$\hat{X}_{k|k-1} = F_{k|k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (7)$$

状态一步预报误差为

$$\tilde{X}_{k|k-1} = X_k - \hat{X}_{k|k-1} = F_{k|k-1} \tilde{X}_{k-1} + G_{k-1} w_{k-1} \quad (8)$$

由于噪声一般相关性的存在, 前一步状态估计误差与噪声之间也存在相关性, 因此计算状态更新平滑增益 K_k 的重点在于求得状态估计误差的递推表达式

$$\tilde{X}_{k-1} = X_{k-1} - \hat{X}_{k-1} \quad (9)$$

记 I 为单位矩阵, 对于定区间平滑有 $W_1 = W_2 = \dots = W_N, V_1 = V_2 = \dots = V_N$, 经逐步代入后的误差传递可简记为

$$\tilde{X}_{k-1} = A_{k-1} \tilde{X}_0 + B_{k-1} w_{0:k-2} - C_{k-1} W_{k-1} - D_{k-1} V_{k-1} \quad (10)$$

式中

$$w_{0:k-2} = [w_0^T, w_1^T, \dots, w_{k-2}^T]^T \quad (11)$$

$$A_{k-1} = (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} (I - K_{k-2} \Phi_{k-2}) \cdot F_{k-2|k-3} \cdots (I - K_1 \Phi_1) F_{1|0} \quad (12)$$

$$B_{k-1} = [(I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} (I - K_{k-2} \Phi_{k-2}) \cdot F_{k-2|k-3} \cdots (I - K_1 \Phi_1) G_0, \dots, (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) G_{k-2}] \quad (13)$$

$$C_{k-1} = K_{k-1} \Gamma_{k-1} + (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} K_{k-2} \Gamma_{k-2} + \cdots + (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} (I - K_{k-2} \Phi_{k-2}) F_{k-2|k-3} \cdots (I - K_2 \Phi_2) F_{2|1} K_1 \Gamma_1 \quad (14)$$

$$D_{k-1} = K_{k-1} + (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} K_{k-2} + \cdots + (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-1|k-2} (I - K_{k-2} \Phi_{k-2}) F_{k-2|k-3} \cdots (I - K_2 \Phi_2) F_{2|1} K_1 \quad (15)$$

由假设 3 初始误差 $\tilde{X}_0$ 与噪声的无关性, 因此可得状态一步预报协方差为

$$P_{k|k-1} = F_{k|k-1} P_{k-1} F_{k|k-1}^T + G_{k-1} Q_{k-1,k-1} G_{k-1}^T + G_{k-1} (Q_{k-1,0:k-2} B_{k-1}^T - Q_{k-1,1:N-1} C_{k-1}^T - S_{k-1,1:N} D_{k-1}^T) \cdot F_{k|k-1}^T + F_{k|k-1} (Q_{k-1,0:k-2} B_{k-1}^T - Q_{k-1,1:N-1} C_{k-1}^T - S_{k-1,1:N} D_{k-1}^T)^T G_{k-1}^T \quad (16)$$

式中: $Q_{k,l,i,j}$ 表示矩阵 Q 的第 k 行到 l 行、第 i 列到 j 列子阵, 类似表示意义相同。

量测预报为

$$\hat{Z}_k = \Phi_k \hat{X}_{k|k-1} \quad (17)$$

量测新息为

$$\tilde{Z}_k = Z_k - \hat{Z}_k = \Phi_k \tilde{X}_{k|k-1} + \Gamma_k W_k + V_k \quad (18)$$

状态一步预报与量测新息的交互协方差为

$$\Lambda_k = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k-1}, \tilde{Z}_k) = P_{k|k-1} \Phi_k^T + \Omega_k \quad (19)$$

式中: $\text{cov}(\cdot)$ 为取协方差符号;

$$\Omega_k = G_{k-1} Q_{k-1,1:N-1} \Gamma_k^T + F_{k|k-1} (B_{k-1} Q_{0:k-2,1:N-1} - C_{k-1} Q_{1:N-1,1:N-1} - D_{k-1} S_{1:N-1,1:N}^T) \Gamma_k^T + F_{k|k-1} (B_{k-1} S_{0:k-2,1:N} - C_{k-1} S_{1:N-1,1:N} - D_{k-1} R_{1:N,1:N}) + G_{k-1} S_{k-1,1:N} \quad (20)$$

