

内变量参数辨识的灰色电价预测模型

雷鸣雳^{1,2}, 冯祖仁^{1,2}

(1. 西安交通大学系统工程研究所, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械
制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了改善传统的电价预测灰色模型 GM(1,1) 的预测精度, 提出一种内变量参数辨识的电价预测模型——PSOGM(1,1) 模型. 首先采用灰色微分方程建立模型内变量(发展系数、灰作用量、背景值权重系数、边值)与预测值之间的非线性内涵表达式, 然后采用粒子群算法(PSO)对内变量参数进行辨识, 得到问题的最优解, 建立 PSOGM(1,1) 模型. 与 GM(1,1) 模型相比较, PSOGM(1,1) 模型具有较快的收敛速度和更好的预测精度. 对北欧 NORDPOOL 电力市场历史电价数据的分析实验表明, PSOGM(1,1) 模型的短期电价平均预测精度为 94%, 较已有的几种典型改进 GM(1,1) 模型预测精度提高了 1%~3%.

关键词: 灰色模型; 粒子群算法; 电价预测

中图分类号: TM74 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)08-0085-05

A Grey Model to Predict Electricity Price with Internal Variable Parameters Identification

LEI Mingli^{1,2}, FENG Zuren^{1,2}

(1. Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A PSOGM (1,1) model is proposed with internal variable parameters identification to improve the precision of the traditional GM (1,1) model for electricity price forecasting in power markets. The intensional expressions that describe the nonlinear relations between internal variable parameters (such as developing coefficients, the grey inputs, the background weight parameters, and the boundary-values) and forecasting values are deduced. Then the particle swarm optimization algorithm (PSO) is adopted to identify the internal parameters. The optimal solution to the model is obtained and the PSOGM (1,1) model is generated. Comparisons with the traditional GM (1,1) model show that the PSOGM (1,1) model provides faster convergence rate and better prediction precision. Numerical results on the historical data of NORDPOOL power market show that the average precision of the PSOGM (1,1) model is 94% for short-term price forecasting, and is 1% to 3% higher than the traditional GM (1,1) model and other typical improved GM (1,1) models.

Keywords: grey model; particle swarm optimization; electricity price forecasting

1982 年我国著名学者邓聚龙教授提出了灰色预测理论^[1], 因其具有少数据、贫信息建模的优点, 已在电力市场电价预测^[2-5]等各方面得到了广泛应

用. 然而, 传统的灰色预测模型应用于平缓变化序列预测时可以取得满意的效果, 但对非平缓变化数据序列预测时误差较大. 因此, 通过优化边值和背景值

对 GM(1,1)模型进行改进一直是研究人员关注的焦点^[6-8].

本文推导了包含背景值权重系数、发展系数、灰作用量以及预测序列初始点数值的非线性函数关系式,应用粒子群优化算法参数进行辨识,建立了 PSO GM(1,1)模型.将该模型应用于北欧 NORD-POOL 电力市场的电价预测,并与文献中给出的几种改进 GM(1,1)模型进行比较,实验结果表明 PSO GM(1,1)模型具有较快的收敛速度和更好的预测精度.

1 传统 GM(1,1)模型

设原始非负数据序列 $\mathbf{X}^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N)]$, 其一次累加序列(1-AGO)为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}^{(1)} &= [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(N)] \\ x^{(1)}(k) &= \sum_{j=1}^k x^{(0)}(j) \quad k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: N 表示预测模型数据窗宽度. GM(1,1)模型的灰色微分方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}^{(0)}(k) + a\mathbf{Z}^{(1)}(k) &= b \\ \mathbf{Z}^{(1)}(k) &= gx^{(1)}(k-1) + (1-g)x^{(1)}(k) \\ k &= 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{Z}^{(1)}(k)$ 为模型背景值; g 为背景值权重系数, 通常取 $g=0.5$; a 为发展系数; b 为灰作用量.

