

X-Y 工作台摩擦误差补偿方法的研究

陈光胜¹, 梅雪松^{1,2}, 陶涛¹

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了降低摩擦造成的数控机床轮廓的误差,以 X-Y 平台为研究对象,采用数学推导、仿真和实验等方法,对摩擦误差的产生机理和补偿方法进行了研究.从瞬态响应的视角揭示了摩擦误差的产生机理,提出的数学方法能精确计算出摩擦误差出现的时机、持续时间,以及由摩擦产生的最大跟随误差.同时,提出了一种基于双脉冲补偿方波的误差补偿方法,可利用数学推导来确定补偿脉冲的参数(脉冲高度、宽度、起始位置),通过在位置指令中加入补偿脉冲可使工作台尽快脱离工作死区,快速逼近理想轨迹.数值仿真和实验结果表明,该方法将摩擦产生的突起误差高度由 15 μm 降低为 2 μm ,达到了较理想的误差补偿效果.

关键词: 摩擦误差;误差补偿;伺服系统建模;X-Y 工作台

中图分类号: TP271.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)01-0069-05

Compensation of Friction Error for X-Y Table

CHEN Guangsheng¹, MEI Xuesong^{1,2}, TAO Tao¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To reduce contour error due to friction of computer numerical control (CNC) machine tools, the reason that quadrant protrusions in circular motion of X-Y table occurs and the method for error compensation are investigated by simulations and experiments. The mechanism of emergence of friction error can be revealed by performance analysis of transient response of the servo system. A new approach for compensation of friction error with double compensation pulses is proposed. The parameters of compensation pulses such as magnitudes, widths and time of starting are determined mathematically. The input commands with compensation pulse makes the worktable escape from dead region at the best time, and the worktable approaches to ideal feed path along the guide as rapidly as possible. The simulation and experiment show that the magnitude of protrusions due to friction are reduced from 15 μm to 2 μm to achieve the desired situation effectively.

Keywords: friction error; error compensation; servo system modeling; X-Y table

由于摩擦的存在,伺服系统在低速运动、特别是反向运动时表现出很强的非线性特征^[1],因此是影响数控机床轮廓加工精度的主要因素之一. Erkorkmaz 等人^[2]利用力反馈方法达到了较好的控制效果,但采用设计新的或改变控制器结构的方法,对于技术相对成熟,且应用广泛的位置和速度反馈方式的 NC 控制器是不实用的.因此,多数研究围绕

设计一个可以对摩擦误差进行预测的补偿器去补偿摩擦误差^[3].

对于商用数控系统,在伺服系统位置控制环之前(插补器之后)添加信号一般是允许的.脉冲补偿法由于方法简单而受到关注,其原理是在摩擦误差发生时,在指令输入端叠加单个方形脉冲,使工作台脱离摩擦死区,但文献[4]表明,补偿脉冲参数(脉冲

宽度,高度,脉冲插入时刻)的确定却非常困难。

本文提出一种利用双补偿脉冲对误差进行补偿的新思路,在对圆运动过象限瞬态响应分析的基础上推导确定了补偿脉冲参数。通过仿真和实验,证明本方法可以显著减低由摩擦造成的过象限突起的高度,为实现高速精密工作台的摩擦误差补偿提供了一种实用的方法。

1 伺服系统数学模型

为了揭示摩擦误差的产生机理,需要建立3个简化的伺服系统模型:①包含摩擦环节的全闭环伺服系统仿真模型(简称模型Ⅰ);②不包含摩擦等干扰的全闭环伺服系统数学模型(简称模型Ⅱ);③当工作台处于换向时刻时,工作台不动,电机保持旋转的电机动力学模型(简称模型Ⅲ)。

1.1 模型Ⅰ

如图1所示,系统包括放大器、伺服电动机和X-Y工作台等部分,机械部分由电机、滚珠丝杠、丝杠螺母、导轨、工作台组成。摩擦模型采用了由 Polycarpou 和 Soom 开发的两维混合摩擦模型^[4],能较真实地描述处于边界与混合状态下线的接触滚动体摩擦力。利用该模型对摩擦误差的仿真结果与实际情况有很好的一致性(进给速度在 7.8 m/min 以上除外)。

