

采用定性坐标的位置表达及主方向关系推理

王淼¹, 郝忠孝^{1,2}

(1. 哈尔滨理工大学计算机科学与技术学院, 150080, 哈尔滨; 2. 哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院, 150001, 哈尔滨)

摘要: 针对现有的位置关系表达模型均面向点对象,提出了定性直角坐标的概念,基于此概念提出了一种平面区域对象位置关系表达模型,该模型通过记录主对象与参考对象的定性位置区域的交集是否为空,由此构造位置矩阵来表达区域对象间的位置关系,从而较好地反映了对对象的形状及对象间的空间布局,可有效地表达区域对象间的位置关系,并通过定性坐标将方向和距离关系有机地结合在一起形成统一的表达和推理模型. 为了提高主方向关系推理的精度,基于该模型又提出了一个主方向关系推理算法,并对其正确性进行了验证. 理论分析和实例验证的结果表明,该算法降低了推理的不确定性,提高了推理的精度.

关键词: 位置关系;定性直角坐标;定性位置区域;位置矩阵;主方向关系推理

中图分类号: TP311.13 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)08-0036-06

Location Representation and Cardinal Direction Relation Reasoning Based on Qualitative Coordinates

WANG Miao¹, HAO Zhongxiao^{1,2}

(1. College of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. College of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Since all the existing models for position relation concentrate on position between points, the concept of qualitative Cartesian rectangular coordinate is proposed and then a model based on the concept is presented for the position relations between regions. The model uses a position matrix to represent position relations. The position matrix records intersections among the qualitative position region of the primary object and the qualitative position regions of the reference objects. The model well reflects the shapes of objects and the spatial configurations among objects, and excellently represents position relations among regions. Direction and distance are effectively integrated by means of qualitative Cartesian rectangular coordinates to form a unified model for representation and reasoning. In order to improve the precision of reasoning with cardinal direction relation, an algorithm is proposed based on the proposed model and is shown to be correct in theory. The results of both theoretical analyzing and experiments show that the algorithm indeed improves the precision of reasoning.

Keywords: position relation; qualitative Cartesian rectangular coordinate; qualitative position region; position matrix; cardinal direction relation reasoning

空间方位关系是空间认知中的基本概念,在空间知识应用领域尤为重要. 位置表达通常采用结合方向关系和距离关系的定性表达^[1],文献[2-4]采用锥形

和距离划分相结合的模型来表达平面点对象间的位置关系,文献[5]将平面点对象的位置表达模型扩展到三维空间. 迄今为止,位置关系的研究均针对点对

象,区域对象间的位置关系还有待进一步研究.另外,现有的方向和距离关系的结合,在本质上仍分别使用各自独立的表达和推理模型,需要进一步完善.

本文首先提出了定性直角坐标的概念,基于此概念提出了一种平面区域对象位置关系表达模型,该模型充分考虑到对象的形状及对象间的空间布局对空间方位关系的影响,较好地表达了区域对象间的位置关系.该模型中,由定性坐标可同时得到位于相应坐标区域的对象相对于参考对象的方向关系和定性距离的信息,因此,该模型将方向关系和距离关系有机地结合在一起,形成统一的表达和推理模型.

没有充分考虑对象的形状及对象间的空间布局等对方向关系的影响和制约,是导致主方向关系推理存在极大的不确定性的主要原因,而本文提出的位置表达模型则较好地反映了对象的形状及对象间的空间布局.基于该模型,本文还提出了一个主方向关系推理算法,理论分析和实例验证的结果表明,该算法降低了推理结果的不确定性,有效地提高了推理的精度.

1 基本知识

1.1 主方向关系

文献[6]中的主方向关系表达模型已被证明是目前较合理的模型.在该模型中假定参考对象 $a \in G$ (G 表示封闭的、连通的以及有连通边界区域的集合),设 a 在 x 轴(y 轴)的投影最大、最小值分别用 $\sup_x(a)$ 、 $\inf_x(a)$ ($\sup_y(a)$ 、 $\inf_y(a)$) 表示. a 的最小外包矩形记为 $S_{\min}(a)$,是由直线 $x=\inf_x(a)$ 、 $x=\sup_x(a)$ 、 $y=\inf_y(a)$ 和 $y=\sup_y(a)$ 围成的矩形.围成 $S_{\min}(a)$ 的 4 条直线将空间分成如下 9 个区域: $A_{NW}, A_N, A_{NE}, A_W, A_O, A_E, A_{SW}, A_S, A_{SE}$. 这 9 个区域称为参考对象 a 的方向区域^[7]. 如果 $b \in A_{NW}$,则称 b 在 a 的西北方,记为 $bNWa$. 同理可定义北(N),东北(NE),西(W),同一方向(O),东(E),西南(SW),南(S),东南(SE)等方向关系.

