

大规模传感器网络局部半定规划的节点定位算法

周旭¹, 李善仓^{2,3}, 王新珩²

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 710072, 西安; 2. Institute of Advanced Telecommunications, Swansea University, Swansea, SA2 8PP, UK; 3. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对大规模无线传感器网络中节点定位问题, 提出了一种高效、准确、分布式的局部半定规划(LSDP)定位算法. 根据节点重要度, 将大规模无线传感器网络分割为多个局部网络, 局部网络采用半定规划的方法对其辖内的节点进行相对定位构建的局部相对映射, 应用合并算法将局部相对映射拼接为全局相对映射, 再通过参考节点匹配将全局相对映射转换为全局绝对映射, 从而获得整个无线传感器网络内部所有节点的详细位置信息. 实验结果表明, 网络在规则分布下, LSDP 的节点定位误差仅为理想通信时的 98%, 在随机均匀分布下的定位误差减小了 90%.

关键词: 无线传感器网络; 半定规划; 节点定位

中图分类号: TP393 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)08-0038-05

Nodes Locating Algorithm Based on Local Semi-Definite Programming for Large Scale Wireless Sensor Networks

ZHOU Xu¹, LI Shancang^{2,3}, WANG Xinheng²

(1. The National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. Institute of Advanced Telecommunications, Swansea University, Swansea, SA2 8PP, UK; 3. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Aiming at the locating problem in large scale wireless sensor networks, a local SDP algorithm (LSDP) is proposed. A large scale wireless sensor network is split into some local networks according to a node importance index of each node, and a relative map in each local network is then obtained with SDP. All relative maps are patched into a global relative map. After matching with reference nodes, the global relative map is transformed into a global absolute map, and then all nodes in the network are located. Simulation results show that the location error is as little as 98% of that in ideal communications when WSN is regularly deployed. The location error is reduced by 90% if WSN is randomly deployed.

Keywords: wireless sensor network; semi-definite programming; node localization

近年来,无线传感器网络节点定位技术有了长足的发展^[1-2],但对于大规模传感器网络(LWSN)的节点定位仍缺乏有效、可行的方法^[3]. LWSN 希望参考节点的数目越少越好^[4],而在网络规模较大、节点分布比较稀疏的情况下,传统的节点定位方法就显得力不从心了.

本文提出了一种大规模无线传感器网络局部半

定规划(SDP)节点定位算法——LSDP:根据节点间距离信息(如欧氏距离),通过 LSDP 算法获得相应的局部映射,再通过放缩、反射等线性运算将局部映射转换为全局映射^[5],从而得到节点的位置估计.

1 大规模传感器网络中的定位问题

在 LWSN 中,大部分节点的位置是未知的,但

是通过未知节点之间及其与参考节点之间的距离信息可以求解未知节点的位置信息^[6]. 在一个具有 N 个节点的传感器网络中, 假设有 n 个未知节点, 有 m 个参考节点, $N=n+m$, 则在 d ($d=2, 3$) 维空间中节点的坐标向量可以表示为 $\{\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^D | i=1, \dots, N\}$, 也可表示为 $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n+1}, \dots, \mathbf{x}_m]$, 其中的后 m 个节点 ($i=n+1, \dots, N$) 为参考节点, 位置信息已知, 而前 n 个节点为未知节点 ($i=1, \dots, n$), 位置信息待解.

定义 1 未知节点距离集合 D_x 由所有未知节点之间的距离组成, 且满足

$$D_x = \{(i, j) \text{ with knowing } d_{ij} \text{ and } i < j\} \quad (1)$$

式中: i, j 表示未知节点.

定义 2 参考节点距离集合 D_a 由每一个未知节点与参考节点之间的距离组成, 即

$$D_a = \{(i, k) \text{ with knowing } d_{ik} \text{ and } i < k\} \quad (2)$$

由定义 1、定义 2, 节点间的距离

$$D = \{d_{ij}, d_{ik} : i < j, (i, j) \in D_x, (i, k) \in D_a\} \quad (3)$$

距离平方的最小二乘结果为

$$l_1 = (\mathbf{x}_i; \mathbf{a}_k, D) = \sum_{(i,j) \in D_x} (\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 - d_{ij}^2)^2 + \sum_{(i,k) \in D_a} (\|\mathbf{x}_i - \mathbf{a}_k\|^2 - d_{ik}^2)^2 \quad (4)$$

$i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, m$

l_1 可以作为代价函数来求解未知节点的位置 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$. l_1 最小时, 求得的节点位置为最优位置. 该求解的基本思路是: 将一个 LWSN 划分为多个较小规模的局部网络, 在每个局部网络上求解对应的局部映射, 最后再将局部的拼接为统一的全局网络映射, 从而获得 LWSN 中所有的节点位置.

