

一种包含非理想维修的延迟时间模型

胡海军¹, 程光旭¹, 段权¹, 武玮¹, 胥聪敏²

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 西安石油大学材料科学与工程学院, 710065, 西安)

摘要: 针对延迟时间模型没有考虑维修效果对故障过程的影响的问题, 根据比例役龄消减模型的假设, 提出一种包含非理想维修的延迟时间模型. 首先假设检测维修的效果是非理想的, 而故障维修是理想的, 非理想维修效果会影响下一个维修过程中的缺陷及故障的瞬时发生率. 基于该假设, 提出无限使用期限下平均单位时间费用模型, 并利用数值模拟方法获得单位时间费用的特性. 研究表明: 非理想维修效果会增大无限使用期限下平均单位时间费用; 当检测维修效果接近理想维修时, 存在一个最优检测周期使得平均费用最小, 当提高因子减小时, 该最优周期不存在.

关键词: 延迟时间模型; 非理想维修; 比例役龄消减; 最优检测周期

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)06-0103-05

Delay Time Model Based on Imperfect Maintenance

HU Haijun¹, CHENG Guangxu¹, DUAN Quan¹, WU Wei¹, XU Congmin²

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. College of Material Science and Engineering, Xi'an Shiyu University, Xi'an 710065, China)

Abstract: The influence of imperfect maintenance on failure process has not been considered in the delay time model(DTM). Introducing the concept of proportional age reduction model, an improved DTM is proposed. It is assumed that the inspection maintenance is imperfect while the failure maintenance is perfect. Imperfect maintenance affects the instantaneous rates of defect and failure. The long-run average cost per unit time is derived from the assumptions. The numerical examples show that the imperfect maintenance heightens the long-run average cost per unit time, and an optimal inspection interval of cost minimization exists if the inspection maintenance is near to perfect maintenance, while the optimal interval disappears if the improvement factor decreases enough.

Keywords: delay time model; imperfect maintenance; proportional age reduction; optimal inspection interval

过程设备经常在苛刻的操作条件下长期运行, 由于老化、腐蚀、磨损等原因, 这些设备会发生意外故障并产生高额故障损失. 通常设备发生故障前都有一些明显的征兆(缺陷), 如腐蚀产物、疲劳裂纹、磨损颗粒等, 当这些损伤累积到一定程度时就会引起功能故障(简称故障)的发生. 如果在故障发生前进行检测, 则可以及时地发现设备的劣化情况并根据检测结果安排维修. 基于这一思想, Christer 等^[1]

提出一种延迟时间模型(DTM), 认为故障过程分缺陷发生阶段 $[0, u]$ 和缺陷发展导致故障阶段 $[u, u+v]$ (延迟时间阶段), 只有在第 2 阶段对设备进行检测才能发现缺陷并及时维修(如图 1 所示).

延迟时间模型在检测维修优化中有广泛的应用^[2-7]. 研究中的维修效果都认为是理想的, 设备经过维修后会达到“修如新”(GAN)的状态. 然而, 在实际中, 由于维修技术、资源和时间的限制, 维修活

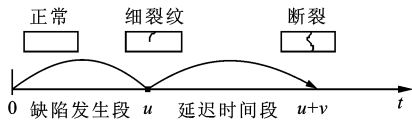


图1 延迟时间模型失效过程示意图

动并不能理想地修理所有缺陷,部分缺陷甚至不能修理,因此设备会更容易产生新的缺陷并更快导致故障。Pham等^[8]对非理想维修模型进行了详细的综述。比例役龄消减模型^[9]由于其灵活性在维修优化中有较多的应用^[9-11]。

本文根据比例役龄消减(PAR)模型的假设,提出一种包含非理想维修的延迟时间模型。首先假设检测维修是非理想的,而故障维修是理想的,非理想维修会影响下一个维修阶段的缺陷和故障的瞬时发生率。在此基础上,提出了无限使用期下的平均单位时间费用模型和可用度模型,并用数值模拟方法说明了模型的特性。