基本主方向是一个形如 $R_1 : \cdots : R_k$ 的方向关系, $R_1, \cdots, R_k \in \{S, SW, W, NW, N, NE, E, SE, O\}$, 其中 $1 \leq k \leq 9$, 且满足 $1 \leq i, j \leq k$, 且 $i \neq j$ 时 $R_i \neq R_j$, 且对于任意参考对象 $a \in G$, $\exists b_1, \cdots, b_k \in G$ 使得 $b_1 \in a_{R_1}, \cdots, b_k \in a_{R_k}$ 且 $b_1 \cup \cdots \cup b_k \in G$. 若 b 相对于 a 的主方向关系为 $R_1 : \cdots : R_k$, 则记为 $bR_1 : \cdots : R_k a$. 例如, $bN : NE : a$ 表示 b 部分位于 a 的正北方且部分位于 a 的东北方. 基于主方向关系的集合共有 218 种元素,该集合记为 U_D . 基本

主方向关系是矩形的,基本主方向关系之间的包含及矩形主方向关系等概念详见文献[6].

1.2 空间距离关系

文献[4,7]用一组完全有序的标志 $Q=\{q_0, q_1, \cdots, q_n\}$ 表示距离,其中 q_0 是离参考对象最近的距离标志, q_n 是最远的距离标志. 对于每个距离标志 q_i , 对应一个正实数上的区间 I_i . 定性距离系统的形式化定义见文献[4].

定义 1^[7] 给定对象 c 相对 b 的定性距离向量 d_{cb} , b 相对 a 的定性距离 d_{ba} , 距离的合成运算给出 c 相对 a 的定性距离 d_{ca} , 运算的结果是一个距离范围,该距离范围的下界和上界分别记为 $L(d_{ca})$, $U(d_{ca})$. 距离向量 d_{cb} 与 d_{ba} 同向和垂直时的合成运算分别记为 $d_{cb} \oplus d_{ba}$ 和 $d_{cb} \otimes d_{ba}$.

2 定性位置表达

2.1 定性坐标系

定义 2 规定了原点、正方向和定性距离系统的直线称为定性轴.

定义 3 在平面上取两条互相垂直的且有相同定性距离系统的定性轴,它们的交点 o 为公共原点,这两个定性轴构成的坐标系称为定性直角坐标系,其中水平的定性轴 ox 称为 x 轴(横轴),铅直的定性轴 oy 称为 y 轴(纵轴).

定义 4 设平面上任意一点 p 在定性直角坐标系 xoy 的 x 轴和 y 轴上的投影分别为 m 、 n , 则将点 m (n) 与原点 o 的定性距离值按照有向线段 om (on) 与 x 轴(y 轴)的正方向相同或相反赋以正或负得到的值 x (y) 称为点 p 的定性横坐标(定性纵坐标),有序对 (x, y) 称为点 p 的定性直角坐标.

2.2 基于定性坐标的位置表达模型

现有的位置表达模型均把空间对象作为点来处理. 基于定性坐标的概念,本文提出了一种空间区域对象位置关系表达模型. 已知参考对象 $a \in G$, 以 $S_{\min}(a)$ 的顶点为坐标原点,以平行于空间 x 、 y 轴的定性轴为坐标轴建立 9 个形如 $Q_c(o, ox, oy, D)$ 的定性直角坐标系,如图 1 所示,其中: o 为坐标原点,用点 o 的坐标表示该点; ox 、 oy 是定性轴,为有向射线或线段,用形如 $\langle s, e \rangle$ 的元组表示 $ox(oy)$, 其中 s 、 e 分别为 $ox(oy)$ 的始点和终点在空间 $x(y)$ 轴上对应的定量坐标; D 为定性距离系统. 这 9 个定性直角坐标系如下: $Q_c((l, t), \langle l, -\infty \rangle, \langle t, +\infty \rangle, D)$, $Q_c((l, t), \langle l, r \rangle, \langle t, +\infty \rangle, D)$, $Q_c((r, t), \langle r, +\infty \rangle, \langle t, +\infty \rangle, D)$, $Q_c((l, d), \langle l,$

$-\infty>, <d, t>, D), Q_c((l, d), <l, r>, <d, t>, D), Q_c((r, d), <r, +\infty>, <d, t>, D), Q_c((l, d), <l, -\infty>, <d, -\infty>, D), Q_c((l, d), <l, r>, <d, -\infty>, D), Q_c((r, d), <r, +\infty>, <d, -\infty>, D),$ 其中 $l = \inf_x(a)$, $r = \sup_x(a)$, $d = \inf_y(a)$, $t = \sup_y(a)$.