2 无线传感器网络的局部 SDP 规划

2.1 问题描述

基于 SDP 规划的定位方法是一种通过优化算法来估计节点位置的方法^[7], 描述如下.

输入 网络中节点总数为 N , 其中: 有 n 个未知节点, 坐标为 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^D$, $i=1, \dots, n$, 待解; 有 m 个参考节点, 坐标为 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^D$, $i=n+1, \dots, N$, 已知. 距离矩阵 $\hat{\mathbf{d}}$ 由节点通过距离测量方法 (通常为 RSS) 来估计获得的, 其中用 $\hat{d}_{ij}$ 表示未知节点 i 位置与未知节点 j 位置 ($i < j \leq n$) 之间的距离, 用 $\hat{d}_{jk}$ 表示未知节点 j 的位置与参考节点 k 的位置 ($j \leq k < n$) 之间的距离.

输出 n 个未知节点的坐标 $\mathbf{x}_i, i=1, \dots, n$.

目标 定位精度: 要求在位置估计中, 节点定位误差越小越好; 速度: 要求算法的定位速度快, 定位系统的实时性好; 可扩展性: 在 LWSN 中, 算法必须具有一定的可扩展性.

2.2 局部 SDP 模型

令 r_{ij} 表示可以通信的 2 个节点之间的通信距离, r_{ik} 表示未知节点与可以通信的参考节点之间的通信距离. 通过最小化距离误差 $|\alpha_{ij}| + |\alpha_{ik}|$ 平方的代价函数 l_1 可以形式化节点的定位问题. 然而, 有

$$\min_{(i,j) \in D_x \cup D_a} |\alpha_{ij}| + |\alpha_{ik}|$$

其受限于

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 - \alpha_{ij} &= \hat{d}_{ij}^2 \quad \forall (i, j) \in D_x \\ \|\mathbf{x}_i - \mathbf{a}_k\|^2 - \alpha_{ik} &= \hat{d}_{ik}^2 \quad \forall (i, k) \in D_a \\ \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 &\geq r_{ij}^2 \quad \forall (i, j) \in \bar{D}_x \\ \|\mathbf{x}_i - \mathbf{a}_k\|^2 &\geq r_{ik}^2 \quad \forall (i, k) \in \bar{D}_a \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathbf{R}^2, \alpha_{ij}, \alpha_{ik} \in \mathbf{R}, i, j=1, \dots, m+n$ 主要是考虑了误差的平方项, 因此最小化问题转变为最小二乘问题. 该模型优化是一个非凸约束优化问题, 在此本文采用松弛方法将问题转化为近似求解.

首先, 通过引入矩阵变量将式 (5) 改写, 令 $\mathbf{e}_{ij} = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0)^T$ 为一个第 i 行为 1, 第 j 行为 -1, 其他行为 0 的列向量, 令 $\mathbf{e}_j = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$ 为一个第 i 行为 1, 其他行为 0 的列向量, 而且有 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$. 为了解式 (5), 在此采用 SDP 松弛模型^[3-4], 将约束 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ 放松为 $\mathbf{Y} \geq \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, 并令 $\alpha = |\alpha_{ij}| + |\alpha_{ik}|$, 因此有矩阵不等式

$$\mathbf{Z}_I = \begin{pmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \geq 0$$

$$\text{令} \quad \mathbf{A}_I = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b}_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