量测新息的协方差为

$$\Xi_k = \text{cov}(\tilde{Z}_k) = \Phi_k \Lambda_k + \Omega_k^T \Phi_k^T + \Gamma_k Q_{1:N-1,1:N-1} \Gamma_k^T + R_{1:N,1:N} + \Gamma_k S_{1:N-1,1:N} + (\Gamma_k S_{1:N-1,1:N})^T \quad (21)$$

则平滑增益为

$$K_k = \Lambda_k (\Xi_k)^{-1} \quad (22)$$

状态平滑更新为

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Z_k - \Phi_k \hat{X}_{k|k-1}) \quad (23)$$

状态更新估计协方差为

$$P_k = P_{k|k-1} - \Lambda_k (\Xi_k)^{-1} \Lambda_k^T \quad (24)$$

式(7)、(8)、(16)、(22)~(24)构成了本文具有—般相关量测噪声和过程噪声的离散线性系统集中式定区间平滑估计算法, 该算法完全基于最佳线性无偏估计理论, 因而在线性无偏最小方差意义下是最优的。

3 仿真实验

仿真实验在量测噪声和过程噪声同时具有一般相关性的情况下, 对本文所提噪声一般相关平滑(GRS)算法与量测相关平滑^[7](MRS)及 Kalman 平滑(KS)算法的跟踪性能进行了比较。

采用文献[7]所用算例, 不同的是运用了具有固定相关系数的相关量测和过程噪声, 并对噪声相关性较强和较弱 2 种情况(本文分别取相关系数 $\rho = 0.36$ 和 $\rho = 0.097$) 进行实验。考虑系统式(1)、式

$$(2), F_{k|k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_k = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}, X_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix},$$

$X_0 = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, H_k = [1 \ 0]$, 噪声协方差矩阵对角元素 $Q_{ii} = R_{ii} = 1$, 采样间隔 $T = 1$ s, 仿真时间 100 s, 结果取 $M = 100$ 次 Monte Carlo 仿真运行的统计结果。

平滑跟踪性能常以均方根误差(RMS)为指标,

位置和速度的 RMS 的计算公式分别为

$$e_p(k) = \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\tilde{x}_k(j) \tilde{x}_k(j)] \right)^{1/2} \quad (25)$$

$$e_v(k) = \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\tilde{\dot{x}}_k(j) \tilde{\dot{x}}_k(j)] \right)^{1/2} \quad (26)$$

式中: $\tilde{x}_k(j)$ 和 $\tilde{\dot{x}}_k(j)$ 分别为 k 时刻第 j 次的仿真位置估计误差和速度估计误差. 将式(25)、(26)对时间求平均, 分别有

$$\bar{e}_p = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_p(k) \quad (27)$$

$$\bar{e}_v = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_v(k) \quad (28)$$

图 1 是在 2 组相关系数下本文算法与 MRS 算法的位置跟踪均方根误差. 几种算法在 $\rho=0.36$ 时位置和速度估计误差的统计平均值比较见表 1. 由图 1 及表 1 可以看出, 本文算法的估计精度明显优于 MRS 和 KS 算法, 它们的差异随着相关性降低而减小. 在相关系数为 0.36 时, 本文算法的位置跟踪精度相对于其他 2 种算法提高可达 38%. 从算法推导过程可知, 当噪声不相关时三者估计精度是等价的. 另外从表 1 还可以看出, 当噪声的一般相关性较强时, MRS 算法的估计性能并不明显优于 KS 算法.

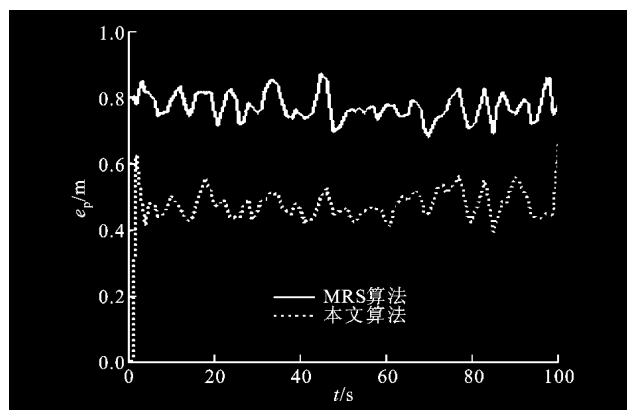
表 1 位置和速度时间平均均方根误差比较
($\rho=0.36$)

参数	本文算法	MRS 算法	KS 算法
$\bar{e}_p/\text{m}$	0.471 3	0.7681	0.763 4
$\bar{e}_v/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	0.468 3	0.491 3	0.476 1