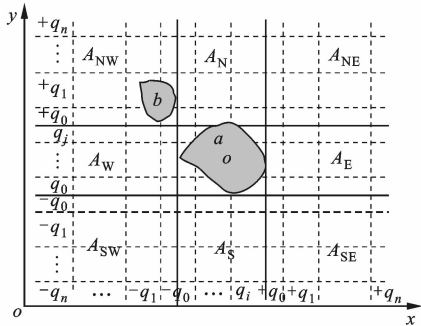


图1 定性坐标系对参考对象空间的划分

对于定性直角坐标系 $Q_c(o, ox, oy, D)$, 规定坐标原点 o 的定性坐标为 $(0, 0)$. 假设定性距离系统 D 的距离标志集 $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$, 若 $ox(oy)$ 为有向射线, 方向与空间 x 轴(y 轴)正方向相同, 则沿 $ox(oy)$ 延伸的方向依次赋以定性坐标 $+q_0, +q_1, \dots, +q_n$, 相反依次赋以 $-q_0, -q_1, \dots, -q_n$. 若 $ox(oy)$ 为有向线段, 沿其正方向依次赋以定性坐标 $q_0, q_1, \dots, q_i$, 其中 q_i 为该有向线段的定性长度. 规定定性坐标值沿空间坐标轴的正方向依次有序, 定性坐标值的集合 $\{+q_0, +q_1, \dots, +q_n\}, \{-q_0, -q_1, \dots, -q_n\}$ 分别记为 Q^+, Q^- , x 轴(y 轴)上定性坐标为 $x(y)$ 的点到其坐标原点的距离记为 $|x|(|y|)$, 由定性坐标的赋值可知 $|-q_i| = |q_i| = |+q_i| = q_i$.

定性坐标均为 (x, y) 的点形成的区域记为 $a(x, y)$, 依定性坐标值, 空间被划分为若干个区域, 如图1所示. 这些区域称为参考对象 a 的位置区域. 若 b 包含在 $a(x, y)$ 区域, 则称 b 位于 a 的 $a(x, y)$ 位置区域, 记为 $b(x, y)a$, 若 b 与 $a(x_1, y_1), \dots, a(x_k, y_k)$ 的交均不为空, 则称 b 位于 a 的 $a(x_1, y_1), \dots, a(x_k, y_k)$ 位置区域, 记为 $b(x_1, y_1) : \dots : (x_k, y_k)a$.

$$P(b, a) =$$

$$\begin{bmatrix} a(-q_n, +q_n) \cap b, & \dots, & a(-q_0, +q_n) \cap b, & a(q_0, +q_n) \cap b, & \dots, & a(q_i, +q_n) \cap b, & a(+q_0, +q_n) \cap b, & \dots, & a(+q_n, +q_n) \cap b \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a(-q_n, +q_0) \cap b, & \dots, & a(-q_0, +q_0) \cap b, & a(q_0, +q_0) \cap b, & \dots, & a(q_i, +q_0) \cap b, & a(+q_0, +q_0) \cap b, & \dots, & a(+q_n, +q_0) \cap b \\ a(-q_n, q_j) \cap b, & \dots, & a(-q_0, q_j) \cap b, & a(q_0, q_j) \cap b, & \dots, & a(q_i, q_j) \cap b, & a(+q_0, q_j) \cap b, & \dots, & a(+q_n, q_j) \cap b \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a(-q_n, q_0) \cap b, & \dots, & a(-q_0, q_0) \cap b, & a(q_0, q_0) \cap b, & \dots, & a(q_i, q_0) \cap b, & a(+q_0, q_0) \cap b, & \dots, & a(+q_n, q_0) \cap b \\ a(-q_n, -q_0) \cap b, & \dots, & a(-q_0, -q_0) \cap b, & a(q_0, -q_0) \cap b, & \dots, & a(q_i, -q_0) \cap b, & a(+q_0, -q_0) \cap b, & \dots, & a(+q_n, -q_0) \cap b \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a(-q_n, -q_n) \cap b, & \dots, & a(-q_0, -q_n) \cap b, & a(q_0, -q_n) \cap b, & \dots, & a(q_i, -q_n) \cap b, & a(+q_0, -q_n) \cap b, & \dots, & a(+q_n, -q_n) \cap b \end{bmatrix}$$

(1)

例如, 图1中 b 相对 a 的位置关系为 $b(-q_0, +q_1) : (-q_1, +q_1) : (-q_0, +q_0) : (-q_1, +q_0)a$. 那么, 通过考察参考对象 a 的定性位置区域与主对象 b 的交集是否为空, 可构造一个形如式(1)的矩阵来表达区域对象间的位置关系.