1 假设和符号说明

(1)缺陷在 u 时刻发生,初始的瞬时发生率为 $\lambda(u)$,概率密度为 $g(u)$,累积概率为 $G(u)$ 。如果在第 i 次检测时刻(t_i)进行非理想维修,修后瞬时速发生率为 $\lambda_{i+1}(u)$,概率密度为 $g_{i+1}(u)$,累积概率为 $G_{i+1}(u)$,其中 u 是距上一次维修的时间, $\bar{G}(u) = 1 - G(u)$ 。

(2)延迟时间 v 和缺陷发生时间 u 无关,故障的瞬时发生率为 $h(v)$,概率密度为 $f(v)$,累积概率为 $F(v)$ 。如果在第 i 次检测时刻(t_i)进行非理想维修,修后瞬时速发生率为 $h_{i+1}(v)$,概率密度为 $f_{i+1}(v)$,累积概率为 $F_{i+1}(v)$,其中 v 是距缺陷发生的时间, $\bar{F}(v) = 1 - F(v)$ 。

(3)检测能发现所有的缺陷,其效果是理想的,检测的周期为 T ,第 i 次检测的时刻为 $t_i(t_i = iT)$ 。

(4)如果检测发现缺陷,则进行检测维修,其效果是非理想的。如果发生故障,则进行故障维修,其效果是理想的,第 k 次检测维修发生在 τ_k 时刻($\tau_k = iT$)。

(5)非理想维修会将上两次维修间的运行时间($\tau_k - \tau_{k-1}$)缩短为 $(1-\rho)(\tau_k - \tau_{k-1})$,其中 ρ ($0 \leq \rho \leq 1$)是提高因子,表示维修效果。当 $\rho=1$ 时,维修效果是理想的。如果在 τ_k 时刻进行非理想维修,则维修后在 t 时刻的有效役龄为 $(t - \rho\tau_k)$ 。非理想维修会影响缺陷和故障的瞬时发生率。

(6)检测时间和维修(检测维修、故障维修)时间远小于故障时间($u+v$),忽略其对故障过程的影响。

(7) $\Delta(k)$ 、 Δ_i 分别为第 $(k-1)$ 次非理想维修后的累积磨损和在 $(i-1)T$ 时刻进行非理想维修后的累积役龄。

(8) $\lambda(k+1, u)$ 、 $h(k+1, v)$ 分别为第 $(k-1)$ 次非理想维修后,缺陷和故障的瞬时发生率。

(9) $\lambda_{i+1}(u)$ 、 $h_{i+1}(v)$ 分别为在 $(i-1)T$ 时刻进行非理想维修后,缺陷和故障的瞬时发生率。

(10) $P_m(k, T)$ 、 $P_b(k, T)$ 分别为在 kT 时刻发生检测维修的概率、在 $[(k-1)T, kT]$ 期间发生故障维修的概率。

(11) $R(x, T)$ 是检测周期为 T 时在任意时刻 x 的可靠度。

(12) C_i 、 C_p 、 C_f 分别为检测费用、检测维修费用和故障维修费用,其中 $C_i < C_p < C_f$ 。

(13) $C(k, T)$ 为在 $[(k-1)T, kT]$ 期间发生故障时的总费用。

(14) $C_E(T)$ 为检测周期为 T 、无限使用期限下更新周期内的平均费用期望。

(15) $L_E(T)$ 为检测周期为 T 、无限使用期限下更新周期长度期望。

(16) $C_0(T)$ 为检测周期为 T 、无限使用期限下平均单位时间费用。

(17) α_1 、 α_2 为威布尔分布的形状参数。

(18) β_1 、 β_2 为威布尔分布的位置参数。

通常假设缺陷和故障的瞬时发生率服从指数分布或威布尔分布。为简化建模过程,检测效果认为是理想的。另外,假设故障维修的效果是理想的,而检测维修的效果是非理想的。这种假设在工程中是合理的,如炼油厂会对换热器设备进行定期检测(非全面检测),为了节省检测和停机时间,只对已发现的缺陷(点蚀、结垢、保温层脱落等)进行简单处理。如果发生严重故障(泄漏、断裂、腐蚀穿透等),则需要对毁损部件进行更换或者大修,其他部件也会全面检测,并完全消除其中的所有缺陷,防止在下一个周期内发生重大故障。维修停机时间和检测停机时间通常远小于总故障时间,因此忽略其对故障过程的影响。

