

基于小世界原理的模型降阶优化研究

李小虎¹, 杜海峰², 庄健¹, 王孙安¹

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学公共管理与复杂性科学研究中心, 710049, 西安)

摘要: 为了克服模型降阶问题参数多且易陷入局部最优值的缺点, 借鉴社会网络中的小世界原理, 提出了基于十进制编码策略的局部短连接和随机长连接搜索算子, 进而构造了一种十进制编码的小世界优化算法(DSWA). 对稳定和非稳定线性系统的模型降阶优化进行了试验, 验证了 DSWA 算法求解的可行性和有效性. 区间固定与区间动态扩展策略的对比结果表明, 采用区间动态扩展策略要优于区间固定策略, 且 DSWA 算法能在一定程度上克服陷入局部最优值的问题. 此外, 通过对比所得优化模型与原始模型之间的误差值、时频域响应曲线等, 表明采用 DSWA 算法得到的降阶模型具有较优的逼近性能.

关键词: 小世界原理; 模型降阶; 优化算法; 十进制编码

中图分类号: O224 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)01-0108-06

Model Reduction Optimization Based on Small-World Principle

LI Xiaohu¹, DU Haifeng², ZHUANG Jian¹, WANG Sun'an¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Center for Administration and Complexity Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: There are many parameters in model reduction problems and some algorithms are prone to trap in local optimum. Based on the small-world principle in social networks, a decimal-coding local short-connection operator and a random long-connection search operator are proposed. Then a decimal-coding small world algorithm (DSWA) is designed, whose validity and feasibility are testified by the simulation of stable and unstable linear system model reduction. Comparing search-space fixation scheme with expansion scheme, the results indicate that search-space expansion scheme is better than search-space fixation scheme, and DSWA can avoid trapping in local optimum to a certain extent. And a comparison between the optimization model and the original model in the indicators of the error and the time-domain and frequency responses, exhibits the better approximate properties of the reduction model obtained by DSWA.

Keywords: small-world principle; model reduction; optimization algorithm; decimal-coding

模型降阶的主要目的是用一个低阶系统来逼近原始高阶系统, 它是控制工程领域中一个常见的多参数优化问题^[1]. 自 1966 年模型降阶技术提出之后, 出现了模态集结法、平衡降阶法、Pade 近似法和 Routh 近似法等传统降阶方法^[1-2], 这些方法多以数学计算和理论推导为基础, 往往只能获得局部最优解. 以进化算法为代表的仿生算法^[3]和以模拟退火

算法为代表的拟物算法^[4]在一定程度上克服了上述传统算法的缺陷, 在解决模型降阶问题时取得了较好的效果. 事实上, 人类社会蕴藏着许多优化机理, 小世界现象只是其中之一, 该现象揭示了仅依靠局部连接和少数随机长连接就可以发现社会网络最短路径的机理^[5]. 受此启发, 文献^[6]模拟小世界原理, 提出了一种“仿社会”的小世界优化算法(SWA), 并

用于解决函数的优化问题. 研究表明, SWA 算法具有种群多样性好、收敛速度快的特点, 能够有效克服遗传算法的欺骗问题, 但是将 SWA 算法应用在模型降阶等实际问题中的研究还比较少见.

本文在 SWA 的基础上, 提出了一种十进制编码的小世界优化算法(DSWA), 并用于模型降阶问题中. 针对模型降阶问题的特点和小世界原理, 阐述了模型降阶的小世界优化过程, 设计了基于十进制编码的局部短连接和随机长连接算子, 进而提出了相应的十进制编码的小世界算法. 采用频域最小二乘误差 L^2 范数作为性能评价标准, 分别用区间固定和区间动态扩展策略对典型的稳定、非稳定线性系统模型进行降阶试验, 并通过与多智能体遗传算法^[3](MGA)、人工免疫响应算法^[7](AIRA)等其他算法进行对比分析, 从而验证了本文算法的有效性.

