

压电悬臂梁俘能器多模态俘能效果研究

王红艳^{1,2}, 谢涛¹, 单小彪¹, 袁江波¹

(1. 哈尔滨工业大学机电工程学院, 150001, 哈尔滨; 2. 齐齐哈尔大学
计算机与控制工程学院, 161006, 黑龙江齐齐哈尔)

摘要: 研究了一种带质量块的压电悬臂梁俘能器, 推导得到俘能器振型函数, 并进行数值计算, 分析不同质量比时系统振型特点, 以及系统各阶固有频率与质量比的关系. 数值计算结果表明: 质量比小于 0.5 时, 对系统各阶固有频率影响较大; 质量比趋于无穷大时, 自由边界条件会转化为夹持边界条件; 俘能器二阶及二阶以上模态时在梁长度方向上存在应变节点, 节点两侧应变符号相反. 为提高俘能效率, 避免压电晶片电极上电荷抵消现象的发生, 可在悬臂梁上应变节点两侧分段粘贴压电晶片, 提取多个谐振频率时的振动能, 实验结果表明分段电极法可以产生更多的电能.

关键词: 压电俘能器; 悬臂梁; 分段电极; 应变节点

中图分类号: TN384; TP211 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)06-0114-06

Multi-Mode Vibration with Piezoelectric Cantilever for Energy Harvesting

WANG Hongyan^{1,2}, XIE Tao¹, SHAN Xiaobiao¹, YUAN Jiangbo¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar, Heilongjiang 161006, China)

Abstract: Piezoelectric cantilever energy harvester with seismic mass is investigated. The vibration mode function is deduced, and the numerical calculation reveals the vibration mode characteristics with different mass ratio and the effects of mass ratio on the structure natural frequency. It is demonstrated that the mass ratio $\hat{M}_0$ remarkably reduces the structure natural frequencies in the range of $\hat{M}_0 < 0.5$, and infinite $\hat{M}_0$ leads to a clamp end boundary condition. Vibration modes of a cantilevered piezoelectric energy harvester other than the fundamental mode have certain strain nodes where the dynamic strain distribution changes sign in the longitudinal direction of beam. Covering the strain nodes of the vibration modes with continuous electrodes results in strong cancellations of the electrical outputs, and energy harvesting efficiency is declined. And how to avoid the cancellation in energy harvesting by segmented electrode pairs is discussed. The experiment results show that segmented electrodes facilitate generating higher energy.

Keywords: piezoelectric energy harvester; cantilever beam; segmented electrode pairs; strain node

随着无线传感器、无线通信网络以及 MEMS 技术的不断发展, 以化学电池为主的供能方式显示出体积大、质量大、供能寿命有限、难以在危险作业场合更换电池等诸多弊端, 寻找替代能源已成为急待解决的问题. 根据能量转换机理的不同, 振动到电能的转换方法有电磁式^[1]、静电式^[2]、压电式^[3-4]和磁致伸缩式^[5]. 其中, 压电式换能器具有结构简单、不发热、无电磁干扰、易于实现机构的微小化和集成化等诸多优点, 并因能满足低耗能产品的供能需求而成为目前研究的热点.

以往研究工作^[6-9]主要集中在使用压电片连续电极覆盖基板表面的结构来俘获基频谐振时的振动能,并未考虑系统高阶振型特点及俘能器电极配置与高阶谐振频率时能量俘获的关系.实际上,周围环境中的振源是以任意频率振动的,多个谐振频率同时起主要作用^[10],故压电悬臂梁俘能器不仅在一阶谐振频率时俘获能量高,在二阶及二阶以上谐振频率时也能俘获较高的能量.

本文基于 Euler-Bernoulli 梁假设条件,得到带质量块的悬臂梁压电俘能器振型函数,分析高阶模态时质量块和悬臂梁的质量比 $\tilde{M}_0$ 对应变节点的位置及固有频率的影响.使用激光测振仪分别对分段电极和连续电极压电振子进行动态扫频测试,并建立悬臂梁压电俘能器发电实验装置,对连续电极法和分段电极法俘能效果进行对比.

