

测试性评估与验证的超几何分布法

马彦恒^{1,2}, 韩九强¹, 李刚²

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 军械工程学院光学与电子工程系, 050003, 石家庄)

摘要: 分析了现有故障检测率 R_{FD} 和故障隔离率 R_{FI} 验证方法存在的问题, 改用故障检测覆盖率 R_{FDC} 和故障隔离覆盖率 R_{FIC} 作为测试性指标参数, 提出了测试性评估与验证的超几何分布法. 基于故障检测(隔离)成功数的超几何分布, 利用极大似然法思想研究了 R_{FDC} (R_{FIC}) 指标的点估计方法, 利用贝叶斯公式研究了区间估计方法, 并给出了测试性验证规则. 仿真结果表明, 与传统的二项分布法相比, 对于样本总体确定情况下的测试性验证, 超几何分布法的评估和验证结果更加准确, 更加适应当前电子装备检测设备的特点, 适用于测试性指标 R_{FDC} 和 R_{FIC} 的评估和验证.

关键词: 测试性评估; 测试性验证; 超几何分布; 电子装备检测

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)03-0042-04

Hypergeometric Distribution Method for Testability Estimation and Demonstration

MA Yanheng^{1,2}, HAN Jiuqiang¹, LI Gang²

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Department of Optical and Electronic Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: The problems in present demonstration method of fault detection rate (R_{FD}) and fault isolation rate (R_{FI}) are analyzed, and the fault detection coverage percentage (R_{FDC}) and fault isolation coverage percentage (R_{FIC}) are taken as the testability estimation indexes instead of R_{FD} and R_{FI} . Therefore, a new hypergeometric distribution method is proposed for testability estimation and demonstration. Based on hypergeometric distribution, the maximum likelihood estimate method is applied in point estimation, and the Bayes formula is applied for interval estimation, hence a testability demonstration rule is provided. Simulation results show that the hypergeometric distribution method is more accurate than the conventional binomial distribution method for testability estimation and demonstration under certain samples. The proposed method is suitable for the estimation and demonstration of current electronic devices.

Keywords: testability estimation; testability demonstration; hypergeometric distribution; electronic device test

测试性这一术语是 1975 年由 F. Liour 等人提出的, 到 20 世纪 80 年代, 测试性已成为一门与可靠性、维修性并列的独立学科^[1]. 目前, 在我国的某些型号中已明确提出了测试性的定量要求, 如故障检测率(R_{FD})、故障隔离率(R_{FI})等. 如何进行测试性定量指标的评估与验证, 已经成为控制产品测试性水

平的一道重要关口.

R_{FD} 和 R_{FI} 是测试性的 2 个主要指标参数, 目前对 R_{FD} 和 R_{FI} 的评估、验证主要采用二项分布法和正态分布法^[2]. 这 2 种方法使用的前提条件为: ①样本总体(母体)所要检测和隔离的故障总数 N 、 N' 均为未知量; ②二项分布法要求测试性验证试验抽样

的故障样本量 n 充分大,要求抽样放回或抽样不放回时满足 $n/N < 0.1$; ③正态分布法要求样本量 $n \rightarrow \infty$ (此要求在工程上不现实. 当 $n \gg 1$ 且 $npq \gg 1$ 时, k 在 $np \pm npq$ 附近,近似误差最小,可以采用此法. 其中 p 为每次故障检测时的成功率, $q = 1 - p$).

现实情况是:一般的电子装备的机内测试设备(BIT)和自动测试设备(ATE)是设计师根据电子装备的功能原理、测点设置和确定的故障诊断方案等设计的,其所能检测和隔离的故障总数(即样本总体)是已知、确定的. 例如,大量 ATE 都采用了专家系统对电子装备进行故障检测和隔离,而专家知识库中的知识是由相关专家确定并固化到知识库中的,其所能检测和隔离的故障模式总数是已知和确定的. 另外,验证试验的样本总体(即故障模式集)一般是确定的,是由相关专家、研制方和订购方所共同协商确定的. 而且,有些测试性验证试验的样本是不放回的,所以要求 $n/N < 0.1$,而如果样本总体数量未知,这是很难保障的. 所以,原有的验证方法显然不太适用于上述情况下的测试性验证. 因此,本文根据目前电子装备测试设备的现状,提出了测试性评估与验证的超几何分布方法,以期对电子装备测试性验证与评估提供新的途径.