1 模型降阶问题的数学模型

对于线性系统, 一个具有 $n > m$ 因果关系的高阶传递函数为

$$G_n(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_{n-1} s^{n-1} + s^n} \quad (1)$$

考虑用低阶模型逼近式(1)所示的原始系统, 即

$$H_p(s) = \frac{d_0 + d_1 s + \cdots + d_{p-1} s^{p-1}}{c_0 + c_1 s + \cdots + c_{p-1} s^{p-1} + s^p} \quad (2)$$

式中: m, n, p 均为正整数, 且 $p < n$. 模型降阶问题就是要确定 $H_p(s)$ 中的参数 $c_0, c_1, \dots, c_{p-1}, d_0, d_1, \dots, d_{p-1}$, 使最小二乘误差在频域中取最小值, 即

$$J = \sum_{i=0}^N |G_n(j\omega_i) - H_p(j\omega_i)|^2 \quad (3)$$

式中: $\omega_i (i=0, 1, \dots, N)$ 为采样频率; N 为设定的参数.

设由低阶模型中各个参数组成的向量

$$\mathbf{x} = (c_0, c_1, \dots, c_{p-1}, d_0, d_1, \dots, d_{p-1}) \in \mathbf{R}^{2p} \quad (4)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{2p})$ 和 $\underline{\mathbf{x}} = (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_{2p})$ 表示各参数的上下界; $2p$ 表示参数的维数, 则原模型降阶问题转化为求解 $\mathbf{x}$, 使 J 取得极小值. 当采样频率点数和待确定参数较多时, 该问题通常存在多个局部极小值, 考虑到 SWA 算法具有较强的寻优能力, 因此将其用于模型降阶.

2 十进制编码的小世界降阶算法设计

2.1 模型降阶的小世界优化过程

小世界现象源于心理学家 Milgram 在 20 世纪

60 年代有关“追踪美国社交网络中最短路径”的试验^[5], 相关结果表明社交网络中存在高效的信息传递路径. Kleinberg 通过构造二维小世界网络模型, 指出小世界现象中高效的信息搜索特性主要是依靠局部搜索实现的^[8]. 这些研究揭示了在社会网络中通过朋友间的局部短连接和少量的随机长连接, 可提高信息传递的效率, 为解决模型降阶的优化问题, 可模拟小世界现象中寻找短路径的原理.

对具有参数变量的式(3)进行优化时, 可根据优化问题的精度, 将可行参数解集 Ω 张成 $2p$ 维离散的社会网格空间, 即将 Ω 映射为社会网格空间的可行节点集 V . 因此, 初始化候选参数向量集 $\Omega_1 \subseteq \Omega$ 后, 每个 $\mathbf{x} \in \Omega_1$ 可视为社会网络空间中的一个候选节点 $v \in V$, 原模型降阶的优化过程就变成了网络空间中候选节点(候选参数向量)向最优节点(最优参数向量)进行信息传递的过程. 运用小世界现象中信息传递机理, 不断寻找更优节点替换当前节点, 直到找到最优节点, 整个过程采用小世界现象中的局部短连接和随机长连接搜索, 其中更强调局部短连接搜索, 以保证深度搜索, 即充分挖掘局部信息. 另外, 辅以随机长连接搜索, 体现广度搜索, 扩大信息在网络中的传递范围, 避免搜索过早陷入局部最优值, 从而提高算法的全局搜索能力. 显然, 每个节点都具有独立局域和一定的全局搜索能力, 并表现出良好的并行性. 在算法中由于不存在全局选择操作, 每个节点的信息都能够得到较好的保护, 因此提高了候选解集的多样性, 有利于解决类似模型降阶的多极值复杂问题.

2.2 十进制编码策略

考虑到模型降阶问题需优化的参数较多, 为避免采用二进制编码引起编码串长、解码和编码计算繁琐等问题, 本文采用一种十进制编码策略, 即参数变量的编码串采用 0~9 的排列.

