

系统辨识的粒子群优化方法

王峰^{1,2}, 邢科义¹, 徐小平³

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安; 2. 西安交通大学理学院, 710049, 西安; 3. 西安理工大学理学院, 710048, 西安)

摘要: 研究了一种基于粒子群优化算法对系统进行辨识的新方法. 该方法的基本思想是将典型数学模型相互组合而构成系统模型, 即首先将系统结构辨识问题转化为组合优化问题, 然后利用粒子群优化算法同时实现系统的结构辨识与参数辨识. 为了进一步提高粒子群优化算法的辨识性能, 提出了一种改进的粒子群优化算法. 仿真结果表明, 给出的辨识算法是合理的, 虽然扰动对算法的性能以及辨识结果有一定的影响, 但利用文中所提出的改进粒子群优化算法仍然可以理想地辨识出系统的结构以及模型的参数, 且与已有辨识算法相比更加有效.

关键词: 结构辨识; 参数辨识; 粒子群优化算法; 组合优化

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)02-0116-05

A System Identification Method Using Particle Swarm Optimization

WANG Feng^{1,2}, XING Keyi¹, XU Xiaoping³

(1. State Key Laboratory for Manufacturing System Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. School of Sciences, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. School of Sciences, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: A new method was developed for system identification via particle swarm optimization (PSO) algorithm. Its essential reason is to employ classical models to transform the system structure identification problem into a combinational problem. A PSO algorithm is then adopted to implement the identification of the system structure and parameters. To enhance the identification performance of the PSO algorithm, an improved particle swarm optimization (IPSO) algorithm is also presented. Following the simulation results, the rationality of this identification algorithm is verified, and the structure of the system and the parameters of the model can be well identified with the presented IPSO algorithm although the performance of the algorithm and the identification efficiency are both affected when disturbance appears.

Keywords: structural identification; parametric identification; particle swarm optimization; combinatorial optimization

所谓系统辨识^[1]就是在对输入和输出观测的基础上, 在一类系统中确定一个与被识别系统等价的系统. 系统辨识的目的是掌握事物的规律, 并运用辨识结果解决实际问题^[2]. 现有的系统辨识方法^[3]均存在许多局限性, 它们一般都不能很好地同时处理结构与参数完全未知情况下的辨识问题.

1995 年, Kennedy 和 Eberhart 提出了一种新兴

的演化计算技术——PSO 算法^[4], 同其他算法相比, 具有思想简单、易于实现等优点, 在短短的时间里得到了很快发展, 并已成功应用于组合优化、模式识别等领域, 得到了广泛研究和应用^[5-10]为解决系统辨识问题提供了一条可能的途径.

本文提出将典型数学模型相互组合而构成系统模型, 再利用 PSO 算法同时实现系统的结构辨识与

参数辨识. 为了提高辨识精度, 采用了一种 IPSO 算法. 仿真实验验证了本文方法的合理性和有效性.

1 系统辨识问题描述

文中所讨论的系统辨识^[11], 就是在众多的子模型当中选取能够最佳地拟合样本数据的子模型组合, 并且确定该模型的参数.

现考虑一类多输入、单输出的静态系统. 设 y 是一个可以观测的系统输出变量, 有 m 个输入变量 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 可能对其产生影响, 系统获得的 n 组样本数据可描述如下

$$(y_i, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{mi}) \quad (1)$$

式中: x_{ji} 表示样本中第 i 组的第 j 个样本数据; y_i 表示第 i 组中的输出; $j=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$.

假定由样本数据所获得的模型为样本数据模型, 并且假设这样的模型是由各种可能的子模型相互叠加而成, 而且子模型是以元模型构成的.

定义 1 设有单变量 x_i , 它以 $f(x_i)$ 的形式对系统的输出产生影响, 则称 $f(x_i)$ 为单变量元模型.

例如: $f(x_1) = ae^{bx_1}$ 表示的元模型为指数函数, 输出变量 y 与 x_1 之间具有指数增长的关系, 其中 a 和 b 为元模型的参数.