1 俘能器结构及工作模式

图1所示为悬臂梁俘能器结构示意图,俘能器由金属基板(磷青铜)、压电晶片(PZT-5H)、质量块(磷青铜)和支座组成.使用环氧树脂将压电单晶片粘贴到金属基板上下两层,导线引出方式及输出电压 V_{TB} 如图1所示.金属基板一端固定在支座上,含质量块的一端平行 z 轴上下振动,压电陶瓷的极化方向 p 与 z 轴平行,压电晶片工作在 d_{31} 模式.当受到沿 x 方向的拉应力时,极化表面产生电荷方向与极化方向相同,当受到沿 x 方向的压应力时,极化表面产生电荷方向与极化方向相反,本文采用压电双晶片电极串联连接的形式.

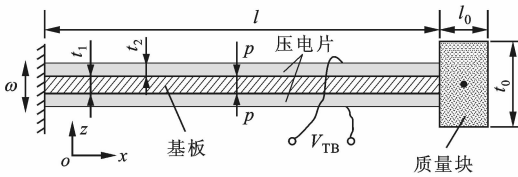


图1 悬臂梁压电俘能器结构示意图

2 悬臂梁俘能器理论分析

2.1 理论模型

根据压电方程^[11]

$$D_3 = e_{31}S_1 + \epsilon_{33}E_3 \quad (1)$$

式中: D_3 是电位移; e_{31} 是压电常数; S_1 是应变; ϵ_{33} 是介电常数; E_3 是电场. 压电层表面最大应变可表示为

$$S_{\max} = -\left(\frac{t_1}{2} + t_2\right)\omega_l'' \quad (2)$$

式中: t_1 为基板厚度; t_2 为压电层厚度; ω_l 为悬臂梁自由端的横向位移.

使用 Euler-Bernoulli 方程和给定的边界条件,可由式(3)求解悬臂梁位移振型函数 ϕ_i ^[12]

$$\frac{d^4\phi_i(x)}{dx^4} - \left(\frac{\lambda_i}{l}\right)^4\phi_i(x) = 0 \quad (3)$$

式中: $\left(\frac{\lambda_i}{l}\right)^4 = 4\frac{m\pi^2 f_i^2}{EI}$, EI 为抗弯刚度; λ_i 为第 i 阶模态下的特征频率; l 为悬臂梁的长度; m 为梁的线质量密度; f_i 为第 i 阶模态下的固有频率.

悬臂梁固定端边界条件为位移和转角为 0, 即

$$\omega_0 = 0; \omega'_0 = 0 \quad (4)$$

考虑末端质量块的转动惯量, 自由端边界条件为

$$EI\omega_l'' = \omega^2 I_0 \omega'_l; \quad EI\omega_l''' = -\omega^2 M_0 \omega_l \quad (5)$$

式中: 质量块的质量 $M_0 = m_0 l_0$; 质量块对质心的惯性矩 $I_0 = M_0(l_0^2 + t_0^2)/12$, l_0 和 t_0 分别为质量块的长度和厚度.

对式(3)求解得到振型函数

$$\begin{aligned} \phi_i = & \eta_{i1} \cosh \lambda_i \frac{x}{l} + \eta_{i2} \sinh \lambda_i \frac{x}{l} + \\ & \eta_{i3} \cos \lambda_i \frac{x}{l} + \eta_{i4} \sin \lambda_i \frac{x}{l} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: η_{ij} 为任意常数, $i=1, \dots, n$, $j=1, 2, 3, 4$.

引入质量比 $\tilde{M}_0 = M_0/M = M_0/ml$, 和转动惯量比 $\tilde{I}_0 = I_0/ml^3$, 由边界条件式(4)和式(5), 得到

$$\eta_{i1} = -\eta_{i3}; \quad \eta_{i2} = -\eta_{i4} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{i3} \\ \eta_{i4} \end{Bmatrix} = 0 \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{11} &= (\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i) + \lambda_i^3 \tilde{I}_0 (-\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i) \\ a_{12} &= (\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i) + \lambda_i^3 \tilde{I}_0 (-\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i) \\ a_{21} &= (\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i) + \lambda_i \tilde{M}_0 (\cosh \lambda_i - \cos \lambda_i) \\ a_{22} &= (\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i) + \lambda_i \tilde{M}_0 (\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i) \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8), 求解得到频率特征方程为

$$\begin{aligned} & \cosh \lambda_i \cos \lambda_i + 1 + \lambda_i \tilde{M}_0 (\cos \lambda_i \sinh \lambda_i - \sin \lambda_i \cosh \lambda_i) - \\ & \lambda_i^3 \tilde{I}_0 (\cosh \lambda_i \sin \lambda_i + \sinh \lambda_i \cos \lambda_i) + \\ & \lambda_i^4 \tilde{I}_0 \tilde{M}_0 (1 - \cosh \lambda_i \cos \lambda_i) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