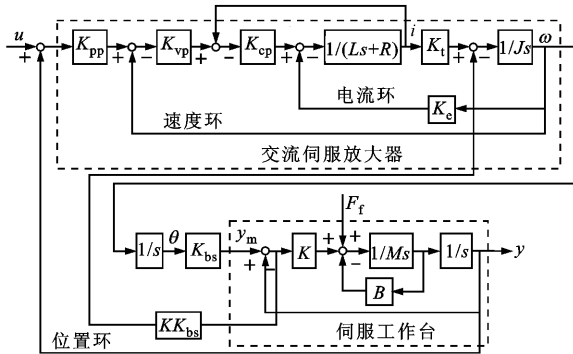


图1 包含摩擦环节的闭环伺服系统控制模型

u : 控制器输入信号; y_m : 丝杠螺母等效位移; K_{bs} : 电机转角对应螺母移动的转换系数; y : 工作台位移; θ : 电机转角; K_{pp} : 位置环比例增益; K_{vp} : 速度环增益; K_{cp} : 电流环增益; K_t : 电机电力矩常数; L, R : 电机等效电感和电阻; K : 工作台机械部分等效刚度; M : 工作台总质量; J : 电机等效惯量; B : 工作台阻尼; F_f : 摩擦力; i : 电机电流; s : 拉氏变换算子

假定模型中电机的机械阻尼为0,得到电机部分的微分方程为

$$\{[(u-y)K_{pp}-\dot{\theta}]K_{vp}-i\}K_{cp}-\dot{\theta}K_e-L\frac{di}{dt}=Ri$$

电机的力矩平衡微分方程为

$$iK_t = J\ddot{\theta} + (y_m - y)KK_{bs}$$

工作台部分力平衡微分方程为

$$(y_m - y)K = M\ddot{y} + B\dot{y} + F_f \operatorname{sgn}(\dot{y})$$

对以上微分方程进行拉氏变换,得到系统的输出信号

$$Y = \frac{f}{as^5 + bs^4 + cs^3 + ds^2 + es + f}U + g$$

$$U = \mathcal{L}(u) \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= LJM \\ b &= K_{cp}JM + LJB + RJM \\ c &= K_tK_eM + K_tK_{vp}K_{cp}M + K_{cp}JB + LJK + LKK_{bs}^2M + RJB \\ d &= K_tK_eB + K_tK_{vp}K_{cp}B + K_{cp}JK + K_{cp}KK_{bs}^2M + LKK_{bs}^2B + RJK + RKK_{bs}^2M \\ e &= K_tK_eK + K_tK_{vp}K_{cp}K + K_{cp}KK_{bs}^2B + RKK_{bs}^2B \\ f &= K_tK_{pp}K_{vp}K_{cp}K_{bs}K \\ g &= -F_f[LJs^3 + (K_{cp}J + RJ)s^2 + (K_tK_{vp}K_{cp} + LKK_{bs}^2 + K_tK_e)s + K_{cp}KK_{bs}^2 + RKK_{bs}^2] \end{aligned}$$

式(1)可写成 $Y=G_l(s)U+G_n(s)$ 的形式,即该模型由线性环节 G_l 和非线性环节 G_n 组成。 G_n 可使伺服系统出现非线性特性,如反向0速区现象等,但当输入信号 u 足够大、伺服系统并不在反向0速区工作时,则下式成立^[5]

$$\Delta Y/\Delta U = G_l(s) \quad (2)$$

根据式(2),当伺服系统脱离0速区之后,输入增量与输出增量具有线性关系。

1.2 模型Ⅱ

在不考虑摩擦等干扰力矩时,得到全闭环伺服系统的传递函数

$$G_c(s) = \frac{f}{as^5 + bs^4 + cs^3 + ds^2 + es + f} \quad (3)$$

$$G_c(s) = G_l(s)$$

设 $u = A\sin(\omega t)$,则模型Ⅱ对 u 的稳态响应位移 $y = B\sin(\omega t + \varphi)$,且

$$|G_c(s)| = B/A; \varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im}[G_c(j\omega)]}{\operatorname{Re}[G_c(j\omega)]} \quad (4)$$