将 Ω_1 网格化处理后映射为社会网络中的 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$, m 为节点数目, 其中节点 $v_i, v_j \in V$ 为 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \Omega_1$ 的编码. 当编码策略为十进制编码时, v_i 中第 r 维编码串为

$$v_r^i = v_1^i v_2^i, \dots, v_j^i, \dots, v_{l_i}^i; 0 \leq v_r^i < 10 \quad (i = 1, 2, \dots, m; r = 1, 2, \dots, 2p; j = 1, 2, \dots, l_i) \quad (5)$$

则该串中的第 j 位 $v_j^i \in \{0, 1, \dots, 9\}$, l_i 为编码串长度, 若与其对应的 $\mathbf{x}_i$ 的第 r 维变量的可行区间为 $x_r^i \in [\underline{x}_r^i, \bar{x}_r^i]$, 则对该维变量的十进制解码为

$$x_r^j = \underline{x}_r^j + (\bar{x}_r^j - \underline{x}_r^j) \sum_{j=1}^{l_i} (v_j^i \times 10^{-j}) \quad (6)$$

2.3 局部短连接和随机长连接搜索算子

当采用十进制编码时,节点间距离 $d(v_i, v_j) = \|v_i - v_j\|$ 为欧式距离. 将 v_i 的 l (比较小) 邻域的节点集合记为

$$\zeta^l(v_i) = \{v_j \mid 0 < \|v_i - v_j\| \leq l, v_j \in V\} \quad (7)$$

定义 v_i 的非 l 邻域的节点集合为

$$\bar{\zeta}^l(v_i) = \{v_j \mid l < \|v_i - v_j\|, v_j \in V\} \quad (8)$$

则在 v_i 的第 r 维参数的编码中,随着 j 的增大,串中各码位的权重系数逐渐减小,则各码位对参数值的影响也随之减小. 因此,若两节点串中排列靠前的码位不同,表明两节点互为各自的非邻域节点,仅排列靠后的码位不同,表明两节点互为各自的邻域节点. 依据文献[6]中的定义,局部短连接搜索算子 Ψ 是将信息从 $v_i(k)$ 传递给 $\zeta^l(v_i)$ 中与最优节点最靠近的 $v_i(k+1)$, 记为 $v_i(k+1) \leftarrow \Psi(v_i(k))$; 随机长连接搜索算子 Γ 是依概率在 $\bar{\zeta}^l(v_i)$ 中选取 $v_i'(k)$ 作为 $v_i(k)$ 的传递目标节点, 记为 $v_i'(k) \leftarrow \Gamma(v_i(k))$. 可将 x 的编码串 $v_1^i, v_2^i, \dots, v_{l_i}^i$ 从某一位置 l'_i 截为前后 2 个子串 $v_1^i, v_2^i, \dots, v_{l'_i}^i$ 和 $v_{l'_i+1}^i, v_{l'_i+2}^i, \dots, v_{l_i}^i$, 由于前者每位的权重系数要比后者大,此时改变子串 $v_1^i, v_2^i, \dots, v_{l'_i}^i$ 中任意 u 位即为随机长连接搜索, 记为 Γ^u , 其中 $u \leq l'_i$, 改变子串 $v_{l'_i+1}^i, v_{l'_i+2}^i, \dots, v_{l_i}^i$ 中的任意 w 位即为局部短连接搜索, 记为 Ψ^w , 其中 $w \leq l_i - l'_i$.

由于基于小世界原理的算法强调局部搜索,因此 l'_i 和 l_i 应满足关系 $l'_i \leq l_i$. 同时, Ψ^w 和 Γ^u 的执行频率受到概率参数 p_s 的影响,通常 $p_s > 0.5$, 以保证算法执行较多的局部搜索而非长连接搜索.

2.4 十进制编码的小世界算法流程

基于编码策略和算子设计,用于求解模型降阶问题(十进制编码)的小世界算法的基本流程如下.