则悬臂梁横向振动的各阶固有频率为

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \lambda_i^2 \left(\frac{EI}{ml^4} \right)^{1/2} \quad (11)$$

振型函数为

$$\phi_i = \cosh \lambda_i \frac{x}{l} - \cos \lambda_i \frac{x}{l} - \eta_i \left(\sinh \lambda_i \frac{x}{l} - \sin \lambda_i \frac{x}{l} \right) \quad (12)$$

式中: $\eta_i = \frac{\eta_{i4}}{\eta_{i3}} = \frac{a_{11}}{a_{12}}$.

压电层电极表面最大应变为

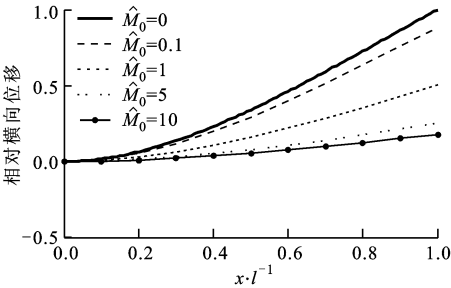
$$S_1 = C_1 \left(\frac{t_1}{2} + t_2 \right) \frac{\lambda_i^2}{l^2} q(t) \left\{ \cosh \lambda_i \frac{x}{l} + \cos \lambda_i \frac{x}{l} - \right.$$

$$\left. \eta_i \left(\sinh \lambda_i \frac{x}{l} + \sin \lambda_i \frac{x}{l} \right) \right\} \quad (13)$$

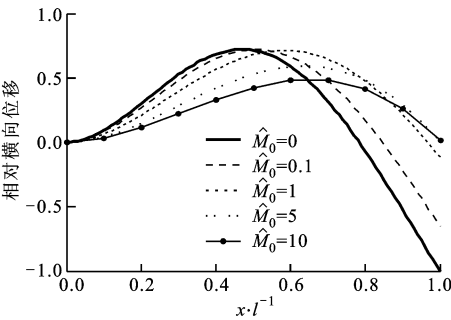
式中: C_1 为任意常数; $q(t)$ 为时间函数.

2.2 振型函数数值分析

对振型函数进行数值分析, 取 $l_0 = t_0 = 0.1l$, 质量比 $\hat{M}_0$ 在 $[0, 10]$ 范围内变化. 以梁自由端横向位移 ($x=l$ 处横向位移) 为基准, 将梁上 x 向各点处的横向位移标准化, 得到一阶和二阶振型时悬臂梁横向位移与 x 向长度比的关系, 如图 2 所示. 一阶振型时, 沿梁长度方向上横向位移逐渐增大, 到自由端位移达到最大; 二阶振型时, 沿梁长度方向上横向位移先增大后减小, 自由端位移为负值, 并且质量比越大, 自由端横向位移越接近于 0, 质量比趋于无穷大时, 自由边界条件转化为夹持边界条件.



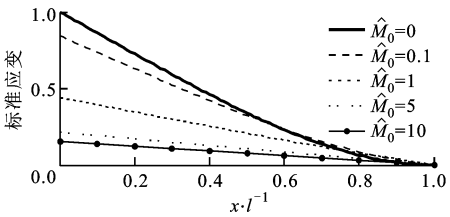
(a) 一阶振型



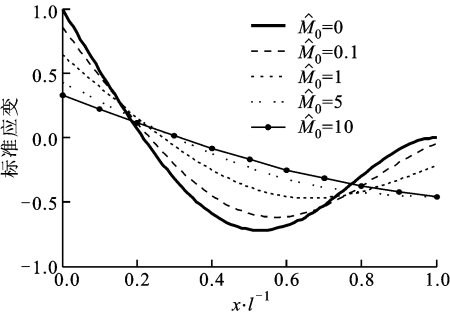
(b) 二阶振型

图 2 横向位移与 x 向长度比的关系

以梁固定端产生的应变 ($x=0$ 处应变) 为基准, 将梁上 x 向各点处的应变标准化, 得到一阶和二阶振型时悬臂梁应变与 x 向长度比的关系, 如图 3 所示. 一阶振型时, 沿梁长度方向上应变逐渐减小到 0, 应变同号; 二阶振型时存在一个应变节点, 节点左右两侧应变符号发生改变, 并且质量比越大, 应变节



(a) 一阶振型



(b) 二阶振型

图 3 应变与 x 向长度比的关系

点离固定端越远.