式中: A 表示输入信号的幅值。对于高精度数控系统 $|G_c(s)| \approx 1$

1.3 模型Ⅲ

从模型Ⅰ中可以看出,当伺服驱动器接收到控制信号后,电机首先转动,但由于 F_f 的存在,电机首

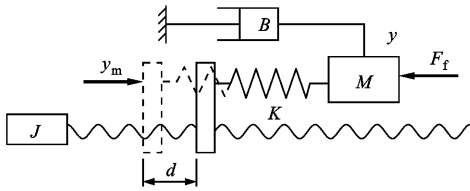
先带动丝杠螺母移动产生位移,从而压缩弹簧产生对工作台的推力 F_t ,只有当 $F_t > F_f$ 时,工作台才开始出现运动(见图 2).在工作台运动前,位置环的反馈信号为 0.为简化计算,考虑到电流环的带宽在几千赫兹以上,而数控系统的采样频率一般在 $1 \sim 2$ kHz 以下,整个电流环可看作是力矩 T 与电流输入的线性关系,在不考虑机械及电气阻尼时,伺服系统存在的微分方程为

$$[(K_{pp}u - \dot{\theta})K_{vp}K_{cp}K_t]/R - KK_{bs}^2\theta = J\ddot{\theta}$$

因 $y_m = K_{bs}\theta$,所以关于 u 、 y_m 的传递函数

$$G_m(s) = \frac{K_{bs}K_{pp}K_{vp}K_{cp}K_t}{(RJ s^2 + K_{vp}K_{cp}K_t s + RK K_{bs}^2)} \quad (5)$$

式(5)为典型的二阶系统.



d :任意时刻,丝杠螺母相对于 0 速位置的位移

图 2 伺服系统机械部分的等效简图

2 基于双脉冲的摩擦误差补偿方法

2.1 补偿器原理

基于前馈的摩擦误差补偿器的误差补偿结构如图 3 所示.利用插补器产生的指令数据,计算出摩擦误差的补偿信号,并加入到位置指令中.

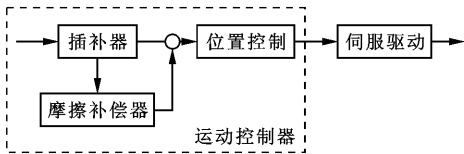


图 3 摩擦补偿器原理图

2.2 圆运动过象限摩擦误差现象

设输入信号为

$$u(t) = r(1 - \cos\omega t)$$

式中: r 为圆半径; ω 是角速度.为了直观解释圆运动轨迹穿越过象限区时摩擦误差的出现,圆运动在反向时的局部放大图如图 4 所示.图中 y_I 是模型 I 对 u 的响应, y_{II} 是模型 II 对 u 的响应.可以看出,除工作台在换向的短暂时刻, y_I 和 y_{II} 几乎完全重合,因此可以用 y_{II} 代替 y_I 在换向 0 速区以外的动态曲线.另外, u 、 y_I 和 y_{II} 分别在 t_0 、 t_1 时刻的速度为 0,而 y_I 、 y_{II} 分别相对于 u 具有相同的延迟时间 τ_0 (τ_0

$= t_1 - t_0$),即

$$\tau_0 = \varphi/\omega \quad (6)$$

在 t_1 时刻,工作台和电机同时进入静止状态,随后电机在指令信号作用下继续转动.由于非线性摩擦的存在,工作台仍然保持静止状态.当工作台进入所谓反向 0 速区时,产生摩擦误差,伺服系统的当前状态适合于模型 III,如果不考虑模型 III 与模型 I 的延迟时间,则模型 III 的响应曲线仍与 y_{II} 重合.以 0 速时的丝杠螺母的位置为参考点,在任意时刻 t ,丝杠螺母的位移为