步骤 1 初始化:设定节点集规模 m , 节点单维变量编码长度 l_i , 局部短连接搜索概率 p_s , 节点邻域大小 l , 节点 i 临时局部传递网格的节点数目 n_i , 同时设定终止条件,将最大允许搜索次数 $k_{\max}$ 作为终止条件. 随机产生十进制位串为初始节点集 $V(0) = \{v_1(0), v_2(0), \dots, v_m(0)\}$, 迭代次数 $k \leftarrow 0$.

步骤 2 计算函数评价价值:对 $V(0)$ 中所有节点按式(3)进行函数评价价值计算,找出其中最优节点 $v^*(0)$.

步骤 3 算法终止条件判断:如果满足条件,则输出

$v^*(k)$ 和最优函数评价价值,算法终止;否则,继续.

步骤 4 将节点集传递到备选节点集,即 $V'(k) \leftarrow V(k)$, $k \leftarrow k+1$.

步骤 5 对于每一个节点 $v_i'(k) \in V'(k)$, 重复 n_i 次以下操作:if $p_s > \text{rand}()$, 则执行局部短连接搜索: $v_i'(k+1) \leftarrow \Psi(v_i'(k))$, 得到备选节点集 $V'(k+1)$. 否则,执行随机长连接搜索: $v_i'(k+1) \leftarrow \Gamma(v_i'(k))$, 将搜索到的节点放入同一备选节点集 $V'(k+1)$.

步骤 6 将 $V(k)$ 添加到 $V'(k+1)$ 中, 对 $V'(k+1)$ 中节点按式(4)解码后,按式(3)进行函数值评估,在每个相应的节点位置选择 $v_i(k+1) \leftarrow v_i^*(k)$, 组成新一代节点集 $V(k+1)$, 找出当前函数评价价值最优的节点 $v^*(k)$, 并返回步骤 3.

其中, $\text{rand}() \in [0, 1]$, 为均匀分布的随机数. $V'(k)$ 与 $V(k)$ 同构, 主要用来保存当前参与小世界操作的节点, $V'(k+1)$ 用于保存局部短连接和随机长连接搜索到的节点, 最后再加入 $V(k)$ 节点中进行比较更新, 从而保证算法的稳定性和收敛性, $v^*(k)$ 为第 k 代搜索到的最优节点. 由于模型降阶问题中各个参数的具体取值范围未知, 为 $(0, +\infty)$ 或者 $(-\infty, +\infty)$, 算法中分别采用区间固定和区间动态扩展 2 种策略来对参数进行寻优, 区间动态扩展操作参见文献[9]中的方法.

3 试验与讨论

试验采用 DSWA 算法分别对典型的高阶稳定和非稳定线性系统进行模型降阶, 试验中算法的各个参数取值为 $m=30$, $l_i=12$, $n_i=3$, 由于算法采用十进制编码策略, 因此对节点采用按位均匀随机变异的策略, 来间接实现更多的局部搜索和少量的随机长连接搜索. 算法以 $k_{\max}=500$ 作为终止条件, 分别对需优化参数采用区间固定和区间动态扩展策略进行优化搜索.

3.1 稳定线性系统的降阶试验

一个带循环的分离器模型^[3]为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_d k_{r1} (\tau_{od} s + 1) e^{-\theta_d s}}{(\tau_r s + 1)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) - k_{r2} k_d (\tau_{od} s + 1) e^{-\theta_d s}} \quad (9)$$

其中各系数为 $k_d=1.45$, $k_{r1}=0.27$, $k_{r2}=0.28$, $\theta_d=0.29$, $\tau_{od}=0.37$, $\tau_r=1.36$, $\tau_1=1.96$, $\tau_2=0.43$.