该模型能较好地反映对象的形状及对象间的空间布局. 例如, 由图1中 $b(-q_0, +q_1) : (-q_1, +q_1) : (-q_0, +q_0) : (-q_1, +q_0)a$, 可得 b 必定包含在长、宽均为 q_1 的矩形内, 在一定程度上反映了 b 的形状; b 位于区域 $a(-q_0, +q_1)$, $a(-q_1, +q_1)$, $a(-q_0, +q_0)$ 和 $a(-q_1, +q_0)$, 则在一定程度上反映了 b 相对于 a 的空间分布.

对于位置区域 $a(x, y)$, 可通过定性坐标 x, y 的值确定位于该区域的对象相对于参考对象的方向关系, 由模型中定性坐标的定义可得定性坐标与方向关系的对应关系如表1所示. 因此, 式(1)给出的位置矩阵蕴涵着对象间的方向关系. 例如, 由图2中 $b(-q_0, +q_1) : (-q_1, +q_1) : (-q_0, +q_0) : (-q_1, +q_0)a$, 可得 b NW a .

表1 主方向关系和定性坐标值间的蕴涵关系

y	x		
	Q^-	Q	Q^+
Q^+	NW	N	NE
Q	W	O	E
Q^-	SW	S	SE

定理1 在定性直角坐标系 $Q_c(o, ox, oy, D)$ 中, 点 p 的定性坐标为 (X, Y) , 则 $L(|X| \otimes |Y|) \leq d_{op} \leq U(|X| \otimes |Y|)$.

对于任意位置区域 $a(x, y)$, 可由定理1确定位于该区域的对象与该区域所在坐标系原点之间定性距离范围的上界和下界, 可由对象 b 位于参考对象 a 的各个位置区域的部分与相应坐标系原点的距离的范围来表达对象间的距离信息. 因此, 该模型通过定性坐标既给出了对象间方向的信息, 又给出了距离的信息, 故该模型将方向和距离统一在一起.

3 基于定性位置的主方向关系推理

为了提高主方向关系推理的精度,基于本文的位置关系模型,提出一个主方向关系推理的算法.已知 c 相对 b 和 b 相对 a 的位置关系,推理 c 相对 a 的主方向关系.在给出推理算法之前先给出一些记号和相关定理.任意对象 a 在 x 轴、 y 轴上的投影的定性长度分别记为 l_a, w_a (若 a 为矩形,即 a 的长、宽分别为 l_a, w_a). a 为参考对象,定性坐标为 (x, y) 的点所在区域坐标系的原点记为 $O_a(x, y)$; 点 p 在 x, y 轴上的定性坐标分别记为 p_x, p_y . 以点 p, q 为对角线两顶点的矩形记为 $S_{\text{rec}}(p, q)$. 由表 1, 对于任意 $r \in \{S, SW, W, NW, N, NE, E, SE, O\}$, 存在唯一的元组 $\langle r_x, r_y \rangle$ 与其一一对应, 其中 $r_x, r_y \in \{Q^-, Q, Q^+\}$, 因此可用该元组表示 r .

引理 1 设点 c 相对 b 的定性坐标为 (x_1, y_1) , b 相对于 a 在 $x(y)$ 轴上的定性坐标的最小、最大值分别为 $l, r(z, t)$, 点 $O_{cb}(x_1, y_1)$ 相对于 a 的定性坐标为 (x_2, y_2) . 如果 $x_1(y_1) \in Q^-$ 或 $x_1(y_1) \in Q$, 则 $x_2 = l$ ($y_2 = z$); 如果 $x_1(y_1) \in Q^+$, 则 $x_2 = r$ ($y_2 = t$).