1 测试性定量指标参数及其关系

针对测试性验证目前存在的问题,本文改用故障检测覆盖率(R_{FDC})和故障隔离覆盖率(R_{FIC})这2个指标参数代替原有的 R_{FD} 、 R_{FI} 进行测试性评估与验证. R_{FDC} 和 R_{FIC} 的含义为:在已知故障样本总体的条件下,等概率地对故障样本进行抽样,那么所抽样的故障能被检测或隔离到规定单元的概率分别就是故障检测覆盖率和故障隔离覆盖率. R_{FDC} 和 R_{FIC} 的数学模型分别为

$$R_{FDC} = \left(\sum_{j=1}^k 1 / \sum_{i=1}^n 1 \right) \times 100\% \quad (1)$$

$$R_{FIC} = \left(\sum_{i=1}^m 1 / \sum_{j=1}^k 1 \right) \times 100\% \quad (2)$$

式中: k 为能检测的故障模式数; n 为被测项目的故障模式总数; m 为能隔离到规定单元的故障模式数.

如果依照 GJB1170.3—93^[3] 的样本分配方法,依据故障率的大小确定被测电子装备各组成单元样本分配的数量,从而确定故障模式样本总体中各故障模式在抽样试验中出现的频率,那么所抽样的故障能被检测或隔离到规定单元的概率分别就是 R_{FD} 和 R_{FI} ^[4]

$$R_{FD} = \left(\sum_{j=1}^k \lambda_{Dj} / \sum_{i=1}^n \lambda_i \right) \times 100\% \quad (3)$$

$$R_{FI} = \left(\sum_{i=1}^m \lambda_{Ii} / \sum_{j=1}^k \lambda_{Dj} \right) \times 100\% \quad (4)$$

式中: λ_i 为被测项目中第 i 个故障模式的故障率; λ_{Dj} 为能检测的故障模式故障率; λ_{Ii} 为能隔离到规定单元的故障模式故障率.

从以上的数学模型可以看出, R_{FDC} 、 R_{FD} 和 R_{FIC} 、 R_{FI} 之间既有联系又有区别: R_{FDC} 和 R_{FIC} 侧重于评估、验证测试设备在检测、隔离故障时,故障覆盖面的大小,而 R_{FD} 和 R_{FI} 则侧重于评估、验证测试设备在实际使用中对发生概率较高的故障的检测、隔离能力. 这2组指标的验证试验样本分配方法、指标参数评估、验证方法都不同,但当忽略故障率的影响,即假定被测对象各故障模式的故障率相同时,那么这2组指标就完全一样了.

当故障样本总体已知,且并不知道测试设备各单元故障率的真值时, R_{FDC} 、 R_{FIC} 比 R_{FD} 、 R_{FI} 更加适用,结果更加科学、精确.

下面,本文以 R_{FDC} 为例介绍其评估与验证的方法, R_{FIC} 的评估、验证方法与 R_{FDC} 类似(可利用此方法先对 $R_{FDC} \cdot R_{FIC}$ 进行评估、验证,然后转换为 R_{FIC} 指标即可). 使用此方法的前提为:样本总体已知且确定;样本抽取不放回.

2 R_{FDC} 的点估计方法

2.1 超几何分布

样本总体已知且确定、样本抽取不放回的测试性验证试验可以表示为:设样本总体为 N (例如专家知识库中有 N 个故障模式的检测知识,则此 N 个故障模式即为检测样本总体),测试设备真实能检测的故障模式数设为 M (则 R_{FDC} 真值为 $R_{FDC} = M/N$),现在从样本总体中任意抽取 n 个故障模式进行故障注入,那么这 n 个故障中能检测的故障数 x 是一个离散型随机变量, x 的概率分布为超几何分布,其数学模型为^[5]

$$P(X = k, M) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{M!(N-M)!(N-n)!n!}{(M-k)!k!(N-M-n+k)!(n-k)!N!} \quad (5)$$

2.2 点估计方法

对于测试性验证试验,故障样本总体 N 、抽样样本量 n 和能够检测的故障样本数 k 均已知,未知的是故障检测覆盖率真值 R_{FDC} . 下面介绍 R_{FDC} 的点估计方法.

