

结合分割逼近和粒子群法的燃气轮机 叶片轮廓度误差计算

王建录¹, 刘学云², 廖平³, 赵万华¹

(1. 西安交通大学机械学院, 710049, 西安; 2. 东方汽轮机有限公司, 618000, 四川德阳;
3. 中南大学机电工程学院, 410083, 长沙)

摘要: 阐述了燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差计算的关键问题, 采用非均匀有理 B 样条曲面描述了燃气轮机叶片, 定义了燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差并建立了相应的数学模型. 采用分割逼近法计算测点到曲面的最小距离, 以提高数据处理速度; 结合粒子群和分割逼近法, 通过六维坐标变换迭代, 使叶片的理论模型计算与实际轮廓测试达到最佳匹配, 最终获得燃气轮机叶片轮廓度误差. 结合分割逼近和粒子群法来计算燃气轮机叶片轮廓度误差, 理论上可以收敛于全局最优解, 符合最小区域法的评定标准. 该算法易于计算机实现, 非常适用于三坐标测量仪.

关键词: 粒子群优化; 复杂轮廓度; 误差计算; 数据处理

中图分类号: TB921 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)07-0042-04

Profile Error Calculation for Gas Turbine Blade Based on Subdivision Approach Algorithm and Particle Swarm Optimization

WANG Jianlu¹, LIU Xueyun², LIAO Ping³, ZHAO Wanhua¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Dongfang Turbine Co. Ltd., Deyang, Sichuan 618000, China; 3. School of Mechanical & Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The key problem of calculating profile error for a gas turbine blade is discussed, and the non-uniform rational B-splines (NURBS) surface theory is adopted to describe the gas turbine blade. The profile error of the gas turbine blade is defined, and its mathematic model is established. The subdivision approach algorithm is used to calculate the minimum distance between the point and the surface so that the speed of data processing can be enhanced. The combination of the subdivision approach algorithm and the particle swarm optimization is employed to realize the optimum fitting between measurement points and the complex surface and then obtain the profile error of the blade with global optimization. This data processing method is in accordance with the least condition principle, and it can be applied to three-coordinate measuring machines.

Keywords: particle swarm optimization; complex profile; error calculation; data processing

燃气轮机是一种高效、高科技的热-功转化机械, 广泛应用于能源、航空、交通、国防等领域, 是衡量一个国家科技水平、军事实力、综合国力的重要标志, 已成为对国防和国民经济具有重大作用的战略产业.

透平动、静叶片是燃气轮机的关键零件, 其制造精度直接影响着燃气轮机的使用性能. 最小条件原则是我国和 ISO 评定复杂曲面轮廓度误差的标准. 但是, 对于像燃气轮机这一类复杂曲面, 难以用经典数学模型来描述, 其轮廓度误差的求解是一个高阶

非线性复杂寻优问题,目前大多是传统的近似求解方法^[1-3].因此,基于最小条件的燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差的计算仍然是一个难题,就此本文结合分割逼近和粒子群法对燃气轮机叶片轮廓度进行了计算.

1 基于非均匀有理 B 样条描述的燃气轮机叶片

非均匀有理 B 样条(NURBS)曲面非常适用于描述具有复杂曲面的燃气轮机叶片.一个 k 次 NURBS 曲面可以由多片有理多项式矢函数来表示^[4-5]

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} d_{i,j} N_{i,k}(\mathbf{u}) N_{j,l}(\mathbf{v})}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} N_{i,k}(\mathbf{u}) N_{j,l}(\mathbf{v})} \quad (1)$$

式中: $d_{i,j}$ ($i=0,1,\dots,m; j=0,1,\dots,n$) 为矩形域上特征网格控制点列; $\omega_{i,j}$ ($i=0,1,\dots,m; j=0,1,\dots,n$) 为相应控制点的权因子,四角点处用正权因子为

$$\omega_{0,0}, \omega_{m,0}, \omega_{0,n}, \omega_{m,n} > 0, \quad \omega_{i,j} \geq 0 \quad i \neq 0, m; j \neq 0, n$$