由式(11)可知, 固有频率 f_i 与特征频率的平方 λ_i^2 成正比, 以特征频率 λ_i 为参考量, 作 λ_i^2 与 $\hat{M}_0$ 的关系图, 可观察到不同质量比对结构固有频率的影响, 如图 4 所示. 当 $\hat{M}_0 < 0.5$ 时, 固有频率明显下降; 当 $\hat{M}_0 > 0.5$ 时, 固有频率下降趋缓. 图 5 所示为二阶固有频率和一阶固有频率比值 f_2/f_1 与悬臂梁 $\hat{M}_0$ 的关系. 由图可知, 质量比从 0 增大到 10, 前二阶固有频率比值从 6.27 增大到 28.3, 即随着质量比的增加, 二阶固有频率与一阶固有频率之间的频率范围变宽了. 增加质量块的质量, 可以降低系统固有频率使其达到周围环境振动频率, 有利于提取基频时的振动能, 但固有频率之间的频率范围变宽, 不利于同时提取多个谐振能, 因此质量块的大小影响振动能的俘获, 设计时可根据具体情况合理选择.

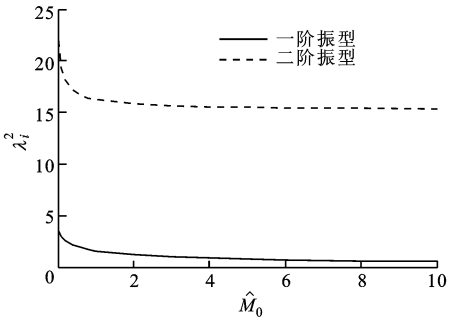


图 4 特征频率平方与质量比的关系

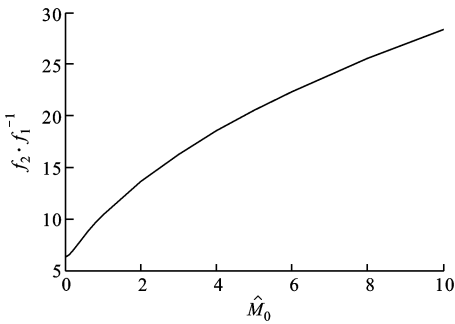


图 5 固有频率比与质量比的关系

3 连续电极与分段电极

图 6 所示为一阶和二阶振型时压电俘能器晶片所受拉、压应变示意图。图 6a 为一阶振动模式、向上振动时,粘贴于基板上部和下部的压电单晶片分别产生压应变和拉应变(正号表示拉应变,负号表示压应变),压电晶片同一电极面上正电荷或负电荷,不会出现由于应变符号改变而引起电能损耗的现象。图 6b 为二阶振动模式时,悬臂梁上的压电晶片在应变节点两侧产生的应变符号相反,一侧为拉应变,另一侧为压应变,即压电晶片同一电极面上既产生正电荷也产生负电荷,等量的正负电荷相互抵消,引起压电片输出电量急剧减少的现象。

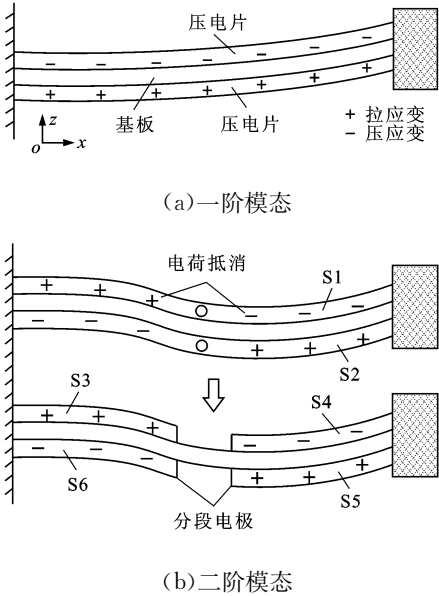


图 6 谐振时压电晶片拉、压应变示意图

通过改变压电片极化方向或使用分段电极的方法,均可以避免高阶谐振时电荷相互抵消现象的发生,从而俘获更多的电能。分段电极方法更简单,易于实现,本文采用此法,在应变节点两侧分别粘贴压电片 S3、S6 和 S4、S5,使每个压电片分别只产生压应变或拉应变。引出电极与能量提取电路连接,可同