其中 $\mathbf{O}$ 是一个 n 维 $\mathbf{0}$ 列向量. 可用 $\text{diag}(\mathbf{A}_I^T \mathbf{Z}_I \mathbf{A}_I) = \mathbf{b}_I$ 来保证矩阵变量 $\mathbf{Z}$ 的右下角矩阵 $\mathbf{I}$ 是一个 2×2 单位矩阵, $\mathbf{Z}$ 采用 $\mathbf{Z}_i$ 的形式, 则定位问题可以改写为一个标准的 SDP 优化问题, 亦即

$$\min_{(i,j) \in D_x \cup D_a} |\alpha_{ij}| + |\alpha_{ik}|$$

其受限于

$$\text{diag}(\mathbf{A}_I^T \mathbf{Z}_I \mathbf{A}_I) = \mathbf{b}_I$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}^T \mathbf{Z}_i \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_{ij} = \hat{d}_{ij}^2$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ -\mathbf{a}_k \end{pmatrix}^T \mathbf{Z}_i \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ -\mathbf{a}_k \end{pmatrix} + \alpha_{ik} = \hat{d}_{ik}^2$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}^T \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix} \leq r_{ij}^2$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ -a_k \end{pmatrix}^T \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{ij} \\ -a_k \end{pmatrix} \leq r_{ik}^2 \quad (6)$$

矩阵 $\mathbf{Z}$ 有 $2n+n(n+1)/2$ 个未知变量, 设所有距离测量无误差, 式(6)有惟一解 $\mathbf{Z}^*$, 约束值为 0, 则 $\bar{\mathbf{Z}}$ 为松弛 SDP(式(6))的可行解. 又设距离测量是精确的, 据 Biswas 和 Ye 提出的迭代激活约束生成法可知, $\bar{\mathbf{Z}}$ 为式(6)满足所有不等式约束的惟一最优解.

满足条件可保证 $\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}$, 由于距离测量均有误差, 而且仅知 SDP 的解满足不等式 $\bar{\mathbf{Y}} \geq \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}$, 所以用不等式可以进行松弛位置估计的误差分析, 如 $\text{trace}(\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}) = \sum \tau_i$, 其中 $\tau_i \equiv \bar{Y}_{ii} - \|\bar{\mathbf{x}}_i\|^2 \geq 0$ 为 SDP 解偏差, 其来自期望约束 $\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}$. 估计节点 i 的定位误差计算式为

$$\tau_i \equiv \bar{Y}_{ii} - \|\bar{\mathbf{x}}_i\|^2 \quad (7)$$

3 局部 SDP 的定位算法

WSN 中, 通过设置一个距离阈值可进行邻居节点选择, 但确切的距离无法获得, 所以只能通过带有测量噪声的测量距离进行邻居节点选择. 本文采用了基于 LSDP 模型的定位方法, 主要包括如下 3 个步骤: ①传感器网络分簇; ②局部映射生成; ③局部映射合并.

3.1 传感器网络的分簇

将无线传感器网络定义为一个图 $G(V, E)$, 其中的节点 i 与节点 j 在彼此的通信范围之内, 则存在边 $e(n_i, n_j)$, $n_i, n_j \in V$. 不失一般性, 在此假设节点通信呈双向对称, 即节点的 1 跳邻居节点集合可以表示为 $\mathcal{N}_1(n_j)$, $\mathcal{N}_1(n_j) = \{n_i : (n_j, n_i) \in E\}$. 节点 j 的 2 跳邻居节点为节点 j 距离为 2 跳的所有节点的集合 $\mathcal{N}_2(n_j)$, 则有 $\mathcal{N}_2(n_j) = \{n_k : (n_j, n_k), n_k \neq n_j, n_k \neq n_i, (n_j, n_k) \in E\}$. 如果将 1 跳邻居集合与 2 跳邻居集合合并起来, 可以用 $\mathcal{N}_{12}(n_j)$ 来表示.

定义 3 局部网络: 在图 $G(V, E)$ 中存在由 $n_j \in V$ 推导出的图, 其中 G 的一个边为 $\mathcal{N}_{12}(n_j)$ 子图; 令 $\sigma_{n_i n_k}(n_j)$ 表示从 n_i 到 n_k 经过 n_j 的最短路径上的边数; 在网络中有 $\sigma_{n_i n_k} = \sigma_{n_k n_i}$ 为 $n_i \in V$ 到 $n_k \in V$ 的最短路径, 而且 $\sigma_m = 0$.