模型的白化微分方程(影子方程)为

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (3)$$

根据方程(2), 利用最小二乘法(LSA)对参数 a, b 进行辨识

$$\left. \begin{aligned} [a \quad b]^T &= (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & -Z^{(1)}(3) & \dots & -Z^{(1)}(N) \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{Y} &= [x^{(0)}(2) \quad x^{(0)}(3) \quad \dots \quad x^{(0)}(N)]^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

解得影子方程(3)的解为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}^{(1)}(k+1) &= \left(\hat{x}^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \\ \hat{x}^{(1)}(1) &= x^{(0)}(1) \quad k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对式(4)进行一次累减运算(1-IAGO), 得原始数据序列预测值

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(k+1) &= \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \\ \hat{x}^{(0)}(1) &= \hat{x}^{(1)}(1) \quad k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(5)和(6)中: 如果 $k > N-1$, 计算结果为模型预

测值; 否则, 为模型拟合值.

2 内变量参数辨识 PSO GM(1,1)模型

2.1 内涵表达式

根据式(2)可得

$$\left. \begin{aligned} x^{(0)}(k) + a(gx^{(1)}(k-1) + \\ (1-g)x^{(1)}(k)) &= b \\ k &= 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

结合一次累加定义, 对式(7)进行简化

$$\left. \begin{aligned} x^{(0)}(k) &= \frac{b - ax^{(1)}(k-1)}{1 + a(1-g)} \\ k &= 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

进一步可求得

$$x^{(0)}(k) = \frac{b - ax^{(1)}(k-2) - ax^{(0)}(k-1)}{1 + a(1-g)} \quad (9)$$

由式(8)可解得

$$\left. \begin{aligned} x^{(0)}(k-1) &= \frac{b - ax^{(1)}(k-2)}{1 + a(1-g)} \\ k &= 3, 4, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$x^{(0)}(2) = \frac{b - ax^{(1)}(1)}{1 + a(1-g)} \quad (11)$$

将式(10)带入式(9), 整理得

$$\left. \begin{aligned} x^{(0)}(k) &= \left(\frac{1-ag}{1+a(1-g)} \right)^{(k-2)} x^{(0)}(2) \\ k &= 3, 4, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

综合以上推导, 可得原始数据序列预测代数表达式为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(k) &= \left(\frac{1-ag}{1+a(1-g)} \right)^{(k-2)} \left(\frac{b-ad}{1+a(1-g)} \right) \\ \hat{x}^{(0)}(1) &= d \quad k = 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为序列第 k 点的预测值; $d = \hat{x}^{(1)}(1)$ 为模型边值.

可见, 原始序列预测值为发展系数 a 、灰作用量 b 、背景值权重系数 g 以及边值 d 这 4 个参数的非线性函数.

2.2 PSO GM(1,1)模型

粒子群优化(PSO)算法是一种新的进化(EA)算法, 由 Kennedy 等人^[9]于 1995 年提出. 在此, 应用粒子群算法的非线性全局优化能力对参数 a, b, g 以及 d 进行辨识, 建立 PSO GM(1,1)预测模型. 参数辨识具体过程如下.

(1) 初始化粒子群:在 D 维空间中随机产生 m 个粒子. 粒子的位置向量和速度向量记为 $\mathbf{X}_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}\}$ 和 $\mathbf{V}_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}\}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, m$ (本文中取 $m = 50, n = 4$), 每个粒子在四维空间的坐标分别对应待辨识参数 a, b, g 和 d , 根据灰数信息覆盖原理确定待辨识参数取值范围

$$\left. \begin{aligned} a &\in \left[-\frac{2}{N+1}, \frac{2}{N+1}\right] \\ b &\in \left[-\frac{(N-1)d((N/3)(4N^2-1)-1)}{(N^2-1)^2}, d\right] \\ g &\in [0, 1] \\ d &\in [x^{(0)}(1), x^{(0)}(N)] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(2) 粒子适应值计算:以预测平均绝对百分比误差(P_{MAPE})为适应值

$$P_{\text{MAPE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|x_t(i) - x_f(i)|}{x_t(i)} \times 100\% \quad (15)$$

式中: $x_t(i)$ 、 $x_f(i)$ 分别为序列真实值与预测值.

粒子适应值函数定义为

$$f(a, b, g, d) = P_{\text{MAPE}} \quad (16)$$

(3) 最优值比较

if $f(a, b, g, d) < p_{\text{best}}$ then $p_{\text{best}} = f(a, b, g, d)$
if $f(a, b, g, d) < g_{\text{best}}$ then $g_{\text{best}} = f(a, b, g, d)$
其中, p_{best} 和 g_{best} 分别表示截止目前每个粒子的个体最好适应值及所有粒子的群体最好适应值.