定理 2 设点 c 相对于对象 b 的定性坐标为 (x_1, y_1) , 点 $O_{cb}(x_1, y_1)$ 相对于对象 a 的定性坐标为 (x_2, y_2) , 则有以下命题成立:

(1) 若 $x_2(y_2) \in Q^-, x_1(y_1) \in Q^+$ 或 $x_1(y_1) \in Q$, 则

$$x(y) \in \begin{cases} Q^-, & |x_1|(|y_1|) < |x_2|(|y_2|) \\ Q^- \text{ 或 } Q, & |x_1|(|y_1|) = |x_2|(|y_2|) < Lx(y) \\ Q^-, Q \text{ 或 } Q^+, & |x_1|(|y_1|) = |x_2|(|y_2|) = Lx(y) \\ Q, & |x_2|(|y_2|) < |x_1|(|y_1|) < Lx(y) \\ Q \text{ 或 } Q^+, & |x_2|(|y_2|) < Lx(y) \leq |x_1|(|y_1|) \leq Ux(y) \\ Q^+, & |x_1|(|y_1|) > Ux(y) \end{cases}$$

式中: $Lx = L(|x_2| \oplus l_a)$; $Ux = U(|x_2| \oplus l_a)$; $Ly = L(|y_2| \oplus w_a)$; $Uy = U(|y_2| \oplus w_a)$.

(2) 若 $x_2(y_2) \in Q, x_1(y_1) \in Q^-$, 则

$$x(y) \in \begin{cases} Q, & |x_1| < |x_2|(|y_1|) < |y_2| \\ Q \text{ 或 } Q^-, & |x_1| = |x_2|(|y_1|) = |y_2| \\ Q^-, & |x_1| > |x_2|(|y_1|) > |y_2| \end{cases}$$

(3) 若 $x_2(y_2) \in Q, x_1(y_1) \in Q^+$ 或 $x_1(y_1) \in Q$, 则

$$x(y) \in \begin{cases} Q, & l_a > Ux \quad (w_a > Uy) \\ Q \text{ 或 } Q^+, & Lx \leq l_a \leq Ux \quad (Ly \leq w_a \leq Uy) \\ Q^+, & l_a < Lx \quad (w_a < Ly) \end{cases}$$

式中: $Lx = L(|x_1| \oplus |x_2|)$; $Ly = L(|y_1| \oplus |y_2|)$;

$$Ux = U(|x_1| \oplus |x_2|); Uy = U(|y_1| \oplus |y_2|).$$

(4) 若 $x_2(y_2) \in Q^+, x_1(y_1) \in Q^-$, 则

$$x(y) \in \begin{cases} Q^+, & |x_1|(|y_1|) < |x_2|(|y_2|) \\ Q^+ \text{ 或 } Q, & |x_1|(|y_1|) = |x_2|(|y_2|) < Lx(y) \\ Q^-, Q \text{ 或 } Q^+, & |x_1|(|y_1|) = |x_2|(|y_2|) = Lx(y) \\ Q, & |x_2|(|y_2|) < |x_1|(|y_1|) < Lx(y) \\ Q \text{ 或 } Q^-, & |x_2|(|y_2|) < Lx(y) \leq |x_1|(|y_1|) \leq Ux(y) \\ Q^-, & |x_1|(|y_1|) > Ux(y) \end{cases}$$

式中: $Lx = L(|x_2| \oplus l_a)$, $Ux = U(|x_2| \oplus l_a)$, $Ly = L(|y_2| \oplus w_a)$, $Uy = U(|y_2| \oplus w_a)$.

(5) 若 $x_2(y_2) \in Q^-, x_1(y_1) \in Q^-$, 则 $x(y) \in Q^-$; 若 $x_2(y_2) \in Q^+, x_1(y_1) \in Q^+$ 或 $x_1(y_1) \in Q$, 则 $x(y) \in Q^+$.

定义 5^[6] $R \in U_D$, R 的边界关系是包含 R 的最小矩形关系, 记为 $B_{\min}(R)$.

定义 6 $R_1, R_2 \in U_D$, R_1 和 R_2 的边界关系是同时包含 R_1, R_2 的最小矩形关系, 记为 $B_{\min}(R_1, R_2)$.

定义 7 R 为矩形关系, 以 R 为边界关系的基本的主方向关系称为矩形关系 R 的原关系, R 的所有原关系的集合记为 $O(R)$.