定义 4 n_j 的重要度指数为

$$\beta(n_j) = \sum_{i \neq j \neq k} \frac{\lambda \sigma_{n_i n_k}(n_j)}{\sigma_{n_i n_k}} \quad (8)$$

式中: λ 为路径权值. 距离为 1 跳时, $\lambda = 1$; 距离为 2

跳时, $\lambda = 1/2$; 距离为 3 跳时, $\lambda = 1/3$; 其他的为 0. n_j 的重要度越大, 说明到 n_j 的路径越短, 即 n_j 与其他节点连接的最短路径越短. 选择重要度最大的节点为簇头, 簇的生成过程与其他已有分簇协议差别不大. 在传感器网络中, 假设节点与其邻居节点周期性交换 Hello 消息, 则在该消息中包含了 1 跳邻居节点列表.

3.2 局部映射的生成

局部映射的生成步骤如下.

(1) 局部映射距离为 R_{LM} , 对于一个节点, 在 R_{LM} 跳以内的其他节点被视作其邻居节点. 本文中 $R_{LM} = 2$, 依此网络可以划分为很多簇, 每个簇有一个簇头, 簇头与其管辖簇内的每个节点可以通信.

(2) 每个簇内的未知节点都检查自身是否有可以直接通信的簇头, 若有则其加入该簇并成为该簇内的一个位置未知点. 需要注意的是, 一个节点只能归属于一个簇. 每个节点可以通过解 LSDP 模型检查迹(见式(7)). 如果节点定位误差小于给定值, 则标记该节点为已定位节点, 其估计值 $\bar{\mathbf{x}}_j$ 变为一个参考节点位置. 对簇中的每个节点定位误差进行最小化处理, 并解其对应的 SDP 方程. 如果簇头和已定位节点的数目超过 2, 且当每个簇的节点数小于 100 时, 采用 SDP 模型可以有效解决定位问题. 同时, 应考虑再将已定位节点作为参考节点进行下一轮估计, 直至定位误差满足要求为止.

(3) 细化局部映射. 在 LSDP 求解过程中, 节点坐标为起始点, 通过最小二乘法匹配参考节点坐标.

3.3 局部映射合并方法

本文采用一种增量贪婪方法进行局部映射合并, 以获得全局网络的全局映射, 方法如下.

令 $L_N(n_i)$ 表示 n_i 的邻居节点集合, 令 $M_L(n_i)$ 表示 n_i 的局部映射, 其包含了 $L_N(n_i)$ 中所有节点的集合. 随机选择节点 n_i , 又令集合 $C = \{n_i\}$, 令 $\mathcal{D} = L_N(n_i)$ 表示已经进行定位了的节点, 建立当前全局映射 M , 并迭代运行如下步骤, 直到 C 中包含所有节点.

(1) 寻找重要度最大的 $n'_i \in \mathcal{D}$, 其满足 D 和 $L_N(n'_i)$, 使之在局部网络中的邻居节点最多.

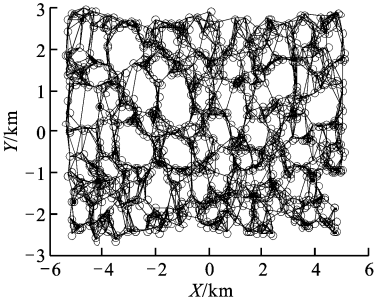
(2) 合并 M 和 $M_L(n_i)$. 设置 $C = C \cup \{n'_i\}$, $\mathcal{D} = \mathcal{D} \cup L_N\{n'_i\}$, 构建合并矩阵 $\mathbf{M}' = \text{Merge}(M, M_L(n'_i))$.

M 与 $M_L(n_i)$ 的合并方法采用坐标直接转化法, 即在合并时需要保证 M 和 $M_L(n_i)$ 的公共节点数不小于 3, 若小于 3, 则从 M 中选择距 n_i 最近的若

干个节点作为公共节点,以满足线性 Merge 的可行性.

4 仿真结果

为了验证 LSDP,本文在 Matlab 上进行了仿真.首先建立了一个 WSN,1 000 个节点随机分布在 12 000 m×6 000 m 的区域中.节点的连通图如图 1 所示.