(4) 粒子速度及位置更新

$$\left. \begin{aligned} v_{i+1} &= \omega v_i + c_1 r_1 (p_i - x_i) + c_2 r_2 (p_g - x_g) \\ x_{i+1} &= x_i + v_i \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: v_{i+1} 为更新后的粒子速度; x_{i+1} 为更新后的粒子位置; v_i 为当前粒子速度; x_i 为当前粒子位置; c_1 、 c_2 为加速度常数; r_1 、 r_2 为在 $[0, 1]$ 内变化的随机数; ω 为惯性权重系数, 常采用线性递减策略^[10]进行求解

$$\omega = \omega_{\text{ini}} - \frac{(\omega_{\text{ini}} - \omega_{\text{end}})G}{G_{\text{max}}} \quad (18)$$

式中: ω_{ini} 为惯性权重系数初始值; ω_{end} 为进化到最大代数时惯性权重系数值; G_{max} 为最大进化代数; G 为当前进化代数.

(5) 停止准则:若迭代次数达到预设的最大代数 G_{max} , 则停止辨识过程; 否则, 返回步骤(2)继续进行计算.

3 算例分析

分别采用本文模型、传统模型及文献[6-8] 模

型对北欧 NORDPOOL 电力市场的电价进行预测, 并对结果进行比较. NORDPOOL 电力市场每日电价 1 h 出清一次, 可形成 24 个水平时段的电价序列. 依据各时段电价序列分别预测下一日 24 个时段的电价, 可得下一日的预测电价. 所有电价的原始数据来自 NORDPOOL 电力市场主页. 根据 NORDPOOL 电力市场 2007 年 2 月的历史电价对同年 3 月分别进行小时前、日前电价连续预测, 结果如表 1、表 2 所示.

表 1 不同模型对 NORDPOOL 电力市场 2007 年 3 月各时段电价预测结果比较

预测时段	$P_{\text{MAPE}}/\%$				
	传统模型	文献[6]模型	文献[7]模型	文献[8]模型	本文模型
1	3.410 8	3.399 9	2.449 4	2.423 4	2.140 3
2	5.033 1	4.962 1	3.257 9	3.204 5	4.262 1
3	6.639 7	6.506 4	4.199 8	4.122 1	3.065 2
4	7.597 3	7.356 3	5.054 9	4.879 0	3.191 2
5	7.347 2	7.092 1	5.122 5	4.880 9	4.555 8
6	7.880 1	7.543 1	5.966 0	5.608 0	5.181 1
7	9.839 4	9.212 0	8.543 3	8.008 7	6.609 0
8	14.480 8	13.447 5	11.731 1	10.942 3	8.005 7
9	15.720 9	14.800 4	11.896 9	11.128 8	8.930 8
10	12.822 2	12.325 9	9.864 9	9.354 2	9.037 3
11	9.820 7	9.585 6	8.036 1	7.757 5	7.910 2
12	8.371 2	8.227 9	7.268 4	7.143 0	6.146 1
13	8.444 1	8.275 2	7.511 8	7.332 5	6.018 1
14	10.625 7	10.223 9	9.425 3	9.079 5	8.456 9
15	11.629 0	11.191 9	10.090 1	9.707 6	8.100 2
16	10.919 1	10.546 3	9.835 2	9.487 4	8.592 1
17	8.512 8	8.301 5	8.305 4	8.104 0	6.720 1
18	7.170 8	7.033 2	7.491 3	7.411 9	5.394 8
19	5.022 1	5.034 3	5.128 5	5.151 6	4.659 0
20	4.841 5	4.890 6	4.195 6	4.271 8	4.054 8
21	4.674 8	4.715 3	3.907 2	3.958 1	3.388 1
22	4.650 1	4.683 5	3.820 7	3.867 0	3.021 7
23	4.049 1	4.071 0	3.123 3	3.149 2	3.107 0
24	3.803 8	3.781 1	2.678 2	2.636 3	2.569 6
$\bar{P}_{\text{MAPE}}/\%$	8.054 4	7.800 3	6.621 0	6.442 1	5.546 6
$F_P/\%$	91.945 6	92.199 7	93.379 0	93.557 9	94.453 4

注: $\bar{P}_{\text{MAPE}}$ 、 F_P 分别表示 P_{MAPE} 的平均值和平均预测精度.