因为 $R_{\text{FDC}} = M/N$, 所以只要求出 M 的点估计 $\hat{M}$ 即可. 在这里采用极大似然估计法, 其思想是: 选择待估计参数, 使得抽得的子样值出现的可能性最大, 用这个值作为未知参数的估计值^[6]. 超几何分布中的参数 M 是离散取值, 关于 M 的一阶差分为

$$\begin{aligned} P(X=k, M) - P(X=k, M-1) &= \\ \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k} / C_N^n - C_{M-1}^k C_{N-M+1}^{n-k} / C_N^n}{(M-k)! k! (N-M-n+k)! (n-k)! N!} - \\ \frac{(M-1)! (N-M+1)! (N-n)! n!}{(M-1-k)! k! (N-M+1-n+k)! (n-k)! N!} = \\ \frac{M! (N-M)! (N-n)! n!}{(M-k)! k! (N-M-n+k)! (n-k)! N!} \cdot \\ \left[1 - \frac{(N-M+1)(M-k)}{M[(N-M)-(n-k)+1]} \right] = \\ \frac{M! (N-M)! (N-n)! n!}{(M-k)! k! [(N-M)-(n-k)]! (n-k)! N!} \cdot \\ \frac{Nk - Mn + k}{M[(N-M)-(n-k)+1]} \quad (6) \end{aligned}$$

因为 $N-M \geq 0, N-n \geq 0, M-k \geq 0, (N-M)-(n-k) \geq 0, n-k \geq 0$, 所以

$$\frac{M! (N-M)! (N-n)! n!}{(M-k)! k! [(N-M)-(n-k)]! (n-k)! N!} > 0$$

现在考虑

$$\frac{Nk - Mn + k}{M[(N-M)-(n-k)+1]} \quad (7)$$

当 $M \neq 0$ 时, 式(7)的分母大于 0. 若令式(7)的分子为 0, 计算得 $M = \frac{(N+1)k}{n}$, 此时式(6)也等于 0, 而当 $M < \frac{(N+1)k}{n}$ 时, 式(7)的分子大于 0, 则式(6)大于 0, $P(X=k, M)$ 为 M 的单调增函数. 当 $M > \frac{(N+1)k}{n}$ 时, 式(7)的分子小于 0, 则式(6)小于 0, $P(X=k, M)$ 为 M 的单调减函数.

$P(X=k, M)$ 关于 M 的函数形状与正态分布函数形状相似, 如图 1 所示, 4 条曲线 f_1, f_2, f_3 和 f_4 为 (N, n, k) 分别取 $(100, 20, 8), (100, 80, 60), (100, 20, 4)$ 和 $(100, 80, 20)$ 时, $P(X=k, M)$ 关于 M 的函数曲线.

从上面的推导和图 1 都可以得出, 当 $M = \frac{(N+1)k}{n}$ 时, 抽得的子样值 $x=k$ 出现的可能性最大, 所以 M 和 R_{FDC} 的点估计值分别为

$$\hat{M} = \text{round}\left[\frac{(N+1)k}{n}\right] \quad (8)$$

$$\hat{R}_{\text{FDC}} = \hat{M}/N = \text{round}\left[\frac{(N+1)k}{n}\right]/N \quad (9)$$

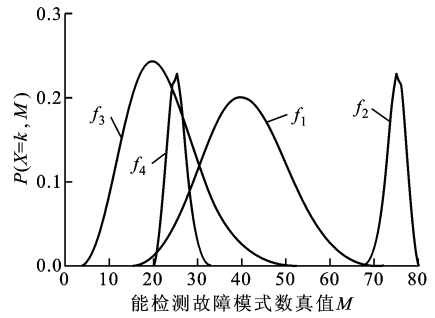


图1 超几何分布函数的拟合曲线图

式中: $\text{round}()$ 为四舍五入函数.