$N_{i,k}(\mathbf{u})$ ($i=0,1,\dots,m$)、 $N_{j,l}(\mathbf{v})$ ($j=0,1,\dots,n$) 分别为 $\mathbf{u}$ 向 k 次和 $\mathbf{v}$ 向 l 次规范 B 样条基函数,它们分别由节点矢量 $\mathbf{u}=(u_0 \ u_1 \ \dots \ u_{m+k+1})$ 与 $\mathbf{v}=(v_0 \ v_1 \ \dots \ v_{n+l+1})$ 通过 De Boor-Cox 递推公式决定.图 1 是基于 NURBS 描述的某型汽轮机叶片三维图形.

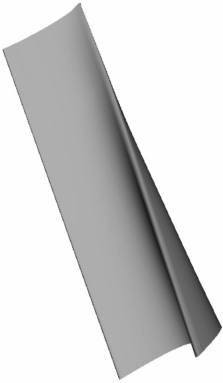


图 1 基于 NURBS 描述的某型汽轮机叶片三维图形

2 燃气轮机叶片轮廓度误差定义

按最小条件法可评定燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差,该误差值包容了被测轮廓的两理论轮廓等距面的最小距离误差值^[6].

设燃气轮机叶片理论基准点为 (x_b^t, y_b^t, z_b^t) , 实际轮廓测得的基准点为 (x_b, y_b, z_b) , 轮廓测点坐标

为 $\{p_j=(x_j, y_j, z_j) | j=1,2,\dots,m\}$, 其坐标变换矩阵为

$$\mathbf{T} = (\mathbf{T}_p \mathbf{T}_x \mathbf{T}_y \mathbf{T}_z) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{T}_p$ 为测点平移 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 的变换矩阵; $\mathbf{T}_x$ 为测点绕 x 轴旋转 θ 后的变换矩阵; $\mathbf{T}_y$ 为测点绕 y 轴旋转 ϕ 后的变换矩阵; $\mathbf{T}_z$ 为测点绕 z 轴旋转 Ψ 后的变换矩阵.

测点变换后的新坐标为

$$(x_j^*, y_j^*, z_j^*, 1) = (x_j, y_j, z_j, 1) \mathbf{T} \quad (3)$$

则燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差数学模型为

$$e = \min\{\min[2e_j(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \theta, \phi, \Psi)] | j=1,2,\dots,m\} \quad (4)$$

式中: $e_j(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \theta, \phi, \Psi)$ 为测点 (x_j, y_j, z_j) 经过坐标变换后到理论轮廓的最小距离.

从数学模型可知,计算燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度是一个非常复杂的非线性优化问题^[7-8].

3 测点到设计曲面最小距离的计算

测点到设计曲面轮廓的最小距离计算是评价轮廓度误差的关键,本文运用分割逼近法进行快速求解^[9].

给定点 $p(x_k, y_k, z_k)$, 该点到 NURBS 曲面 $\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ 上的 1 点 $(x(\mathbf{u}, \mathbf{v}), y(\mathbf{u}, \mathbf{v}), z(\mathbf{u}, \mathbf{v}))$ 的距离为

$$f_{\min}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \min\{|p(x_k, y_k, z_k) - \mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{v})|\} = \min\{[(x_k - x(\mathbf{u}, \mathbf{v}))^2 + (y_k - y(\mathbf{u}, \mathbf{v}))^2 + (z_k - z(\mathbf{u}, \mathbf{v}))^2]^{1/2}\} \quad (5)$$

采用分割逼近法快速计算测点到设计曲面轮廓的最小距离的步骤如下.