○:节点;-:节点之间通信

图 1 1 000 个节点的 WSN 连通图

当节点在通信距离为 90 m、平均连通度为 11.5 的网络中分别采用 CMDS、MDSMAP、SDP 算法及 LSDP 时,其对应的位置估计结果如图 2 所示.仿真中,每种算法反复运行 200 次,并取其平均值作为结果.由图 2 可以看到,LSDP 的结果优于 CMDS、MDSMAP、SDP 算法.通过比较还可知,采用 LSDP,平均定位误差可减小 60%,平均定位偏差可减小 54%.

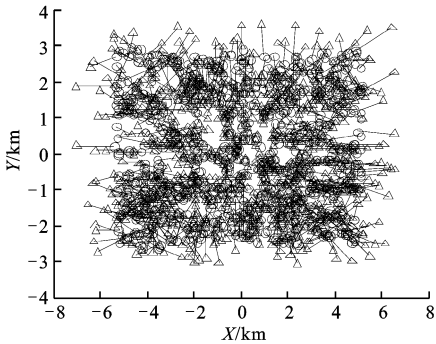
在矩形区域中,当随机放置 1 000 个节点,随机选择 10~100 个节点作为参考节点,所有的实验中均采用 $d_r=60$ m 时,节点的位置及其均方根误差 (RMSE)是算法运行 200 次的均值所得结果.采用 MDS 算法可以解决中等规模网络的测距误差问题,但它对误差非常敏感,需令 d_{ij} 为 n_i 和 n_j 的实际距离.当有随机误差增加时,可用下式建模

$$\hat{d}_{ij} = d_{ij}(1 + \gamma \mathcal{N}(0,1)) \tag{9}$$

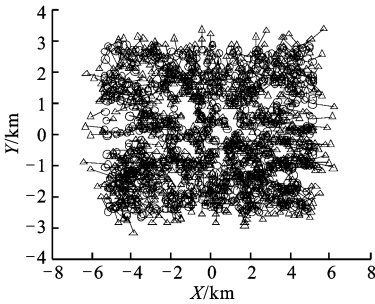
如果有 $\gamma>0$,尤其当 $\gamma=0.1$ 时,SDP 算法可能无解.

图 3 描述了 LSDP 和 SDP 算法的定位精度.当采用 LSDP 时,其 RMSE 为 24.301 m,如果取 $d_r=60$ m,则其 RMSE 下降为 12.447 m,这个误差略高于 dwMDS 算法.然而,LSDP 对距离测量的要求远低于 dwMDS 算法,而且对通道参数的依赖性也比较小.

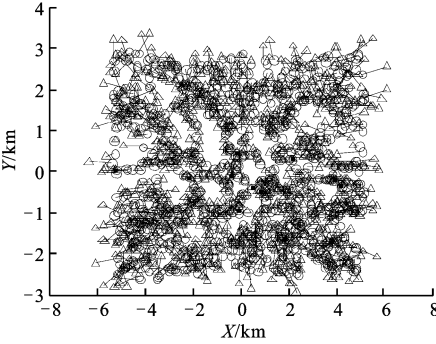
通常,MDSMAP 类算法的精度很大程度上依



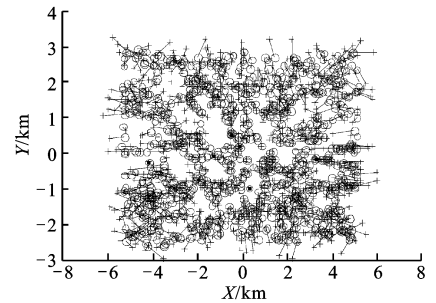
(a)CMDS 算法



(b)MDSMAP 算法



(c)SDP 算法



(d)LSDP

○:节点的实际位置;+、△:节点的估计位置;
-:估计位置与实际位置的误差

图 2 4 种算法的节点位置估计结果

赖于网络的节点密度和连通度.节点的连通度越高,定位精度越低.在节点呈随机均匀分布和规则分布的种情况下,本文比较了 LSDP 与 MDSMAP 算法

的性能,结果如图4所示。

上述实验均假设节点的通信能力是对等的,但在实际应用中存在多径衰落,节点间的通信会出现阻塞,因此可通过另一实验来估计节点在通信范围非对称的情况。网络设置如前述,当2个节点之间可以完全通信时,假设有10%的概率二者无法正常通信,即有90%的概率2个节点是完全对等通信的,此时的实验结果如图5所示。结果表明,在规则分布下,节点的定位误差为节点理想通信时的98%,而在非规则形状网络中,定位误差减小了90%。