定理 3 对象 $a, b \in G$, 其中 b 为矩形, 设 p, q 分别为 b 的左下顶点和右上顶点, 若 pR_1a, qR_2a , 其中 $R_1, R_2 \in \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW, O\}$, 则 $bB_{\min}(R_1, R_2)a$. (证明略)

定理 4 $a, b \in G$, 若 $bRa, R \in U_D$, 则 $S_{\min}(b) \cdot B_{\min}(R) a$. (证明略)

定理 5 $a, b, c \in G$, c 为矩形, c 的左下、右上顶点分别为 p, q , c 的长、宽分别为 l_c, w_c ($l_c, w_c \in Q$), 假设由定理 2 得到 p, q 相对于 a 的方向关系分别为 pR_1a, qR_2a . 若已知 cRa , 则有以下命题成立:

(1) 若 $l_c > l_a, r_{1x} = Q, r_{2x} = Q$, 则 $B_{\min}(r_1, r_2) \notin R$.

(2) 若 $l_c < l_a, r_{1x} = Q^-, r_{2x} = Q^+$, 则 $B_{\min}(r_1, r_2) \notin R$.

(3) 若 $w_c > w_a, r_{1y} = Q, r_{2y} = Q$, 则 $B_{\min}(r_1, r_2) \notin R$.

(4) 若 $w_c < w_a, r_{1y} = Q^-, r_{2y} = Q^+$, 则 $B_{\min}(r_1, r_2) \notin R$.

证明 首先证明命题(1)成立. 证明如下: $r_{1x} = Q, r_{2x} = Q$, 若 $cB_{\min}(r_1, r_2)a$, 则可得 $l_c < l_a$, 这与已知 $l_c > l_a$ 矛盾, 故 $B_{\min}(r_1, r_2) \notin R$. 命题(2)、(3)、(4)同理可证. 证毕.

定理 6 $a, b \in G, bRa$, 其中 b 为矩形, R 为矩形主方向关系, 令 $R' = \{R^* | b^* R^* a \wedge S_{\min}(b^*) = b\}$, 则

$R'=O(R)$.

证明 $\forall R^* \in R', \exists b^* \in \{b^* \mid S_{\min}(b^*)=b\}$, 使得 $b^* R^* a$, 那么, 由定理 4 得 $bB_{\min}(R^*)a$. 假设 $R^* \notin O(R)$, 则 $B_{\min}(R^*) \neq R$, 这与已知 bRa 矛盾, 故 $R^* \in O(R)$. 反之, $\forall R^* \in O(R)$, 令 $R^* = R_1 : \dots : R_l$, 则 $b_0 = b \cap (a_{R_1} \cup \dots \cup a_{R_l})$ 使得 $b_0 R^* a$, 且 $S_{\min}(b_0) = b$, 故 $R^* \in R'$. 证毕.

已知 $a, b, c \in G$, c 相对于 b 的位置矩阵 P_1 , b 相对于 a 的位置矩阵 P_2 及 l_c, w_c , 由上述定理, 下面给出推理 c 相对于 a 的主方向关系的推理算法.

算法 基于定性坐标的主方向关系推理算法.

输入 c 相对 b 的位置矩阵 P_1 , b 相对 a 的位置矩阵 P_2, l_c, w_c

输出 c 相对 a 的主方向关系 R

CDR.Position(P_1, P_2)

begin

(1) 遍历 P_1 得到 c 相对 b , 在 x 轴(y 轴)上定性坐标的最小、最大值, 分别赋给 $l_1, r_1(d_1, t_1)$;

(2) 遍历 P_2 得到 b 相对 a , 在 x 轴定性坐标的最小、最大值, 在 y 轴上定性坐标的最小、最大值及 a 的长、宽分别赋给 $l_2, r_2, d_2, t_2, l_a, w_a$;

(3) $Q_l = C(l_1, l_2, r_2, l_a)$;

$Q_r = C(r_1, l_2, r_2, l_a)$;

$Q_d = C(d_1, d_2, t_2, w_a)$;

$Q_t = C(t_1, d_2, t_2, w_a)$;

$R_1 = \{\langle R_l, R_d \rangle \mid R_l \in Q_l, R_d \in Q_d\}$;

$R_2 = \{\langle R_r, R_t \rangle \mid R_r \in Q_r, R_t \in Q_t\}$;

(4) for all $r_1 \in R_1$ do

for all $r_2 \in R_2$ do

if ($(!(l_c > l_a \text{ and } r_{1x} = Q \text{ and } r_{2x} = Q) \text{ or } (l_c < l_a \text{ and } r_{1x} = Q^- \text{ and } r_{2x} = Q^+) \text{ or } (w_c > w_a \text{ and } r_{1y} = Q \text{ and } r_{2y} = Q) \text{ or } (w_c < w_a \text{ and } r_{1y} = Q^- \text{ and } r_{2y} = Q^+))$) then

$R^* = R^* \cup B_{\min}(r_1, r_2)$; / R^* 的初始值为空 * /

(5) $R = \bigcup_{r \in R^*} O(r)$;