表 1、表 2 的预测结果说明, 本文模型的预测精度较传统模型以及文献[6-8] 模型提高了 1%~2%, 平均适应值降低了 1%~2%.

图 1 为采用本文模型对 2007 年 3 月 2 日低负

表 2 不同模型对 NORDPOOL 电力市场 2007 年 3 月各日电价预测结果比较

预测日期	$P_{\text{MAPE}}/\%$				
	传统模型	文献[6] 模型	文献[7] 模型	文献[8] 模型	本文模型
2007/3/1	5.632 8	5.902 8	2.385 5	2.602 1	5.095 9
2007/3/2	1.615 4	1.754 8	4.748 7	4.855 0	2.425 7
2007/3/3	4.393 7	4.392 4	5.803 1	5.832 7	3.565 7
2007/3/4	3.886 6	4.319 6	6.192 1	6.580 4	2.833 0
2007/3/5	10.381 0	10.603 4	4.984 5	4.786 4	9.234 6
2007/3/6	5.308 0	5.066 5	3.468 8	3.234 8	5.989 9
2007/3/7	5.657 3	5.385 3	2.973 1	2.839 7	1.733 1
2007/3/8	3.715 1	3.759 3	3.321 9	3.354 3	3.472 6
2007/3/9	2.369 4	2.363 1	4.162 0	4.193 6	2.362 9
2007/3/10	4.376 6	4.307 2	9.841 7	10.002 0	5.134 2
2007/3/11	3.583 3	3.649 4	10.018 7	10.488 2	3.135 9
2007/3/12	14.526 4	15.170 0	4.878 5	4.271 0	12.680 3
2007/3/13	3.003 1	2.832 3	6.037 0	5.756 2	3.641 2
2007/3/14	12.245 8	11.137 6	3.201 9	2.604 4	6.366 2
2007/3/15	2.314 8	2.323 8	2.012 2	2.021 0	2.029 9
2007/3/16	2.961 6	2.953 5	4.723 1	4.758 4	2.831 7
2007/3/17	8.175 9	8.256 5	9.117 1	9.214 8	8.220 2
2007/3/18	11.100 6	10.490 9	22.549 3	23.169 4	10.954 4
2007/3/19	25.799 4	27.562 7	11.820 3	9.941 9	9.678 5
2007/3/20	7.704 9	7.977 0	15.502 4	14.606 3	6.385 4
2007/3/21	40.809 4	32.230 7	10.575 1	6.937 4	19.285 0
2007/3/22	5.074 1	4.852 8	1.447 9	1.398 2	2.699 6
2007/3/23	5.282 1	5.335 0	6.224 1	6.251 7	5.357 0
2007/3/24	6.172 6	6.150 0	10.478 9	10.632 5	6.565 3
2007/3/25	4.049 9	4.615 7	10.265 2	10.938 8	3.140 4
2007/3/26	15.282 5	15.886 7	6.719 6	6.297 6	6.369 6
2007/3/27	5.012 4	4.628 7	8.156 2	7.684 4	5.291 4
2007/3/28	16.516 0	15.036 6	3.431 1	2.763 4	3.431 0
2007/3/29	3.948 9	3.860 6	3.697 0	3.736 7	2.783 0
2007/3/30	3.897 9	4.066 8	3.057 6	3.186 0	2.919 5
2007/3/31	4.889 9	4.937 2	3.456 0	3.473 2	4.417 4
$\bar{P}_{\text{MAPE}}/\%$	10.403 6	10.075 4	8.552 1	8.267 2	7.084 6
$F_{\text{P}}/\%$	89.596 4	89.924 6	91.447 9	91.732 8	92.915 4

荷段(3:00)、高负荷段(8:00)、平负荷段(16:00)的电价预测最佳适应值进化图.可以看出,在参数辨识过程中,粒子在较少代数内收敛到最优值,收敛速度较快.