$$d = r\{1 - \cos[\omega(t - t_1)]\}$$

电机单独移动时的最大位移

$$d_m = F_m/K$$

式中: F_m 为最大静摩擦力.当 $t = t_3$ 时, $F_t > F_m$,即 $d > d_m$,工作台开始出现运动,得到 0 速区的持续时间

$$\tau_1 = [\arccos(1 - F_m/Kr)]/\omega \quad (7)$$

很明显,图 4 中的 t_1 是工作台进入 0 速区的临界点, t_3 是工作台脱离 0 速区的时间临界点,0 速区的最大跟随误差

$$e_{\max} = r\{1 - \cos[\omega(\tau_0 + \tau_1)]\}$$

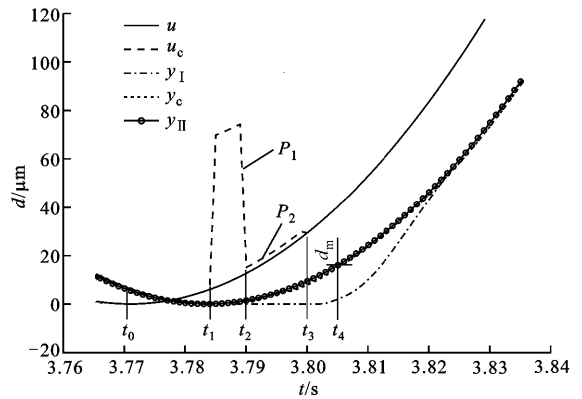


图 4 过象限摩擦误差的产生及补偿原理

2.3 圆运动过象限摩擦误差的双脉冲补偿

为了避免摩擦误差的出现,在位置指令叠加补偿信号 u_1 ,使工作台修正后的响应曲线 y_c 和 y_{II} 一致或误差最小,但确定 u_1 非常困难,而脉冲方波(有限时宽阶跃信号)则较容易获得.假如补偿脉冲开始时刻为 t_1 ,希望的脉冲宽度为 W ,只要再确定脉冲高度 H ,就可得到所有补偿参数.

当工作台在 t_1 时刻进入反向 0 速区时,首先给系统输入一个幅值较高的脉冲补偿方波 P_1 ,使电机推动丝杠螺母尽快对工作台产生足够的推力,从而使工作台在最短的时间内产生运动,脱离反向 0 速

区. 然后, 继续输入补偿方波 P_2 , 在 t_2 时刻, 使工作台位置快速逼近理想轨迹, 进入允许误差范围.

设 P_1 、 P_2 的宽度分别为 τ_2 、 τ_3 , 如果数控系统插补周期为 T , 则应使 $\tau_2=nT, \tau_3=mT<\tau_1, m, n$ 均为非 0 整数, 为使补偿宽度最小, 可取 $m=n=1$. 设 k_1 、 k_2 分别是补偿脉冲的高度系数, 则 P_1 、 P_2 的高度分别为 k_1d_1 、 k_2d_1 .

对于 P_1 , 补偿脉冲持续时间很短, $u(t)$ 变化很小, 即 $\Delta u \approx 0$, 此时系统的总输入可看作 $u(t_1)$ 与 k_1d_1 的叠加, 即

$h_1 = u(t_1) + k_1d_1 = r[1 - \cos(\omega\tau_0)] + k_1d_1$
当伺服系统工作在反向 0 速区时, 电机转动而工作台不动, 因此适合于模型Ⅲ, 并很容易得到

$y_m(t) = L^{-1}[h_1G_m(s)/s], y_m(0_+) = 0$
若使工作台在 P_1 结束时的 t_2 时刻产生运动, 应使 $y_m(t_2)=d_1$, 如果已知模型Ⅲ在 t_2 时刻的单位阶跃响应为 $y_{ms}(\tau_2)$, 则

$$h_1 = d_1/y_{ms}(\tau_2)$$

对于各参数已确定的伺服系统, h_1 是常数, 因此

$$k_1 = \{h_1 - r[1 - \cos(\omega\tau_0)]\}/d_1 \tag{8}$$

在 P_1 结束时的 t_2 时刻, 电机推动丝杠螺母相对于工作台产生位移, 如果在 t_2 时刻后, 伺服系统的输入信号有足够的强度, 则系统脱离 0 速区. 与 P_1 类似, 计算 P_2 的参数, 需要得到含有非线性环节的模型Ⅰ对阶跃信号的响应. 对模型Ⅰ, 求解出 $t_2 \sim \infty$ 时刻内系统对阶跃信号的时间响应是非常冗繁的, 可以通过仿真或实验的方法一次性得到系统对典型阶跃信号的时间响应, 从而可以方便地计算出不同工艺参数条件下 P_2 的参数.