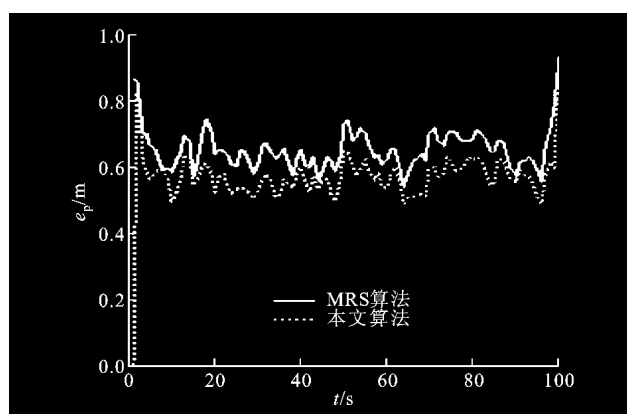
由于考虑了所有噪声的相关性, 并且有效信息得到了充分利用, 因此噪声相关性越强时, 本文算法越具有明显的优越性. 当过程噪声与量测噪声的互相关性以及过程噪声的自相关性变弱时, 本文算法与 MRS 算法的性能接近; 当所有噪声确实不相关时, 本文算法与 MRS 及 KS 算法等价. 虽然 MRS 考虑了量测的时间相关性, 但在噪声具有一般相关性时, 并不能保证它一定优于 KS 算法, 而 KS 算法的复杂度在 3 种算法中是最低的, 因此在工程应用中, 获得噪声先验相关系数的大小对选择哪种算法非常重要.

4 结 论

本文基于集中式量测信息融合的思想, 利用最



(a) $\rho=0.36$



(b) $\rho=0.097$

图 1 不同相关系数下本文算法与 MRS 算法的位置跟踪均方根误差

小方差线性无偏估计理论, 充分合理地运用了所有量测有效信息, 给出了具有一般相关量测噪声和过程噪声时的离散线性系统最优平滑估计算法. 本文算法具有一般性, 当噪声不相关时, 本文算法与 MRS 及 KS 算法等价, 当噪声具有一般相关性时, 本文算法的跟踪性能最优, 而 MRS 算法相对 KS 算法的跟踪性能不再具有明显的优越性, 相反 KS 算法的运算复杂度却更低. 数值仿真进一步验证了本文算法的有效性. 关于如何提高本文算法的运算效率, 是有待进一步研究的内容.

参考文献:

- [1] MIRKIN L, TADMOR G. Fixed-lag smoothing as a constrained version of the fixed-interval case [C]// Proceedings of the 2004 American Control Conference. Boston, Massachusetts, USA: American Automatic Control Council, 2004: 4165-4170.
- [2] DONALD C F, JAMES E P. The optimum linear smoother as a combination of two optimum linear filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,

- 1969, 14(8): 387-390.
- [3] SUN Shuli, MA Jing. Optimal filtering and smoothing for discrete-time stochastic singular systems [J]. Signal Processing, 2007, 87 (1): 189-201.
- [4] NAKAMORI S, HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PEREZ J. A general smoothing equation for signal estimation using randomly delayed observations in the correlated signal-noise case [J]. Digital Signal Processing, 2006 (16): 369-388.
- [5] HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PEREZ J. Linear smoothing for discrete-time systems in the presence of correlated disturbances and uncertain observations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(8): 1486-1488.
- [6] 邓自立, 石莹, 孙书利, 等. 快速次优固定区间 Wiener 平滑器算法[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 275-278.
- DENG Zili, SHI Yin, SUN Shuli, et al. Fast suboptimal fixed-interval Wiener smoothing algorithm [J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(2): 275-278.
- [7] 韩崇昭, 王洁, 李晓榕. 一般相关量测噪声下线性系统的平滑估计算法[J]. 西安交通大学学报, 2000, 34(9): 1-4.
- HAN Chongzhao, WANG Jie, LI Xiaorong. Smoothing algorithm for linear systems with general correlated measurement noises [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2000, 34(9): 1-4.
- [8] 左东广, 韩崇昭, 魏瑞轩, 等. 相关噪声情况下航迹的关联及融合算法[J]. 电子学报, 2002, 30(8): 1117-1120.
- ZUO Dongguang, HAN Chongzhao, WEI Ruixuan, et al. Tracks association and fusion in case of correlated noises [J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(8): 1117-1120.
- [9] LI Xiaorong, ZHU Yunmin, WANG Jie, et al. Optimal linear estimation fusion, part I: unified fusion rules [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(9): 2192-2208.

(编辑 刘杨)