由于系统包含时滞环节, 因此采用如下带时滞环节二阶模型逼近式(9)

$$H_2(s) = \frac{k_{2,p}(s + \tau_{2,z})}{a_{2,0} + a_{2,1}s + s^2} e^{-\tau_{2,d}s} \quad (10)$$

为了使模型与原始系统对单位阶跃输入具有相同的稳态响应,应满足 $H_2(0)=G(0)$. 因此,逼近模型中的参数 $a_{2,0}$ 可以间接确定,只需对其余 4 个参数 $a_{2,1}, k_{2,p}, \tau_{2,z}, \tau_{2,d}$ 进行优化求解. 选取在对数空间中均匀分布的 51 个频率值 $\omega_i = 10^{-2+0.1i}$ ($i=0,1,\dots,50$) 作为测试点.

对于稳定线性系统的参数,只需执行上限扩展操作. 试验首先采用 $[0,50]^4$ 、 $[0,100]^4$ 和 $[0,150]^4$ 3 个固定区间分别进行参数优化;然后采用区间动态扩展的策略,在该策略中给定初始搜索区间 $[0,0.1]^4$,区间扩展周期 $N_E=10$,动态扩展参数 $r \in [1.05,1.5]$,且随迭代次数线性衰减. 分别对各个区间(包括动态扩展)进行 30 次独立运行,得到的结果见表 1. 从表 1 中可以看出,采用区间固定策略时,在 $[0,50]^4$ 内可获得最小误差值,随着搜索区间的扩大,降阶模型精度下降,而采用区间动态扩展策略,误差值比 3 个固定区间更小. 上述结果表明,采用区间动态扩展策略的 DSWA 算法能取得较好的降阶模型.

图 1 为采用区间动态扩展策略得到的最优降阶模型中各参数值随迭代次数的变化情况,从图中可以看出,优化空间中存在大量的局部最优解,各个参数在寻优过程中不断地跳出局部最优,向全局最优解逼近,这表明 DSWA 算法具有较强的局部最优解跳出能力. 最优模型以及原始系统模型的频域响应曲线如图 2 所示,图中 2 条频域曲线几乎重合,特别是在低频段,表明 DSWA 算法所获得的优化模型具有良好的逼近特性.

3.2 非稳定线性系统的降阶试验

试验所用系统为一个非稳定、非最小相位的线性四阶系统,系统传递函数^[3]为

$$G(s) = \frac{60s^3 + 2.59 \times 10^4 s^2 + 6.85 \times 10^5 s - 2.5 \times 10^6}{s^4 + 105s^3 + 1.05 \times 10^4 s^2 + 4.5 \times 10^4 s - 5 \times 10^5} \quad (11)$$

考虑用下式二阶模型来逼近式(11)

$$H_2(s) = \frac{c_{2,1}s + c_{2,0}}{s^2 + b_{2,1}s + b_{2,0}} \quad (12)$$

选取 $\omega_i = 10^{-2+0.2i}$ ($i=0,1,\dots,60$) 共 61 个频率值作为测试点.

对于非稳定系统,逼近模型中 4 个参数的可行取值区间均为 $(-\infty, +\infty)$. 同样,分别采用区间固定和区间动态扩展策略,3 个固定区间为 $[-500,500]^4$ 、 $[-1\,000,1\,000]^4$ 和 $[-2\,000,2\,000]^4$,在区间动态扩展时,初始区间取为 $[-0.1,0.1]^4$. 区间扩展周期 $N_E=10$,扩展参数 r 的设置与稳定线性系统逼近试验相同. 分别进行 30 次搜索,所得结果见表 2. 从表 2 中可以看出:随着固定区间取值范围的扩大,所得最优逼近模型误差变大;采用区间动态扩展搜索可得到最优的逼近模型,其误差值比固定区间的误差值要小,表明对参数变量采用区间动态扩展策略能使 DSWA 算法获得较好的逼近特性. 图 3 给出了动态扩展时所得最优逼近模型和原始系统的单位阶跃响应曲线,图 3b 是对图 3a 中 0~0.5 s 之间的局部放大,从图中可以看出,优化模型与原始系统具有近似的时域响应曲线,表明该模型是原始高阶系统较理想的一个逼近模型.