假设单变量元模型的个数为 N_1 , 考虑到各输入变量可能会以各种模型的形式对输出变量产生影响, 此时样本数据模型可描述为

$$y = p_0 + \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{i=1}^m f_k(x_i) \quad (2)$$

式中: p_0 为常数项.

定义 2 设有变量 x_i 和 x_j , 它们以 $f(x_i, x_j)$ 的形式对系统的输出产生影响 ($x_i \neq x_j$), 并且 $f(x_i, x_j)$ 不可以分解为 $f(x_i) + f(x_j)$ 的形式, 则称 $f(x_i, x_j)$ 为双变量元模型.

例如: $f(x_1, x_2) = ax_1^b x_2^c$ 表示的元模型为生产函数, 输出变量 y 与 x_i, x_j 之间具有生产函数的关系, 其中 a, b 和 c 为元模型的参数.

假设双变量元模型的个数为 N_2 , 考虑到各输入变量的各种可能组合形式, 则由以上描述可知, 此时样本数据模型可以描述为

$$y = p_0 + \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{i=1}^m f_k(x_i) + \sum_{k=1}^{N_2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m f_k(x_i, x_j) \quad (3)$$

综上, 样本数据模型的一般形式可描述如下

$$y = p_0 + \sum_{k=1}^N M_k(x, p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{km_k}) \quad (4)$$

式中: $M_k(x, p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{km_k})$ 为由元模型以及变量所构成的第 k 个子模型, 且其中的 x 既可以表示单变量也可以表示多变量, $k=1, 2, \dots, N$; m_k 为 $M_k(x, p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{km_k})$ 的参数个数; p_{kj} 为 $M_k(x, p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{km_k})$ 中的第 j 个参数, $j=1, 2, \dots, m_k$; p_0 为常数项; N 为子模型个数.

2 基于改进的粒子群优化算法模型求解

本文所给的系统辨识方法可分解为子模型的选择(即系统结构辨识)问题和模型参数的辨识问题. 从众多子模型当中选择能够最佳拟合样本数据的子模型属于一类组合优化问题, 而对于所选择的一组数学模型, 其结构未知, 所以没有常规的方法可进行参数辨识, 并且参数辨识问题亦属于优化问题.

PSO 算法是一种全局随机优化算法, 目前已成功地应用于许多领域, 越来越受到人们的关注^[7-8], PSO 算法解决组合优化问题和参数寻优问题的能力为系统辨识提供了一种重要途径.

2.1 基本粒子群优化算法(BPSO)

BPSO 算法^[5]是一种基于群体的演化算法. 求解优化问题时, 首先在解空间内随机初始化粒子, 每个粒子都有自己的位置和速度, 还有一个由被优化函数决定的适应值. 在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己. 第一个极值是粒子本身所找到最优解, 叫做个体极值点(Pbest); 另一个极值是整个粒子种群目前找到的最优解, 称为全局极值点(Gbest). 设在一个 D 维空间搜索, 粒子 i 的信息可用一个 D 维向量来表示, 第 i 个粒子的位置可表示为 $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, 速度可表示为 $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$, 粒子搜索到的 Pbest 为 $\mathbf{P}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$, 整个粒子群搜索到的 Gbest 为 $\mathbf{P}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$. 在找到两个最优解后, 粒子可根据下式来更新自己的速度和位置

$$v_{id}(t+1) = v_{id}(t) + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}(t)) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}(t)) \quad (5)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \quad (6)$$

式中: $i=1, 2, \dots, N; d=1, 2, \dots, D$; c_1 和 c_2 是非负常数; r_1 和 r_2 是介于 $[0, 1]$ 的均匀分布随机数; $v_{id} \in [-v_{\max}, v_{\max}]$, $v_{\max}$ 是之前设定的最大速率; t 为当前迭代次数.