(1) 设描述燃气轮机叶片外形 NURBS 曲面 $\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ 的阶次为 $n_u n_v$, 控制点数为 $m_u m_v$, 则最高阶次为

$$n_{\max} = \max\{n_u, n_v\} \quad (6)$$

沿 NURBS 曲面 $\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ 的 $\mathbf{u}$ 向 $m_u - n_u + 4$ 等分、 $\mathbf{v}$ 向 $m_v - n_v + 4$ 等分, 由此在曲面上形成 $(m_u - n_u + 5)(m_v - n_v + 5)$ 个网格点 $\mathbf{r}(u_i, v_j)$ ($i=0,1,\dots, m_u - n_u + 5; j=0,1,\dots, m_v - n_v + 5$) 如图 2 所示.

(2) 计算测点 p_k 到理论曲面网格点 $\mathbf{r}(u_i, v_j)$ 的距离, 此时初始分割步骤 $s=1$.

$$f_{i,j}^s = ([x_k - x_{i,j}(u_i^s, v_j^s)]^2 + [y_k - y_{i,j}(u_i^s, v_j^s)]^2 + [z_k - z_{i,j}(u_i^s, v_j^s)]^2)^{1/2} \quad (7)$$

式中

$$u_i^s = \frac{i}{(m_u - n_u + 4)^s}$$

$$v_j^s = \frac{j}{(m_v - n_v + 4)^s}$$

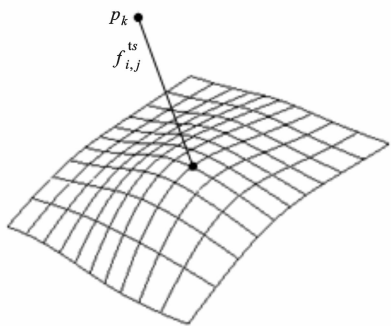


图2 测点到理论曲面网格点的距离

(3) 求出测点到理论曲面所有网格点的距离最小值

$$e_k^s = \min\{f_{i,j}^{ts}\} \quad (8)$$

则测点到理论曲面最小距离必然落在与 e_k^s 对应的网格点 $r(u_{ic}^s, v_{jc}^s)$ 的相邻曲面片上, 即

$$u \in \left[u_{ic}^s - \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s}, u_{ic}^s + \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s} \right]$$

$$v \in \left[v_{jc}^s - \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s}, v_{jc}^s + \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s} \right]$$

如图3所示。

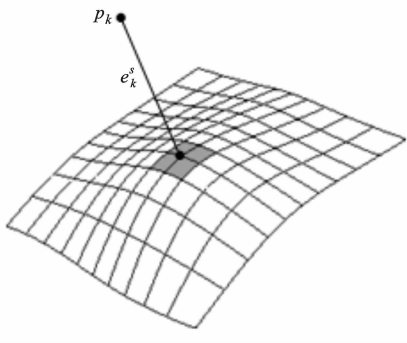


图3 测点到理论曲面片端点的最小距离

在特殊情况下, 即当网格点位于曲面边界时, u 和 v 的取值范围有以下情况

$$u_{ic}^s = 0, \quad u \in \left[0, \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s} \right]$$

$$u_{ic}^s = 1, \quad u \in \left[1 - \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s}, 1 \right]$$

$$v_{jc}^s = 0, \quad v \in \left[0, \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s} \right]$$

$$v_{jc}^s = 1, \quad v \in \left[1 - \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s}, 1 \right]$$

(4) 判断分割值 $\frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s}$ 和 $\frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s}$

是否均小于计算精度. 若 $\frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s}$ 和 $\frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s}$ 均小于计算精度, 则求解结束, 此时求

得的 e_k^s 即为测点到理想曲面的最小距离, 否则在 u 、 v 的取值范围, 即

$$u \in \left[u_{ic}^s - \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s}, u_{ic}^s + \frac{1}{(m_u - n_u + 4)^s} \right]$$

$$v \in \left[v_{jc}^s - \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s}, v_{jc}^s + \frac{1}{(m_v - n_v + 4)^s} \right]$$