2 非理想模型

PAR模型认为第 k 次维修使得上次的运行时间($\tau_k - \tau_{k-1}$)变为 $\rho(\tau_k - \tau_{k-1})$,在 t 时刻设备的有效

役龄为 $(t - \rho\tau_k)$. 相当于在第 $(k+1)$ 维修阶段, 存在一个初始的累积役龄为 $\Delta(k+1) = (1-\rho)\tau_k$. 假设该累积役龄会改变第 $(k+1)$ 维修阶段的缺陷和故障的瞬时发生率, 经过第 k 次检测维修后, 缺陷的瞬时发生率为

$$\lambda(k+1, u) = \lambda(u + \Delta(k+1)) \quad (1)$$

其中 $\Delta(1)=0$, 故障的瞬时发生率为

$$h(k+1, v) = h(v + \Delta(k+1)) \quad (2)$$

如果第 k 次检测维修是由第 i 次检测引起的 ($\tau_k = t_i$), 那么定义在 iT 时刻进行非理想维修产生的累积役龄为

$$\Delta_i = \Delta(k+1) = (1-\rho)t_i \quad (3)$$

在 iT 时进行非理想维修后, 缺陷的瞬时发生率为

$$\lambda_{i+1}(u) = \lambda(u + \Delta_i) \quad (4)$$

在 iT 时进行非理想维修后, 故障的瞬时发生率为

$$h_{i+1}(v) = h(k+1, v) = h(v + \Delta_i) \quad (5)$$

因此, 在 iT 时刻进行非理想维修后, 缺陷的概率密度函数为

$$\begin{aligned} g_{i+1}(u) &= \lambda_{i+1}(u) \exp\left\{-\int_0^u \lambda_{i+1}(s) ds\right\} = \\ &= \lambda(u + \Delta_i) \exp\left\{-\int_0^u \lambda(s + \Delta_i) ds\right\} = \\ &= \lambda(u + \Delta_i) \exp\left\{-\int_{\Delta_i}^{u+\Delta_i} \lambda(s) ds\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

故障的概率密度函数为

$$f_{i+1}(v) = h(v + \Delta_i) \exp\left\{-\int_{\Delta_i}^{v+\Delta_i} h(s) ds\right\} \quad (7)$$

不发生缺陷的累积概率为

$$\begin{aligned} \bar{G}_{i+1}(u) &= \exp\left\{-\int_0^u \lambda_{i+1}(s) ds\right\} = \\ &= \exp\left\{-\int_{\Delta_i}^{u+\Delta_i} \lambda(s) ds\right\} \end{aligned} \quad (8)$$

不发生故障的累积概率为

$$\bar{F}_{i+1}(v) = \exp\left\{-\int_{\Delta_i}^{v+\Delta_i} h(s) ds\right\} \quad (9)$$

而且, $G_{i+1}(u) = 1 - \bar{G}_{i+1}(u)$, $F_{i+1}(v) = 1 - \bar{F}_{i+1}(v)$.

在第 k 个检测时刻, 当检测发现缺陷且缺陷还没发展成故障时, 将进行检测维修, 如果最后一次检测维修发生在 iT ($i < k-1$) 时刻, 那么缺陷在 $[(k-1)T, kT)$ 期间产生, 在 kT 前未导致故障 (如图 2 所示), 那么在 kT 时刻进行检测维修的概率为

$$P_r\{(k-i-1)T < u < (k-i)T \cap u+v > (k-i)T\} = \int_{(k-i-1)T}^{(k-i)T} g_{i+1}(u) \bar{F}_{i+1}((k-i)T-u) du \quad (10)$$