系统辨识的目的就是要使求得的系统输出 y

(t)尽量接近已知系统输出 $y_0(t)$,越接近说明拟合的效果越好,所以取如下准则函数^[12]为适应度函数

$$f = \sum_i [y(t) - y_0(t)]^2 \quad (7)$$

2.2 改进的粒子群优化算法(IPSO)

在实际应用当中,BPSO算法表现出了一些不尽人意的问題,这些问題中最主要的是容易产生早熟收敛、局部寻优能力较差等.从而,人们相继对BPSO算法进行了一系列的改进^[7-8].

Shi等^[13]给式(5)的速度项引入惯性权值 w ,即

$$v_{id}(t+1) = wv_{id}(t) + c_1r_1(p_{id} - x_{id}(t)) + c_2r_2(p_{gd} - x_{id}(t)) \quad (8)$$

陈贵敏等^[14]提出了惯性因子 w 递减策略,即

$$w = -(\omega_{\text{start}} - \omega_{\text{end}}) \left(\frac{t}{t_{\text{max}}} \right)^2 + \omega_{\text{start}} \quad (9)$$

式中: t_{max} 为最大迭代次数; ω_{start} 和 ω_{end} 分别是初始和最大迭代次数惯性因子.

苏晋荣等^[15]提出每次进行速度更新时,粒子除了对本身思考以及与另外一个粒子进行交流以外,还考虑了整个种群的平均信息,即将式(8)变为

$$v_{id}(t+1) = wv_{id}(t) + c_1r_1(p_{id} - x_{id}(t)) + c_2r_2(p_{gd} - x_{id}(t)) + c_3r_3(p_{ad} - x_{id}(t)) \quad (10)$$

式中: $\mathbf{P}_a = (p_{a1}, p_{a2}, \dots, p_{aD})$ 为第 t 代所有粒子的Pbest的平均值, p_{ad} 为 $\mathbf{P}_a$ 的第 d 个分量; c_3 是非负常数; r_3 为 $[0, 1]$ 之间的均匀分布随机数.

本文将式(6)、式(10)和式(9)结合起来给出IPSO算法,其具体实现过程如图1所示.

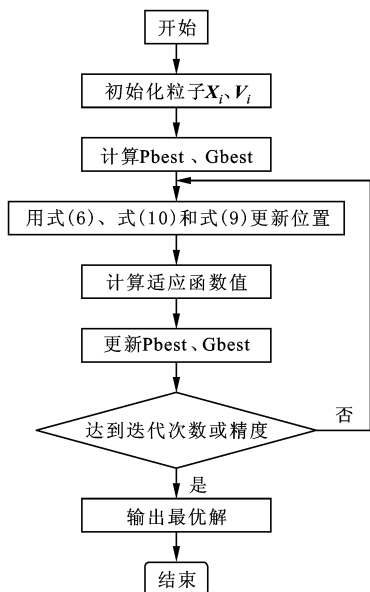


图1 算法流程图

3 元模型的选取

样本数据模型由各子模型组成,而各子模型以元模型与自变量组合而成,因此元模型的选取对系统辨识起着决定性的作用.元模型的选取应遵循以下原则:①常用性,即含相关领域中常出现的模型;②典型性,即不同模型具有不同的特点;③涵盖性,即通过元模型的组合,尽可能包含各种关系或规律.

本文在仿真研究中,选取了如下典型的元模型:

- (1)线性模型 $y = bx$;
- (2)指数函数模型 $y = ae^{bx}$;
- (3)幂函数模型 $y = ax^b$;
- (4)对数函数模型 $y = a \ln(b+x)$;
- (5)Gompertz模型 $y = ka^{b^x}$;
- (6)周期函数模型 $y = a \sin(b+cx)$.

4 仿真算例

例1:设系统模型为

$$y = 1 + 0.5x_1 + 0.2e^{-x_2} - 1.2 \times 0.2^{x_3} + 0.2 \sin(1 + 0.2x_4) \quad (11)$$

按式(11)产生30组数据,假设事先不知道模型的结构,选择该文所给的所有元模型进行模型辨识,辨识中IPSO算法的参数设置为 $N=15$, $\omega_{\text{start}}=0.95$, $\omega_{\text{end}}=0.4$, $t_{\text{max}}=1\,000$, $c_1=c_2=c_3=2$, $v_{\text{max}}=2$,所有参数的搜索范围初始化为 $[-2, 2]$.