(6) return R ;

end

$C(x_1, l, r, d)$

/ * 由定理 2 得到的定性坐标值范围的函数 * /

begin

if ($x_1 \in Q^- \text{ or } x_1 \in Q$) then $x_2 = l$;

if ($x_1 \in Q^+$) then $x_2 = r$; / * 由引理 1 得 * /

if ($x_2 \in Q^-$) then

$Lx = L(|x_2| \oplus d)$;

$Ux = U(|x_2| \oplus d)$;

if ($x_1 \in Q^+ \text{ or } x_1 \in Q$) then

依 x_1, x_2, Lx, Ux 的值, 由定理 2 命题(1)得到的取值范围赋给 Q_0 ;

if ($x_1 \in Q^-$) then $Q_0 = \{Q^-\}$;

if ($x_2 \in Q$) then

$Lx = L(|x_1| \oplus |x_2|)$;

$Ux = U(|x_1| \oplus |x_2|)$;

依 x_1, x_2, Lx, Ux 的值, 由定理 2 命题(2)、(3)得到的取值范围赋给 Q_0 ;

if ($x_2 \in Q^+$) then

$Lx = L(|x_2| \oplus d)$;

$Ux = U(|x_2| \oplus d)$;

if ($x_1 \in Q^-$) then

依 x_1, x_2, Lx, Ux 的值, 由定理 2 命题(4)得到的取值范围赋给 Q_0 ;

if ($x_1 \in Q^+ \text{ or } x_1 \in Q$) then $Q_0 = \{Q^+\}$;

return Q_0 ;

end

算法分析: 函数 $C(x_1, l, r, d)$ 实现了由某点相对 b 的定性坐标, 利用引理 1 和定理 2 推理该点相对 a 的定性坐标值的范围. 步骤(1)遍历 P_1 得到 $S_{\min}(c)$ 的左下顶点 p 、右上顶点 q 相对 b 的定性坐标分别为 (l_1, d_1) 、 (r_1, t_1) . 步骤(3)对 l_1, r_1, d_1, t_1 分别调用函数 $C(x_1, l, r, d)$ 得到 $p_{ax}, p_{ay}, q_{ax}, q_{ay}$ 的取值范围集分别赋给 Q_l, Q_r, Q_d, Q_t , 由以上取值范围集得到 p, q 相对 a 的主方向关系集分别赋给 R_1, R_2 . 由 R_1, R_2 及定理 3、5 得到 $S_{\min}(c)$ 相对 a 的主方向关系集. 步骤(4)将其赋给 R^* . 由 R^* 及定理 6 得到 c 相对于 a 的主方向关系. 步骤(5)将其赋给 R . 因此 R 为 c 相对 a 的主方向关系, 故算法是正确的.

该算法先由定理 2 得到 $S_{\min}(c)$ 的顶点相对 a 的定性坐标取值范围, 由该取值范围对 $S_{\min}(c)$ 所在的方向区域进行限定, 过滤掉某些不满足条件的结果, 得到 $S_{\min}(c)$ 相对于 a 的方向关系为 $S_{\min}(c)R^*a$. 进一步由定理 5 对 R^* 进行筛选. 假设, c 相对于 a 的方向关系为 cRa , 由定理 6 得 $R = \bigcup_{r \in R^*} O(r)$. 因此, 以上过滤筛选等预处理过程剔除了某些不满足条件的推理结果, 提高了推理的精度.

4 实例验证

通过实例将本文所提算法的推理结果与文献[6]的推理结果进行对比,验证本文提出的推理算法的精度.实例中用符号集 $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ 表示定性距离.定性距离划分如下: $q_0 = \{d | 0 < d \leq 2l\}$, $q_1 = \{d | 2l < d \leq 5l\}$, $q_2 = \{d | 5l < d \leq 9l\}$, $q_3 = \{d | 9l < d \leq 14l\}$, $q_4 = \{d | 14l < d \leq 20l\}$ (满足单调约束规则), l 为某距离度量单位.在单调约束规则且距离划分粒度为 5 的情况下,方向相同的两距离向量合成的组合表详见文献[7]的中表 1.

实例对比:设实例中的对象均为矩形,对象 a 、 b 、 c 分别为矩形 $S_{\text{rec}}((l, l), (9l, 5l))$ 、 $S_{\text{rec}}((10l, 6l), (15l, 12l))$ 、 $S_{\text{rec}}((6l, 7l), (7l, 15l))$, 由 a 、 b 、 c 的顶点坐标可得 $cNW : Wb$, $bNEa$, cNa .