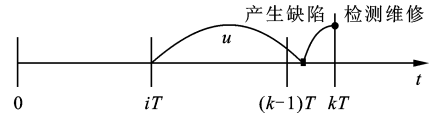


图2 检测维修示意图

最后一次检测维修发生在 iT 时刻的概率为 $P_m(i, T)$, 因此在 kT 时刻进行检测维修的平均概率为

$$P_m(k, T) = \sum_{i=0}^{k-1} P_m(i, T) \int_{(k-i-1)T}^{(k-i)T} g_{i+1}(u) \bar{F}_{i+1}((k-i)T-u) du \quad (11)$$

其中 $P_m(0, T)=1, k=1, 2, \dots$.

同理, 如故障在 $[(k-1)T, kT]$ 期间发生, 且最近一次检测维修发生在 iT 时刻, 则缺陷在 $[(k-1)T, kT]$ 间产生, 并且在 kT 前导致故障, 如图 3 所示. 考虑到最近一次检测维修可以发生在 iT 时刻, 则在 $[(k-1)T, kT]$ 进行故障维修的平均概率为

$$P_b(k, T) = \sum_{i=0}^{k-1} P_m(i, T) \int_{(k-i-1)T}^{(k-i)T} g_{i+1}(u) F_{i+1}((k-i)T-u) du \quad (12)$$

其中 $P_b(0, T)=1, k=1, 2, \dots$.

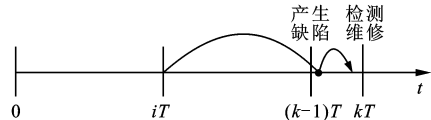


图3 故障维修示意图

如果设备在 x 时刻幸存 ($mT < x < (m+1)T$), 表明在 x 时刻没有产生缺陷, 或者在 $[mT, x)$ 期间产生缺陷, 但在 x 时刻前缺陷未导致故障, 如图 4 所示. 考虑到最近一次维修可以发生在 iT 时刻, 则 x 时刻设备的可靠度为

$$\begin{aligned} R(x, T) &= \sum_{i=0}^m P_m(i, T) \left(1 - \int_0^{x-iT} g_{i+1}(u) du + \int_{(m-i)T}^{x-iT} g_{i+1}(u) \bar{F}_{i+1}(x-iT-u) du\right) \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $mT < x < (m+1)T, k=1, 2, \dots$.

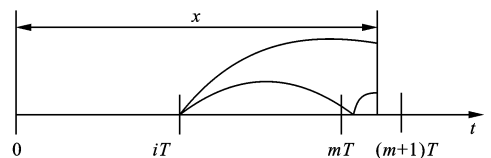


图4 未发生故障示意图

当 $\rho=1$ 时, 维修效果认为是理想的, 此时式 (13) 与文献[4]中给出的可靠度方程相同.

3 费用模型

根据假设,故障维修是理想的,可使设备恢复到“修如新”的状态,因此两次故障维修间的间隔可以等效为一个更新周期. 如果更新周期在 $[(k-1)T, kT]$ 间结束,则总的费用为

$$C(k, T) = (k-1)C_i + \sum_{i=1}^{k-1} P_m(i, T)C_p + C_f \quad (14)$$

$k = 1, 2, \dots$

故障可以发生在任一个检测周期,则无限使用期限下的更新周期费用期望为

$$C_E(T) = \sum_{k=1}^{\infty} C(k, T)P_b(k, T) \quad (15)$$

更新周期长度的期望为

$$L_E(T) = \int_0^{\infty} R(x, T)dx \quad (16)$$

根据更新理论,无限使用期限下单位时间平均费用为

$$C_{\infty}(T) = \frac{C_E(T)}{L_E(T)} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [(k-1)C_i + \sum_{i=1}^{k-1} P_m(i, T)C_p + C_f]P_b(k, T)}{\int_0^{\infty} R(x, T)dx} \quad (17)$$

4 数值模拟

$C_{\infty}(T)$ 的特性难以用解析的方法表示,因此采用数值模拟方法描述其规律. 假设缺陷和故障的瞬时发生率服从威布尔分布,且瞬时发生率严格递增,即

$$\lambda(u) = (\alpha_1/\beta_1)(u/\beta_1)^{\alpha_1-1} \quad (18)$$

$$h(v) = (\alpha_2/\beta_2)(v/\beta_2)^{\alpha_2-1} \quad (19)$$

式中: $\alpha_1 > 1; \alpha_2 > 1$.