利用BPSO和IPSO算法进行多次仿真后,选择一个较好的结果分别为

$$y = 1.020\,4 + 0.489\,7x_1 + 0.189\,3e^{-0.889\,0x_2} - 1.203\,6 \times 0.204\,0^{1.030\,2x_3} + 0.189\,1 \sin(1.101\,5 + 0.197\,3x_4)$$

$$y = 1.002\,6 + 0.495\,6x_1 + 0.202\,5e^{-1.0114x_2} - 1.198\,5 \times 0.202\,8^{0.988\,5x_3} + 0.201\,7 \sin(0.987\,8 + 0.201\,3x_4)$$

其最大偏差分别为0.023 9和0.008 5,均方差分别为0.011 5和0.002 8,拟合结果如图2所示.

从例1仿真结果可看出,在这种情况下,PSO算法可以理想地辨识出系统结构及模型参数,而用IPSO算法得到的结果优于用BPSO算法的结果.

例2:在按式(11)产生30组样本数据的基础上,按10%的概率在 $[-10\%, +10\%]$ 内产生随机扰动,辨识中粒子群算法的参数设置和例1中的相同.选择一个较好的辨识结果分别为

$$y = 0.972\,0 + 0.511\,5x_1 + 0.220\,3e^{-1.291\,0x_2} - 1.189\,7 \times 0.210\,5^{1.007\,2x_3} +$$

$$y = 1.002\ 1 + 0.501\ 1x_1 + 0.192\ 1e^{-1.011\ 6x_2} - 1.210\ 3 \times 0.204\ 1^{0.988\ 7x_3} + 0.197\ 9\sin(1.012\ 8 + 0.198\ 1x_4)$$

其最大偏差分别为 0.060 3 和 0.013 2,均方差分别为 0.038 2 和 0.004 9,拟合结果如图 3 所示.

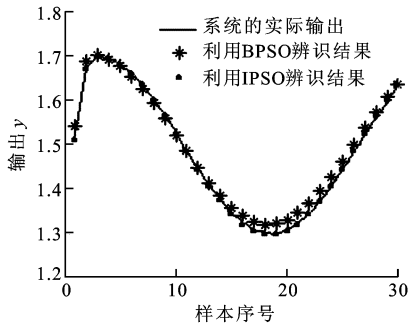


图 2 例 1 的系统辨识结果

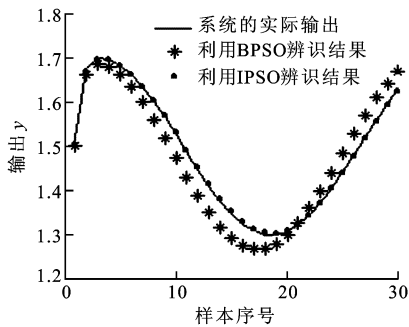


图 3 例 2 的系统辨识结果

从例 2 仿真结果可以看出,扰动的出现对算法的求解以及辨识的结果都有一定的影响,但利用该文提出的 IPSO 算法仍然可以较理想地辨识出系统的结构以及模型的参数,且得到的对模型的拟合效果和无扰动出现时变化不大.

为了进一步说明本文方法的有效性,再运用文献[11]的算法对上面例子进行仿真,其结果分别为

$$y = 0.974\ 3 + 0.506\ 0x_1 + 0.216\ 3e^{-1.020\ 5x_2} - 1.199\ 3 \times 0.196\ 5^{0.889\ 2x_3} + 0.197\ 9\sin(1.024\ 0 + 0.203\ 1x_4)$$
$$y = 1.010\ 6 + 0.495\ 7x_1 + 0.189\ 7e^{-0.896\ 0x_2} - 1.179\ 2 \times 0.194\ 6^{0.995\ 8x_3} + 0.189\ 4\sin(0.795\ 8 + 0.210\ 9x_4)$$

将这些结果与利用本文方法所得结果相比,利用本文方法的辨识结果所得的参数估计值更接近真

实值,辨识精度明显提高,但不能就此说明本文方法一定比利用遗传算法得到的结果好.在仿真过程中,本文方法避免了编码带来的麻烦,更容易实现.