时提取一阶和二阶谐振能。此方法具有普遍性,二阶以上谐振能也可采取多段电极的方法提取。

4 实验

按图 6b 所示分别制作连续电极压电俘能器和分段电极压电俘能器,将压电片 S1 和 S2 电极串联连接作为连续电极,压电片 S3 和 S6 电极串联连接作为分段电极 1,压电片 S4 和 S5 电极串联连接作为分段电极 2。连续电极压电片长度为 80 mm,分段电极 1 压电片长度为 20 mm,分段电极 2 压电片长度为 60 mm,压电片和金属基板等宽度为 20 mm。压电俘能器的具体制作方法参见文献[8]。

为观察压电俘能器的振动模式,使用激光测振仪对压电俘能器进行扫频测试。图 7 所示为分段电极压电俘能器一阶和二阶振型图。测试振型时,将压电俘能器一端固定,在压电晶片正负电极面上施加激励信号,使其振动。测试仪器为德国 Polytec 公司的 PSV-400-m2 平面扫描式激光测振仪,该仪器可用于测量垂直于激光入射方向振动的振速和位移,并可动画显示振型。固有频率为 23.15 Hz 时显示一阶振型,固有频率为 217.4 Hz 时显示二阶振型。

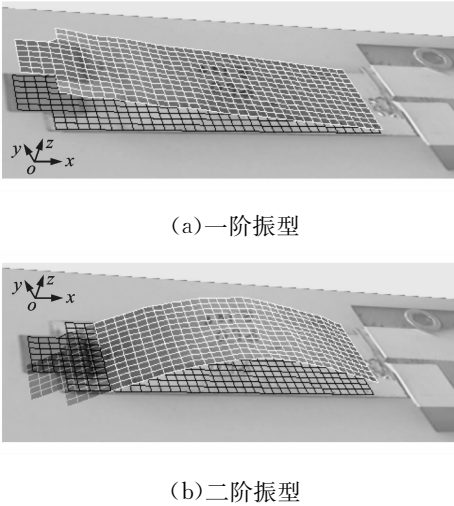


图 7 压电俘能器振型图

建立悬臂梁压电俘能器发电实验装置,如图 8 所示。实验装置主要包括 HEAS-5 功率放大器、HEV-50 高能激振器、YD64 加速度传感器、CA-3 积分电荷放大器和 DS-5000 系列数字存储示波器。功率放大器内置信号发生器,信号发生器可输出一个频率可调的正弦激励信号,正弦激励信号经功率放大对高能激振器进行振动控制。加速度传感器感知的信号经电荷放大器转换为电压信号,可测得激振加速度,其作用是对激振力进行监测。

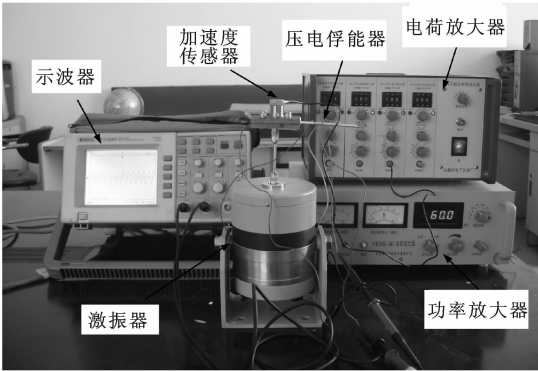


图 8 压电俘能器实验装置图

图 9 给出了一阶谐振频率时,分段电极 1、2 和连续电极压电俘能器的输出电压,激振加速度为 $0.3g$. 由图 9a 可知,当处于一阶谐振频率时,分段电极 1 和 2 的输出电压同相,且分段电极 1 的输出电压大于分段电极 2 的输出电压. 这与前述理论分析相吻合,当处于一阶谐振频率时不存在应变节点,悬臂梁沿梁长度方向上应变同号,因此粘贴于应变节点两侧的压电片电极上产生的电压同号. 由图 9b 可知,当处于一阶谐振频率时,连续电极产生的电压小于分段电极 1 产生的电压,但由表 1 可知,连续电极法在压电片上产生的电荷量更多. 本实验表明,对于不同尺寸的压电片不能用电压衡量俘能器的发电能力,电荷量才是衡量俘能效果的一个重要指标.