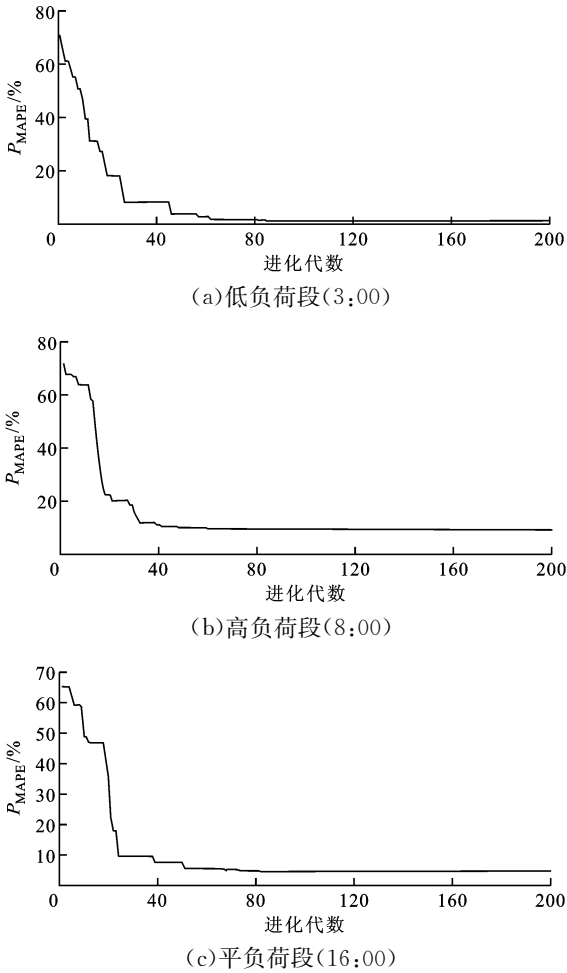


图1 2007年3月2日低负荷段、高负荷及平负荷段的电价预测最佳适应值进化图

4 结 论

本文应用粒子群算法的非线性全局优化能力对发展系数、灰色作用量、背景值权重系数以及边值这4个参数进行辨识,建立了PSO GM(1,1)预测模型.结合北欧NORDPOOL电力市场2007年3月2日各时段水平电价历史数据对本文模型进行验证,结果表明本文的PSO GM(1,1)预测模型较传统GM(1,1)模型以及文献[6-8]中改进模型的预测精度提高了1%~2%,并且具有较快的收敛速度,有效改善了灰色模型的预测效果,可用于电力市场短期电价预测.

参考文献:

- [1] DENG Julong. The control problem of grey systems [J]. Systems and Control Letters, 1982, 11(5): 285-294.
- [2] DU Songhuai, HOU Zhijian, JIANG Chuanwen. A new short-term grey forecasting procedure of spot

price [J]. Journal of Grey System, 2002, 14(4): 351-358.

- [3] MA Xin, HOU Zhijian, JIANG Chuanwen. Grey forecasting electricity forward price [J]. Journal of Grey System, 2003, 15(3): 263-266.
- [4] 程晓鑫,周渝慧. 基于灰色改进模型的电价预测[J]. 华北电力大学学报, 2006, 33(1): 47-50.
CHENG Xiaoxin, ZHOU Yuhui. Research on electricity price prediction based on improved grey model [J]. Journal of North China Electric Power University, 2006, 33(1): 47-50.
- [5] 吴兴华,周晖. 基于残差周期修正的灰色电价预测模型[J]. 电网技术, 2008, 32(8): 67-70.
WU Xinghua, ZHOU Hui. A grey model of electricity price forecasting based on period residual modification [J]. Power System Technology, 2008, 32(8): 67-70.
- [6] 党耀国,刘思峰,刘斌. 以 $x^{(1)}(n)$ 为初始条件的 GM 模型[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 132-135.
DANG Yaoguo, LIU Sifeng, LIU Bin. The GM models that $x^{(1)}(n)$ be taken as initial value [J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(1): 132-135.
- [7] 谭冠军. GM(1,1)模型的背景值构造方法和应用(I) [J]. 系统工程理论与实践, 2000, 3(4): 98-103.
TAN Guanjun. The structure method and application of background value in grey system GM(1,1) model (I) [J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2000, 3(4): 98-103.
- [8] 董奋义,田军. 背景值和初始条件同时优化的 GM(1,1)模型[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(3): 464-466.
DONG Fenyi, TIAN Jun. Optimization integrated background value with original condition for GM(1,1) [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(3): 464-466.
- [9] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C] // Proc IEEE Int Conf Neural Networks. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [10] 陈贵敏,贾建援,韩琪. 粒子群优化算法的惯性权重递减策略研究[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(1): 53-56.
CHEN Guimin, JIA Jianyuan, HAN Qi. Study on the strategy of decreasing inertial weight in particle swarm optimization algorithm [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(1): 53-56.