表 3 列出了不同算法对非稳定线性系统逼近时得到的结果. 从表中可以看出,与 MGA、AIRA 进化算法相比,DSWA 同样具有良好的优化性能,能够得到与 2 种算法相当的逼近误差值,而与文献[9]中基于梯度的传统优化方法 GS 相比,DSWA 算法显然能获得误差更小的最优降阶模型,表明 DSWA 算法在一定程度上能够克服传统优化方法易陷入局部最优值的缺点.

4 结 论

本文将基于小世界原理的算法用于控制工程领域,是对小世界原理算法应用的尝试. 针对模型降阶涉及的优化参数较多、易于陷入局部最优、求解精度低等问题,分析模型降阶的小世界优化过程,采用十

表 1 稳定系统在不同区间的最优模型及误差

搜索区间	$[0,50]^4$	$[0,100]^4$	$[0,150]^4$	$(-\infty, +\infty)^4$
$H_2(s)$	$\frac{0.016(s+10.05)}{0.26+1.50s+s^2} e^{-0.51s}$	$\frac{0.011(s+13.04)}{0.22+1.33s+s^2} e^{-s}$	$\frac{0.003\,5(s+47.12)}{0.26+1.53s+s^2} e^{-0.47s}$	$\frac{0.035(s+3.35)}{0.18+1.09s+s^2} e^{-0.5s}$
误差	0.000 449 4	0.000 451 7	0.000 970 9	0.000 245 6

表 2 非稳定系统在不同区间的最优模型及误差

搜索区间	$[-500,500]^4$	$[-1\,000,1\,000]^4$	$[-2\,000,2\,000]^4$	$(-\infty,+\infty)^4$
$H_2(s)$	$\frac{132.31s-492.11}{s^2+13.10s-100.10}$	$\frac{125.0s-398.65}{s^2+13s-81.20}$	$\frac{160s-599.89}{s^2+16.43s-123.79}$	$\frac{128.57s-449.67}{s^2+12.93s-91.46}$
误差	8.815	8.836	10.129	8.797

表 3 不同算法的最优逼近模型及误差

算法	DSWA	MGA ^[3]	AIRA ^[7]	GS ^[9]
$H_2(s)$	$\frac{128.57s-449.67}{s^2+12.93s-91.46}$	$\frac{129.32s-451.01}{s^2+13.09s-91.81}$	$\frac{129.31s-450.94}{s^2+13.09s-91.79}$	$\frac{160.1s-492.15}{s^2+20.84s-129.2}$
误差	8.797	8.795	8.795	26.460