5 结束语

本文针对多输入、单输出静态系统,给出了一种系统辨识的新方法,即在众多的典型数学模型当中选取能够最佳地拟样本数据的一组模型组合优化系统,运用 IPSO 算法同时实现系统的结构辨识和参数辨识.分别与利用 BPSO 算法和利用文献[11]中方法得到的辨识结果相比较,本文方法的辨识精度明显提高,且具有一定的鲁棒性,说明本文所给方法更有效,更适合工程实际的需要.

参考文献:

[1] 侯媛彬,汪梅,王立琦. 系统辨识及其 MATLAB 仿真[M]. 北京: 科学出版社, 2004.

[2] 李言俊. 系统辨识理论及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.

[3] 李秀英,韩志刚. 非线性系统辨识方法的新进展[J]. 自动化技术与应用, 2004,23(10):5-7.

LI Xiuying, HAN Zhigang. Advances in nonlinear system identification[J]. Techniques of Automation & Application, 2004,23(10): 5-7.

[4] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]// International Conference on Neural Networks. Perth, Australia; IEEE, 1995: 1942 - 1948.

[5] FUKUYAMA Y, LEE K Y, ESHARKAWI M A. Fundamentals of swarm techniques [J]. IEEE Power Engineering Society, 2002,15(1): 45-51.

[6] 潘峰,陈杰,甘明刚,等. 粒子群优化算法模型分析[J]. 自动化学报, 2006,32(3):368-377.

PAN Feng, CHEN Jie, GAN Minggang, et al. Model analysis of particle swarm optimizer[J]. Acta Automatica Sinica, 2006,32(3): 368-377.

[7] 杨维,李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. 中国工程科学, 2004,6(5):87-94.

YANG Wei, LI Qiqiang. Survey on particle swarm optimization algorithm [J]. Engineering Science, 2004,6(5): 87-94.

[8] 朱丽莉,杨志鹏,袁华. 粒子群优化算法分析及研究进展[J]. 计算机工程与应用,2007,43(5):24-27.

ZHU Lili, YANG Zhipeng, YUAN Hua. Analysis and development of particle swarm optimization [J]. Computer Engineering and Applications, 2007,43(5):

- 24-27.
- [9] OMRAN M, ENGEIBRECHT A P, SALMAN A. Particle swarm optimization method for image clustering [J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2005, 19(3): 297-321.
- [10] ZHANG H, TAM C M, LI H. Multimode project scheduling based on particle swarm optimization [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2006, 21(2): 93-103.
- [11] 刘树安, 唐非. 基于遗传算法的系统辨识方法研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 16(3): 134-139.
LIU Shu'an, TANG Fei. Study on system identification method based on genetic algorithms [J]. *System Engineering Theory and Practice*, 2007, 16(3): 134-139.
- [12] 冯培悌. 系统辨识[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
- [13] SHI Y, EERHART R. A modified particle swarm optimizer[C]//Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1998: 69-73.
- [14] 陈贵敏, 贾建援, 韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J]. *西安交通大学学报*, 2006, 40(1): 53-56.
CHEN Guimin, JIA Jianyuan, HAN Qi. Study on the strategy of decreasing inertial weight in particle swarm optimization algorithm [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2006, 40(1): 53-56.
- [15] 苏晋荣, 李兵义, 王晓凯. 一种利用种群平均信息的粒子群优化算法[J]. *计算工程与应用*, 2007, 43(10): 58-59.
SU Jinrong, LI Binyi, WANG Xiaokai. Particle swarm optimization using average information of swarm [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(10): 58-59.
- (编辑 杜秀杰)