设计 2 个输入信号

$$u_1(t) = \begin{cases} h_1 & (0 \leq t \leq \tau_2) \\ d_1 & (t > \tau_2) \end{cases}$$
$$u_2(t) = \begin{cases} h_1 & (0 \leq t \leq \tau_2) \\ 2d_1 & (t \geq \tau_2) \end{cases}$$

得到全闭环伺服系统的响应曲线 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$, 如图 5 所示. 当 $t = \tau_3$ 时, 系统位移分别是 $y_1(\tau_3)$ 、 $y_2(\tau_3)$, 在 $t = \tau_3$ 时, 系统产生的位移为

$$d_2 = r\{1 - \cos[\omega(\tau_2 + \tau_3)]\}$$

根据式(4)有

$$\frac{h_2 - u_1(\tau_3)}{d_2 - y_1(\tau_3)} = \frac{u_2(\tau_3) - u_1(\tau_3)}{y_2(\tau_3) - y_1(\tau_3)}$$

得

$$h_2 = \frac{[d_2 - y_1(\tau_3)][u_2(\tau_3) - u_1(\tau_3)]}{y_2(\tau_3) - y_1(\tau_3)}$$

$$k_2 = \{h_2 - r[1 - \cos(\omega\tau_0 + \omega\tau_2)]\}/d_1 \tag{9}$$

因此, 补偿脉冲的所有参数均被确定.

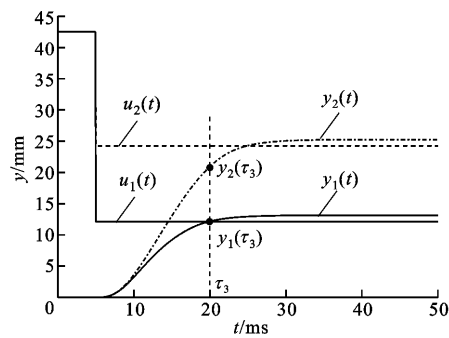


图 5 全闭环伺服系统对测试信号的响应

3 仿真及实验验证

3.1 数值计算

模型Ⅰ的各参数为: $K_{pp}=250 \text{ rad}/(\text{V} \cdot \text{s})$, $K_{vp}=45 \text{ A} \cdot \text{s}/\text{rad}$, $K_{cp}=2 \text{ A}/\text{V}$, $L=0.0527 \text{ H}$, $R=1.04 \Omega$, $K_t=0.82 \text{ m}/\text{A}$, $K_e=0.18 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{rad}$, $K_{bs}=0.00159 \text{ m}/\text{rad}$, $J_x=0.0299 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_y=0.00158 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $K_x=4.1 \times 10^5 \text{ N}/\text{m}$, $K_y=2.2 \times 10^7 \text{ N}/\text{m}$, $M_x=48.8 \text{ kg}$, $M_y=522 \text{ kg}$, $F_{fx}=50 \text{ N}$, $F_{fy}=240 \text{ N}$.

根据式(6)~式(9), 得到 X-Y 工作台做进给速度为 5 m/min、半径为 0.1 m 顺圆运动的计算结果如表 1 所示.

表 1 摩擦误差和补偿脉冲参数

伺服轴	τ_0/ms	τ_1/ms	τ_2/ms	τ_3/ms	$h_1/\mu\text{m}$	k_1	$h_2/\mu\text{m}$	k_2
X	12.6	18.7	5	10	46	3.7	1.5	0.12
Y	12.7	17.7	5	10	41	3.7	2.8	0.25

假定理想圆的轨迹圆心为 (x_0, y_0) , 在任意时刻 t , X、Y 轴的坐标位置分别是 x_t, y_t , 不考虑垂直度误差, 则 (x_t, y_t) 是工作台实际圆运动轨迹上的点, 该点的轮廓误差的极坐标形式为

$$\left. \begin{aligned} E(x_t, y_t) &= [(x_t - x_0)^2 + (y_t - y_0)^2]^{1/2} - r \\ \rho &= \arctan \frac{y_t - y_0}{x_t - x_0} + k\pi, k = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

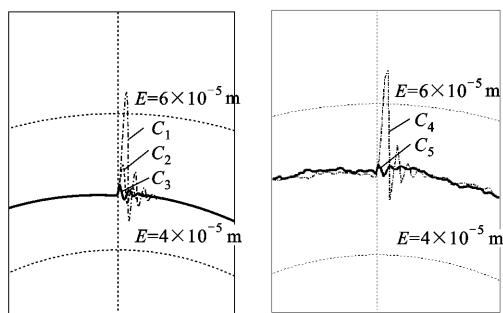
式中: ρ 表示点 (x_t, y_t) 相对于 (x_0, y_0) 的极角.