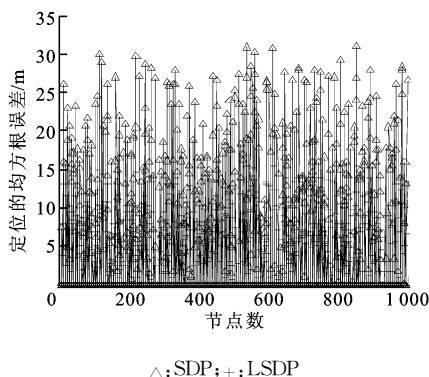


图3 LSDP和SDP算法的定位均方根误差

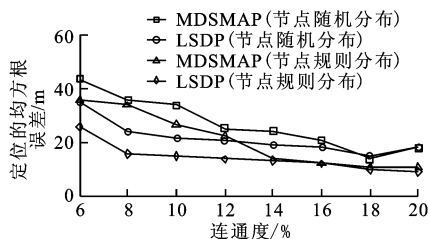


图4 LSDP和MDSMAP算法的定位均方根误差与连通度的关系

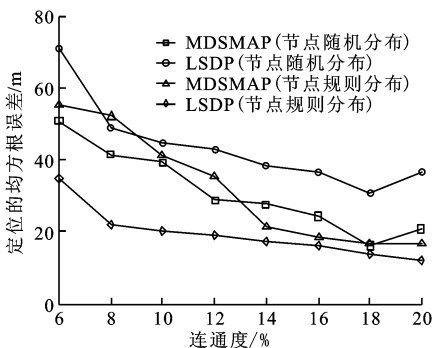


图5 LSDP和MDSMAP算法在非对称情况下定位均方根误差与连通度的关系(2个节点完全对等通信概率为90%)

5 结论

本文给出了一种基于局部半定规划的节点定位方法,可以在大规模无线传感器网络中对节点的位置进行快速估计。首先,将大规模传感器网络划分为多个簇,在每个簇中通过采用SDP算法进行节点定位,获得每个节点的簇内相对坐标。然后,从全局考虑,对每个簇的相对映射进行合并,获得网络的全局相对映射。如果再参考节点的GPS位置或者其他绝对位置信息,可以获得整个网络中每个节点的确切位置。

参考文献:

- [1] AHMED A A, HONGCHI S. Network-aware positioning in sensor networks [C]//IEEE International Conference on Mobile Ad hoc and Sensor Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 8-10.
- [2] BISWAS P, LIAN T C, WANG C, et al. Semidefinite programming based algorithms for sensor network localization [J]. ACM Trans on Sensor Networks, 2006, 2 (2): 188-220.
- [3] BISWAS P, YE Y. Semidefinite programming for ad hoc wireless sensor network localization [C]//Proceedings of the 3rd International Symposium on Information Processing in Sensor Networks. New York, USA: ACM, 2004: 46-54.
- [4] BISWAS P, LIANG T C, TOH K C, et al. Semidefinite programming approaches for sensor network localization with noisy distance measurements [J]. IEEE Trans on Automation Science and Engineering, 2006, 3 (4): 360-371.
- [5] DIMOKAS N, KATSAROS D. Node clustering in wireless sensor networks by considering structural characteristics of the network graph [C]//Proceedings of 4th International Conference on Information Technology. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2007: 122-127.
- [6] LI Shancang, ZHANG Deyun. A novel manifold learning algorithm for localization estimation in wireless sensor networks [J]. IEICE Trans on Communication, 2007, 90-B(12): 3496-3500.
- [7] LI Shancang, WANG Xinheng, ZHANG Deyun. Source nodes localization algorithm for large scale wireless sensor networks using self-organizing isometric mapping [J]. International Journal of Sensor Networks, 2009, 5(4): 11-19.