选取故障过程分布参数 $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 6, \alpha_2 = 2, \beta_2 = 3$. 检测周期 $T = 2$, 提高因子 ρ 从1递减到0.8. 利用数值方法模拟 $[0, 30]$ 之间的可靠度,结果如图5所示,非理想维修会降低设备的可靠度,提高因子越小,可靠度降低程度越大. 由非理想维修引起累积役龄会加快缺陷的出现和故障的发生,故可靠度会比理想维修时低.

假设 $C_i = 100, C_p = 500, C_f = 2\,000$,而延迟时间模型参数 $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 2, \beta_2 = 4$. 在区间 $[0, 5\,000]$ 上模拟无限使用期限下的周期费用、周期长度的期望,步长为1. 由于经过几十个检测周期后,

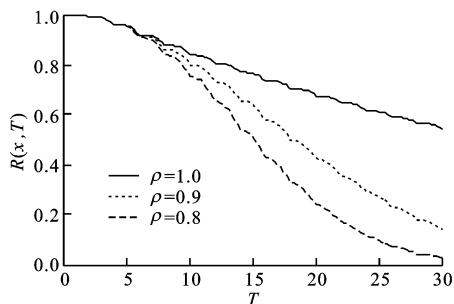


图5 $R(x, T)$ 与 T 的关系图

$P_m(k, T), P_b(k, T)$ 迅速的趋向于0,此时周期长度、周期费用都会趋于常数,因此给定的模拟区间是符合要求的. 过短的检测周期会急剧的增大计算量,而且在工程实际中检测周期通常大于缺陷发生时间($E(u) = 1.773$). 另外,如果检测周期过长,故障会在检测来临前发生($E(u+v) = 5.398$). 在模拟中检测周期会从1增加到15,步长为0.5,而提高因子从1变化到0.4,步长为0.3. 图6结果表明:更新周期长度随着检测周期增大而单调下降后趋于稳定;非理想维修会降低更新周期长度,提高因子越小,更新周期长度越小. 非理想维修降低了设备的可靠度,故周期寿命也会降低. 当检测周期大于期望故障时间时,故障会在检测到来前发生,此时期望更新周期长度会趋于常数. 图7结果表明:周期费用也会随着检测周期的增大而单调下降后趋于稳定;非理想维修效果会减少周期费用,提高因子越小,费用越小. 提高因子的降低会减小更新周期长度,总检测次数和检测维修次数也会减少,因而周期费用降低. 当检测周期大于期望故障时间时,检测周期的变化已经不会影响故障过程,因此周期费用趋于常数.

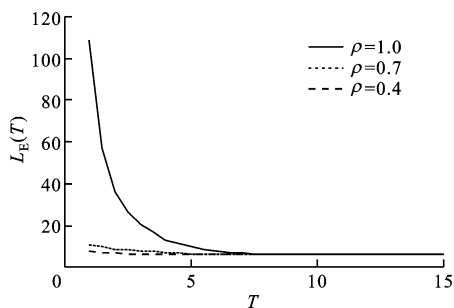
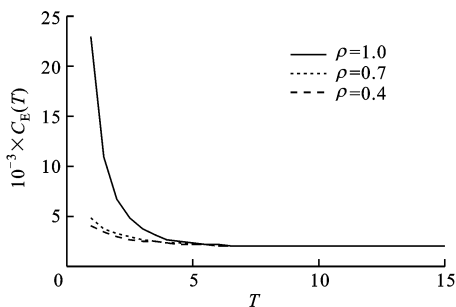
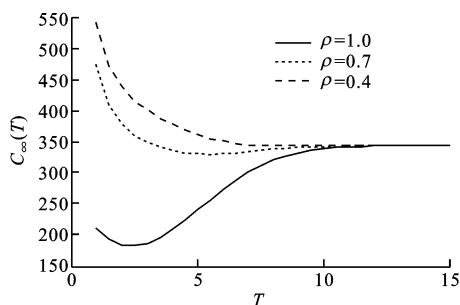