3.2 仿真及实验

首先在没有补偿时, 采用模型Ⅰ进行仿真, 如图 6 所示, 在 $\rho=270^\circ$ 时, 曲线是按式(10)定义的极坐

标方式描述的,其中 C_1 是圆运动仿真后在 $\rho=270^\circ$ 附近的摩擦误差放大曲线. 在补偿前, 270° 处摩擦造成的突起误差高度约为 $15\text{ }\mu\text{m}$ (见 C_1). 采用表 1 中的补偿参数进行补偿仿真,突起高度降低为 $3\text{ }\mu\text{m}$ 左右 (见 C_2). 以计算结果为依据,进一步手动调整补偿参数,当 X 轴的 $k_1=5$ 、 $k_2=0.1$, Y 轴的 $k_1=4.8$ 、 $k_2=0.2$ 时,摩擦造成的突起误差高度降到 $1\text{ }\mu\text{m}$ 左右 (见 C_3),补偿达到了最好的效果.

通过对光栅尺信号的记录和处理得到轨迹的轮廓误差^[6],实验结果如图 6b 所示. C_4 显示出由摩擦造成的突起误差高度达到了 $15\text{ }\mu\text{m}$, C_5 显示出采用最优的补偿参数进行补偿时过象限摩擦误差缩小到 $2\text{ }\mu\text{m}$ 以下,几乎被湮没在噪声误差中.



(a) 仿真结果

(b) 实验结果

C_1 : 未补偿时的仿真曲线; C_2 : 利用计算参数的补偿仿真曲线;

C_3 : 采用优化参数的补偿仿真曲线; C_4 : 未补偿时的实验曲线; C_5 : 采用优化参数的补偿实验曲线

图 6 仿真与实验结果的对比

4 结 论

本文运用数学推导、仿真、实验的方法,研究了高速、高精度工作台在圆运动时的过象限摩擦误差现象. 利用数学方法计算得到的补偿参数对摩擦误差进行补偿后,可使误差降到原来的 30% 以下. 研究表明,可以从瞬态响应的视角揭示摩擦误差的产生机理,并精确计算出摩擦误差出现的时机、持续时间,以及由摩擦产生的最大跟随误差. 利用本文提出的双脉冲补偿方法对圆运动摩擦误差补偿后,圆轨迹在过象限处由摩擦造成的误差突起基本消

失,达到了理想的补偿效果,从而验证了双脉冲摩擦误差补偿方法的有效性.

参考文献:

- [1] ARMSTRONG-HELOUVRY B. Stick slip and control in low-speed motion [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(10): 1483-1496.
 - [2] ERKORKAMAZ K, ALTINTAS Y. High speed CNC system design: part III high speed tracking and contouring control of feed drives [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001, 41(10): 1637-1658.
 - [3] BRIAN A, DUPONT P. A survey of models analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction [J]. Automatic, 1994, 30(7): 1083-1138.
 - [4] MEI Xuesong, TSUTSUMI M. Study on the compensation of error by stick-slip for high-precision table [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44: 503-510.
 - [5] KIM M S, CHUNG S C. Friction identification of ball-screw driven servomechanisms through the limit cycle analysis [J]. Mechatronics, 2006, 16: 131-140.
 - [6] 周玉清, 陶涛, 梅雪松, 等. 旋转轴与平移轴联动误差的快速测量及溯源 [J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(5): 80-86.
- ZHOU Yuqing, TAO Tao, MEI Xuesong, et al. Rapid error measurement and trace of simultaneous rotary-translational axes collaborative motion [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(5): 80-86.

[本刊相关文献链接]

- 不同粗糙度条件下硅橡胶表面织构润滑特性的研究. 西安交通大学学报, 2010, 44(9): 87-92.
- 伺服系统 Hammerstein 非线性模型及参数辨识方法研究. 西安交通大学学报, 2010, 44(3): 42-46.
- 静压导轨误差均化效应影响因素研究. 西安交通大学学报, 2010, 44(11): 33-36.
- 柔性测量臂运动学建模及参数标定方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(8): 122-126.

(编辑 管咏梅)