图 10 给出了二阶谐振频率时,分段电极 1、2 和连续电极压电俘能器的输出电压,激振加速度为 $0.3g$. 由图 10a 可知,当处于二阶谐振频率时,分段电极 1 和 2 的输出电压反相,且分段电极 2 的输出电压明显大于分段电极 1 的输出电压. 这与前述理论分析相吻合,应变节点两侧动态应变改变符号,因此粘贴于应变节点两侧的压电片上产生的电压不同号. 由图 10b 可知,当处于二阶谐振频率时,连续电极产生的电压明显小于分段电极 2 产生的电压.

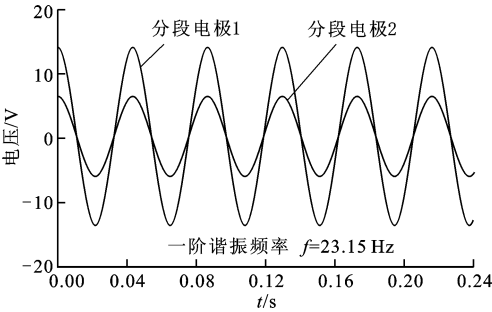
使用电容表测量俘能器电容 C , V_{ms} 为俘能器开路电压有效值,由下式

$$Q = V_{ms}C \tag{14}$$

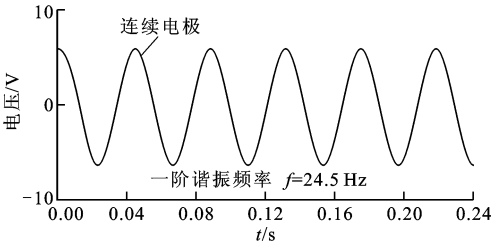
$$U = (1/2)V_{ms}^2C \tag{15}$$

分别计算分段电极 1、2 和连续电极产生的电荷和电能,结果见表 1.

由表 1 可知:俘能器一阶谐振频率时,分段电极 1 和 2 产生的电荷总量为 $1\,049\text{ nC}$,连续电极产生的电荷为 $1\,037\text{ nC}$,两种方法在压电片上产生的电荷量相接近;俘能器二阶谐振频率时,分段电极 1 和

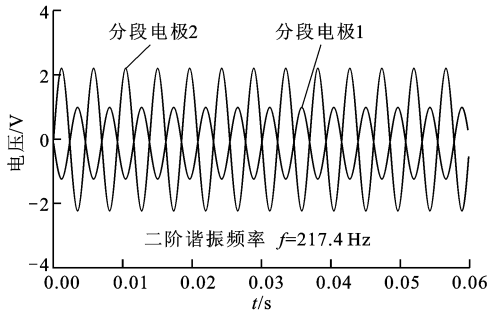


(a)分段电极 1 和 2

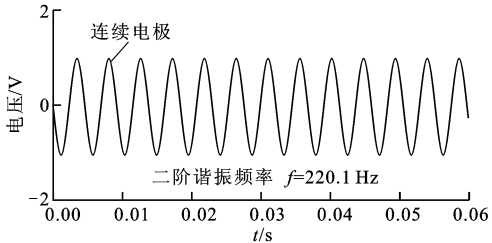


(b)连续电极

图 9 压电俘能器一阶谐振频率时的输出电压



(a)分段电极 1 和 2



(b)连续电极

图 10 压电俘能器二阶谐振频率时的输出电压

2 产生的电荷总量为 302 nC ,连续电极产生的电荷为 167 nC ,分段电极方法产生的电荷量明显大于连续电极法产生的电荷量. 为进一步验证分段电极方法的有效性,分别计算一阶和二阶谐振能. 一阶谐振频率时,分段电极 1 和 2 产生的总电能为 $3.23\text{ }\mu\text{J}$,连续电极产生的电能为 $2.32\text{ }\mu\text{J}$. 二阶谐振频率时,分段电极 1 和 2 产生的总电能为 $0.22\text{ }\mu\text{J}$,连续电极产生的电能为 $0.06\text{ }\mu\text{J}$. 可见,分段电极法俘获能量大于连续电极法俘获能量.