图6 $L_E(T)$ 与 T 的关系图

图8模拟了无限使用期限下单位时间平均费用 $C_{\infty}(T)$ 的特性. 随着检测周期的增大,单位时间平均费用会单调下降或先下降后上升,最后趋于常数,提高因子越小,单位时间平均费用越大. 尽管提高因

图7 $C_E(T)$ 与 T 的关系图

子的减小会同时降低更新周期长度和更新周期费用,但更新周期长度下降得更快,因此单位时间平均费用会增加。当检测维修效果接近理想维修时,存在一个最优检测周期使得单位时间平均费用最小,但如果提高因子降低足够多,该最优检测周期不存在。同理,检测周期大于期望故障时间时,单位时间平均费用趋于常数。

图8 $C_{\infty}(T)$ 与 T 的关系图

5 结 论

延迟时间模型在检测维修优化中具有广泛的应用,但该模型没有考虑非理想维修效果。根据比例役龄的假设,本文提出一种包含非理想维修的延迟时间模型,并假设检测、维修效果是非理想的,而故障维修是理想的,非理想维修引起的累积役龄会影响在下一个维修阶段的缺陷和故障的瞬时发生率。在此基础上,导出无限使用期限下平均单位时间费用模型,并用数值方法模拟其特性。模拟结果表明:

- (1)非理想维修会降低可靠度、更新周期长度、更新周期费用,但增加了平均单位时间费用;
- (2)当检测周期约大于故障时间期望时,检测周期长度和提高因子对故障过程的影响可以忽略;
- (3)当检测维修的效果接近理想维修时,存在一

个最优检测周期,使得平均单位时间费用最小,当提高因子减小时,该最优周期不存在。

参考文献:

- [1] CHRISTER A H, WALLER W M. Delay time models of industrial inspection maintenance problems [J]. Journal of the Operational Research Society, 1984, 35 (5): 401-406.
- [2] CHRISTER A H, LEE C, WANG W. A data deficiency based parameter estimating problem and case study in delay time PM modeling [J]. International Journal of Production Economics, 2000, 67(1):63-76.
- [3] WANG W. A two-stage prognosis model in condition based maintenance [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182(3):1177-1187.
- [4] AVEN T, CASTRO I T. A delay-time model with safety constraint [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 94(2):261-267.
- [5] BAKER R D, WANG W. Estimating the delay-time distribution of faults in repairable machinery from failure data [J]. IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry, 1992, 3(4):259-281.
- [6] CHRISTER A H, LEE C, WANG W, et al. The delay-time modeling of preventive maintenance of plant given limited PM data and selective repair at PM [J]. IMA Journal of Management Mathematics, 1998, 9 (4):355-379.
- [7] CHRISTER A H. Development in delay time analysis for modeling plant maintenance [J]. Journal of the Operational Research Society, 2000, 50(11):1120-1137.
- [8] PHAM H, WANG H. Imperfect maintenance [J]. European Journal of Operational Research, 1996, 94(3): 425-438.
- [9] SHIN I, LIM T J, LIE C H. Estimating parameters of intensity function and maintenance effect for repairable unit [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1996, 54(1):1-10.
- [10] JAYABALAN V, DIPAK C. Cost optimization of maintenance scheduling for a system with assured reliability [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1992, 41 (1):21-25.
- [11] MARTORELL S, SANCHEZ A, SERRADELL V. Age-dependent reliability model considering effects of maintenance and working conditions [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1999, 64(1): 19-31.

(编辑 杜秀杰)