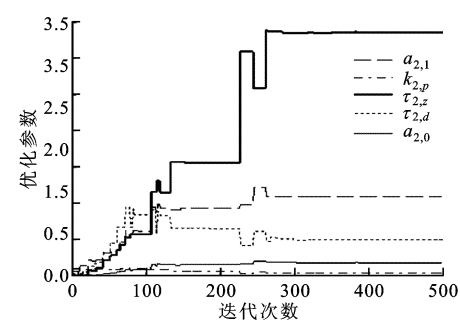


图 1 优化参数随迭代次数的变化情况

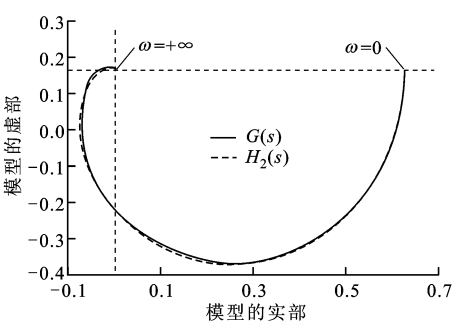
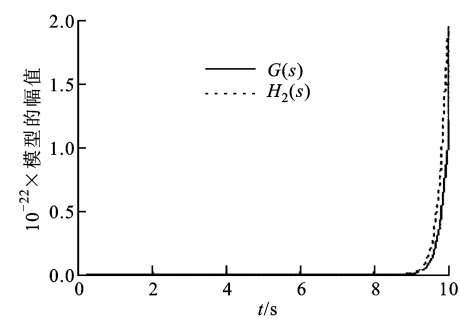
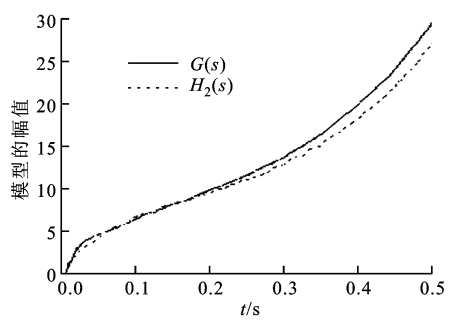


图 2 原始模型与优化模型的频域响应



(a) 0~10 s 的响应曲线



(b) 0~0.5 s 的响应曲线

图 3 2 种模型的单位阶跃响应曲线

进制编码机制,对局部短连接和随机长连接搜索算子进行设计,提出了一种十进制编码的小世界优化算法.为此,结合区间固定和区间动态扩展策略,分别对稳定线性系统和非稳定线性系统进行了模型降阶试验.试验结果表明:在对稳定和非稳定线性系统进行模型降阶时,随着固定区间的增大,DSWA 算法所获得的最优降阶模型误差变大,而采用区间动态扩展搜索策略可以获得更好的降阶模型.与 MGA 和 AIRA 算法相比,得到的精度比较一致,明

显优于传统的优化方法,证明了 DSWA 算法能够在一定程度上克服传统优化方法易陷入局部最优值的缺点.

致谢 感谢陈煜聪硕士在小世界优化算法改进方面所做的卓有成效的工作.

参考文献:

[1] JIHSHEG L, JAMES C H. Practical model reduction [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1987, 34(1): 70-77.

[2] BULTHEEL A, VAN BAREL M. Pade techniques for model reduction in linear system theory: a survey [J]. Journal of Computation and Applied Mathematics, 1986, 14(3): 401-438.

[3] ZHONG Weicai, LIU Jing, XUE Mingzhi, et al. A multi-agent genetic algorithm for global numerical optimization [J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, part B, 2004, 34(2): 1128-1141.

[4] 李令莱, 王凌, 郑大钟. 基于一类 SMSA 策略的模型最优降阶 [J]. 控制与决策, 2004, 19(8): 947-953.
LI Linglai, WANG Ling, ZHENG Dazhong. Optimal reduction of models based on a class of SMSA strategy [J]. Control and Decision, 2004, 19(8): 947-953.

[5] WATTS D. Six degrees: the science of a connected age [M]. New York, USA: WW Norton & Company, 2004: 19-100.

[6] 杜海峰, 庄健, 张进华, 等. 用于函数优化的小世界优化算法 [J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(9): 1011-1015.
DU Haifeng, ZHUANG Jian, ZHANG Jinhua, et al. Small-world phenomenon for function optimization [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2005, 39(9): 1011-1015.

[7] 公茂果, 杜海峰, 焦李成. 基于人工免疫响应的线性系统逼近 [J]. 中国科学: E 辑, 2005, 35(12): 1288-1303.
GONG Maoguo, DU Haifeng, JIAO Licheng. Linear system approximation based on artificial immune response [J]. Science in China: E, 2005, 35(12): 1288-1303.

[8] KLEINBERG J M. The small-world phenomenon and decentralized search [J]. SIAM News, 2004, 37(3): 1-2.

[9] GUO Tongyi, HWANG C. Optimal reduced-order models for unstable and nonminimum phase systems [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems: I, 1996, 39(9): 800-805.

(编辑 管咏梅)