3 R_{FDC} 区间估计方法

由于超几何分布的复杂性, 要想采用一般的区间估计方法建立分布参数 M (或 R_{FDC}) 与统计量之间的函数关系非常困难. 因此, 本文利用贝叶斯公式来求取 M 的区间估计值.

由样本总体 N 、抽样样本量 n 和实际检测出的故障样本量 k 可知, 测试设备能检测的故障模式数真值 M 满足

$$k \leq M \leq N - n + k \quad (10)$$

定义事件 M 为: 在样本总体 N 中, 测试设备能检测的故障模式数真值. 那么, M 的取值空间 Ω 可划分为 $k, k+1, k+2, \dots, N-n+k$, 计为 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{N-n+1}$ (即诸 $\{M_i\}_{i=1}^{N-n+1}$ 两两互斥, 且 $\sum_{i=1}^{N-n+1} M_i = \Omega$). 定义事件 k 为: 在抽取的 n 个样本中, 实际检测出的故障样本量. 由贝叶斯公式得^[5]

$$\begin{aligned} P(M_j | k) &= P(M_j) P(k | M_j) / \\ &\sum_{i=1}^{N-n+1} P(M_i) P(k | M_i) \\ j &= 1, 2, \dots, N - n + k \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$P(k | M_j) = P(X = k, M) = C_{M_j}^k C_{N-M_j}^{n-k} / C_N^n \quad (12)$$

$P(M_j)$ 为先验概率, 可由类似产品或专家经验给出, 对于无任何先验信息的新研制产品, 各 M_j 的先验概率可以等概率分配. $P(M_j | k)$ 为后验概率, 在此处的概念为当在获得实际检测出的故障样本量 k 之后, 测试设备在样本总体 N 中能检测的故障模式数真值 $M=M_j$ 的条件概率, 也可以看作是对 $M=M_j$ 的信任度, 其值可以通过贝叶斯公式求得.

在给置信水平 α 的情况下, 求取置信区间的方法如下.

(1)无先验信息的情况. 大多数新研制的测试设备都是没有先验信息的,此时先验概率按等概率原则分配,即

$$\left. \begin{aligned} P(M_i) &= P(M_j) = \frac{1}{N-n+1} \\ \sum_{i=1}^{N-n+1} P(M_i) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

此时

$$P(M_j | k) = P(k | M_j) / \sum_{i=1}^{N-n+1} P(k | M_i) \quad (14)$$

$P(M_j | k)$ 关于 M 的函数形状与 $P(k | M_j)$ 关于 M 的函数形状(如图1所示)相似,近似为正态分布函数形状. 令

$$P(M_i \geq M_j | k) = \sum_{i=j}^{N-n+1} P(M_i | k) \quad (15)$$

将满足 $P(M_i \geq M_j | k) \geq 1 - \alpha$ 的最大 M_j 记为 $\tilde{M}$,则 $\tilde{M}$ 即为给定置信水平 α 下分布参数 M 的单侧置信下限, R_{FDC} 的单侧置信下限 $\hat{R}_{\text{FDC}} = \tilde{M}/N$. 令

$$P(\hat{M} - x \leq M_i \leq \hat{M} + x | k) = \sum_{i=l}^h P(M_i | k) \quad (16)$$

式中: x 为自然数; l 为满足 $M_l = \min(\hat{M} - x, k)$ 的自然数; h 为满足 $M_h = \min(\hat{M} + x, N - n + k)$ 的自然数.

将满足 $P(\hat{M} - x \leq M_i \leq \hat{M} + x | k) \geq 1 - \alpha$ 的最小 x 得出的 M_l 和 M_h 分别记为 $\hat{M}$ 和 $\tilde{M}$,则 $(\hat{M}, \tilde{M})$ 即为给定置信水平 α 下分布参数 M 的双侧置信区间. R_{FDC} 的双侧置信区间为 $(\hat{M}/N, \tilde{M}/N)$.