表 1 分段电极与连续电极俘能器产生的电压、电荷和电能

	分段电极 1	分段电极 2	连续电极
C/nF	79	156	232
V_{rms1}/V	8.31	2.52	4.47
V_{rms2}/V	0.71	1.58	0.72
Q_1/nC	656	393	1037
Q_2/nC	56	246	167
$U_1/\mu J$	2.73	0.50	2.32
$U_2/\mu J$	0.02	0.20	0.06

注: V_{rms1} 和 V_{rms2} 分别为一阶和二阶谐振频率时的开路电压有效值; Q_1 和 Q_2 分别为一阶和二阶谐振频率时的电荷量; U_1 和 U_2 分别为一阶和二阶谐振频率时的电能。

5 结 论

使用 Euler-Bernoulli 梁假设条件,推导出带质量块的悬臂梁压电俘能器振型方程,并进行数值计算,分析不同质量比时系统振型特点,以及系统各阶固有频率与质量比的关系。结果表明:质量比小于 0.5 时,固有频率明显下降;二阶模态时,质量比越大,应变节点离固定端越远,质量比趋于无穷大时,自由边界条件会转化为夹持边界条件。在压电悬臂梁俘能器结构设计中,可通过合理选择质量块与梁的质量比来降低系统谐振频率,借助振型函数公式或有限元分析法可确定高阶模态时应变节点的位置,采用分段电极的方法提高了系统俘能能力。

参考文献:

[1] GLYNNE J P, TUDORM J, BEEBY S P, et al. An electromagnetic vibration-powered generator for intelligent sensor systems[J]. Sensors and Actuators: A, 2004, 110:344-349.

[2] MICHESON P D, MIAO P, STARK B H, et al. MEMS electrostatic micropower generator for low frequency operation [J]. Sensors and Actuators: A, 2004, 115:523-529.

[3] 程光明, 庞建志, 唐可洪, 等. 压电陶瓷发电能力测试系统的研制[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2007, 37 (2):367-371.

CHENG Guangming, PANG Jianzhi, TANG Kehong, et al. Development of measuring system for electricity generating capacity of piezoelectric ceramics[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2007, 37(2):367-371.

[4] YUAN Jiangbo, XIE Tao, SHAN Xiaobiao, et al. Resonant frequencies of a piezoelectric drum transducer [J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2009, 10(9):1313-1319.

[5] SEUACIUO-OSORIO T, DAQAQ M F. On the reduced-order modeling of energy harvesters[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2009, 20(16): 2003-2016.

[6] GLYNNE-JONES P, BEEBY S P, WHITE N M. Towards a piezoelectric vibration-powered microgenerator [J]. Sci Meas Technol, 2001,148(2): 68-72.

[7] 阚君武,唐可洪,王淑云,等. 压电悬臂梁发电装置的建模与仿真分析[J]. 光学精密工程, 2008, 16(1): 71-76.

KAN Junwu, TANG Kehong, WANG Shuyun, et al. Modeling and simulation of piezoelectric cantilever generators [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(1):71-76.

[8] 袁江波,单小彪,谢涛,等. 悬臂梁单晶发电机实验 [J]. 光学精密工程,2009, 17(5): 1072-1077.

YUAN Jiangbo, SHAN Xiaobiao, XIE Tao, et al. Experiment of monocrystal piezoelectric generator with cantilever beam structure[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(5): 1072-1077.

[9] ELVIN N, ELVIN A, CHOI D H. A self-powered damage detection sensor [J]. J Strain Anal Eng Des, 2003,38(2):115-124.

[10] SODANO H A, INMAN D J, PARK G. Generation and storage of electricity from power harvesting devices [J]. Journal of Intelligent Material Systems Structures, 2005,16(1): 67-75.

[11] 曲方远. 功能陶瓷的物理特性[M]. 北京:化学工业出版社,2007:183-185.

[12] THOMSON W T, DAHLEH M D. Theory of vibration with applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

(编辑 杜秀杰)