由 $cNW : Wb$, $bNEa$, 那么根据文献[6]给出的推理方法可得 c 相对于 a 的主方向关系可能为以下情形之一: cNa , $cNWa$, $cNEa$, $cNW : Na$, $cN : NEa$ 和 $cNW : N : NEa$.

对于本文的推理算法,由 a 、 b 、 c 的顶点坐标及定性距离划分可得,对于 c 的顶点 $p = (6l, 7l)$, $q = (7l, 15l)$, $p_{bx} = -q_1$, $p_{by} = q_0$, $q_{bx} = -q_1$, $q_{by} = +q_1$, $l_c = q_0$, $w_c = q_2$; b 相对于 a 的 x 轴定性坐标的最小、最大值分别为 $l_2 = +q_0$, $r_2 = +q_2$; y 轴定性坐标的最小、最大值分别为 $d_2 = +q_0$, $t_2 = +q_2$; a 的长、宽分别为 $l_a = q_2$ 和 $w_a = q_1$. 下面首先确定 p_{ax} 的取值范围,具体推理过程如下: $p_{bx} = -q_1$, 由引理 1 得点 p 所在坐标系的原点 $O_{cb}(-q_1, q_0)$ 相对 a 的 x 坐标为 $x_2 = l_2 = +q_0$. 由 $p_{bx} = -q_1 \in Q^-$, $x_2 = +q_0 \in Q^+$, 可知应用定理 2(4), 其中 $Lx = L(|x_2| \oplus l_a) = q_2$, $Ux = U(q_0 \oplus q_2) = q_3$ (见文献[7]中表 1), 故 $|x_2| < |p_{bx}| < Lx$, 因此 $p_{ax} \in Q$. 同上, 依次求得 $p_{ay} \in Q^+$, $q_{ax} \in Q$, $q_{ay} \in Q^+$, 查表 1 得 pNa , qNa , 由定理 3 和定理 5 得 cNa . 与实际情况及文献[6]的推理结果对比表明, 本文算法的推理结果与实际情况一致, 且将推理的结果唯一限定为 cNa .

进一步, 通过大量的实例将本文推理算法的推理结果与文献[6]的推理结果进行了对比, 本文的推理结果均为其子集. 实例验证表明, 本文提出的推理算法减小了推理结果的不确定性, 提高了推理的精度.

5 结 论

本文提出了一种区域对象位置关系表达模型, 较好地表达了区域对象间的位置关系, 该模型将方向和距离关系有机地融合在一起, 形成了统一的表达和推理模型. 基于该位置关系模型, 提出了一个主方向关系推理算法, 理论分析和实例验证的结果表明, 该算法有效地提高了推理的精度. 本文的研究实现了区域对象间的位置关系表达, 实现了方向和距离关系的统一, 提高了主方向关系推理的精度, 对于进一步完善和提高空间数据库的空间检索、空间推理及空间分析等能力具有重要的意义.

参考文献:

- [1] PENQUET D J. Toward the definition and use of complex spatial relationships [C] // Proc of the 3rd Int Symp on Spatial Data Handling. Sydney, Australia: IGU Commission on Geographical Data Sensing and Processing, 1988: 211-223.
- [2] FRANK A U. Qualitative spatial reasoning about distances and directions in geographic space [J]. Journal of Visual Languages and Computing, 1992(3): 343-371.
- [3] HONG J H, EGENHOFER M J, FRANK A U. On the robustness of qualitative distance and directions reasoning [C] // Proc of Auto-Carto 12. Charlotte, North Carolina, USA: ACM/ASPRS, 1995: 301-310.
- [4] CLEMENTINI E, DI FELICE P, HERNANDEZ D. Qualitative representation of positional information [J]. Artificial Intelligence, 1997, 95(2): 317-356.
- [5] 刘新, 刘文宝, 李成名, 等. 3 维 GIS 中位置关系的定性描述与推理 [J]. 测绘学报, 2008, 37(4): 495-500. LIU Xin, LIU Wenbao, LI Chengming, et al. Qualitative representation and reasoning of positional relationships in 3D GIS [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(4): 495-500.
- [6] SKIADOPOULOS S, KOUBARAKIS M. Composing cardinal direction relations [J]. Artificial Intelligence, 2004, 152: 143-171.
- [7] HERNANDEZ D, CLEMENTINI E, DI FELICE P. Qualitative distances [C] // Proc of COSIT'95. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 45-57.

(编辑 武红江)