(2)有先验信息的情况. 有先验信息时, $P(M_j | k)$ 关于 M 的函数形状不一定与 $P(k | M_j)$ 关于 M 的函数形状相似,不过仍可以利用上面介绍的方法求得单侧置信下限. 关于双侧置信区间,由于根据不同先验分布信息的求解方法不同,且用处不大,故在此不作介绍.

4 R_{FDC} 验证判决规则

由于 R_{FDC} 的值越大系统的测试性越好,所以判决规则如下:

若 $\hat{R}_{\text{FDC}} \geq R_{\text{FDC}_s}$
则接受(R_{FDC_s} 为 R_{FDC} 的不可接受值),否则拒绝.

5 仿真分析

假设测试设备所设计的能检测的故障模式样本

总体数量分别为 $N_1 = 100, N_2 = 500, N_3 = 1\,000$,测试性验证试验抽样样本量 $n = 20$,试验中实际可检测的样本量分别为 $k_1 = 16, k_2 = 8$,置信水平 $\alpha = 0.1$,下面分别计算不同情况下的 R_{FDC} 估计值.

如果采用文献[4]中传统的二项分布法,则点估计和区间估计分别为

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = k/n$$

$$\tilde{R}'_{\text{FDC}} = \hat{R}'_{\text{FDC}} + Z_{\alpha} \left(\frac{\hat{R}'_{\text{FDC}}(1 - \hat{R}'_{\text{FDC}})}{n} \right)^{1/2}$$

式中: Z_{α} 为标准正态分布分位数.

(1) $k_1 = 16$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.800; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.685$$

$N_1 = 100$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.810; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.670$$

$N_1 = 500$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.802; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.658$$

$N_1 = 1\,000$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.801; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.656$$

(2) $k_2 = 8$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.400; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.260$$

$N_1 = 100$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.400; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.290$$

$N_1 = 500$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.400; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.280$$

$N_1 = 1\,000$ 时

$$\hat{R}'_{\text{FDC}} = 0.400; \quad \tilde{R}'_{\text{FDC}} = 0.279$$

6 结 论

从仿真分析的结果可以看出,利用传统二项分布法与本文提出的新方法相比:

(1)当 $k < n/2$ 时,2种方法的点估计值是相等的,而当 $k \geq n/2$ 时,二项分布法的点估计结果偏小,但随着样本总体的增加,2种方法的点估计值趋于相等;

(2)当 $k \geq n/2$ 时,新方法得出的单侧置信下限较小,且随着样本总体的增加其值越来越小,与二项分布法所得结果的差值越来越大,而当 $k < n/2$ 时,新方法得出的单侧置信下限较大,随着样本总体的增加其值也越来越小,但与二项分布法的结果仍有一定的差值.

由此可见,对于样本总体确定情况下的测试性

验证,采用二项分布法的评估和验证结果是不准确的.本文所介绍的新的评估和验证方法更加适应当前电子装备检测设备的特点,适用于测试性指标 R_{FDC} 和 R_{FIC} 的评估和验证.

参考文献:

- [1] 温熙森,胡政,易晓山,等.可测试性技术的现状与未来[J].测控技术,2000,19(1):9-12.
WEN Xisen, HU Zheng, YI Xiaoshan, et al. Current status and future of testability [J]. Test and Control Technology, 2000, 19(1): 9-12.
- [2] 周玉芬,徐松涛,高锡俊,等.测试性验证的理论和方法研究[J].电子产品可靠性与环境试验,1996,37(2):10-15.

- ZHOU Yufen, XU Songtao, GAO Xijun, et al. Study on testability demonstration theory and method [J]. Reliability and Environmental Test of Electronic Product, 1996, 37(2): 10-15.
- [3] GJB1170.3-93 对空情报雷达维修性:维修性试验与评定[S].北京:国防科工委军标发行部,1993.
- [4] 甘茂治,吴真真.维修性设计与验证[M].北京:国防工业出版社,1995:197-199.
- [5] 王林书,鲍兰平,赵瑞清.概率论与数理统计[M].北京:科学出版社,1999:27,41.
- [6] 汪荣鑫.数理统计[M].西安:西安交通大学出版社,1986:35.

(编辑 葛赵青)