继续分割 $(m_u - n_u + 4)(m_v - n_v + 4)$ 等分, 由此再在曲面上形成 $(m_u - n_u + 5)(m_v - n_v + 5)$ 个网格点 $r(u_i^{s+1}, v_j^{s+1})$, 转上述步骤(2)继续求解。

4 粒子群优化法的基本原理

美国学者 Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出了粒子群优化法^[10], 其工作原理如下。

在优化问题的 D 维空间 m 个粒子组成粒子群 $(X_{i,1}^t, X_{i,2}^t, \dots, X_{i,D}^t)$, 每个粒子都是 D 维搜索空间中的一个可能解. 群体中的每个粒子可以用其当前速度和位置、个体最优位置以及领域的最优位置来表述. 粒子群优化法在运行过程中随机产生 1 个初始种群并赋予每个粒子 1 个随机速度, 同时根据下面 2 个公式来更新粒子的速度和位置

$$V_i^{t+1} = \omega V_i^t + c_1 \gamma_1 (P_i^t - X_i^t) + c_2 \gamma_2 (G^t - X_i^t) \quad (9)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (10)$$

式中: $V_i^t = (v_{i,1}^t, v_{i,2}^t, \dots, v_{i,D}^t)$ 为粒子 i 第 t 次迭代的速度矢量; $X_i^t = (x_{i,1}^t, x_{i,2}^t, \dots, x_{i,D}^t)$ 为粒子 i 第 t 次迭代的位置矢量; $P_i^t = (p_{i,1}^t, p_{i,2}^t, \dots, p_{i,D}^t)$ 为粒子 i 第 t 次迭代的最好位置; $G^t = (g_1^t, g_2^t, \dots, g_D^t)$ 为第 t 次迭代的种群最好位置; ω 为惯性因子; c_1 和 c_2 为加速因子; γ_1 和 γ_2 为介于 $(0, 1)$ 之间的随机数。

假设寻优问题为求解目标函数 $F(x)$ 的最小值, 那么粒子 i 的个体最优位置由下式确定

$$P_i^t = \begin{cases} P_i^{t-1}, & F(X_i^t) \geq F(P_i^{t-1}) \\ X_i^t, & F(X_i^t) < F(P_i^{t-1}) \end{cases} \quad (11)$$

假设群体粒子数为 m , 则群体粒子领域最优值对应的位置为

$$F(P_g^t) = \min\{F(P_0^t), F(P_1^t), \dots, F(P_m^t)\} \quad (12)$$

5 结合分割逼近和粒子群法的燃气轮机叶片轮廓度误差计算

由曲面轮廓度误差数学模型可知, 轮廓度误差由 $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \theta, \phi, \Psi$ 这 6 个参数确定, 则结合分割逼近和粒子群法计算燃气轮机叶片轮廓度误差的步

骤如下。

(1)基本参数设置. $c_1=2, c_2=2, w=1$, 粒子群数量 $n=30$, 最大迭代次数 $t_{\max}=100$.

(2)粒子群初始化. 在 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \theta, \phi, \Psi)$ 允许的范围内随机初始化粒子群体的位置

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^0 = \{ & (\Delta x_1^0, \Delta y_1^0, \Delta z_1^0, \theta_1^0, \phi_1^0, \Psi_1^0), \\ & (\Delta x_2^0, \Delta y_2^0, \Delta z_2^0, \theta_2^0, \phi_2^0, \Psi_2^0), \dots, \\ & (\Delta x_{30}^0, \Delta y_{30}^0, \Delta z_{30}^0, \theta_{30}^0, \phi_{30}^0, \Psi_{30}^0) \} \end{aligned} \quad (13)$$

随机初始化对应的速度

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^0 = \{ & (v_{\Delta x_1}^0, v_{\Delta y_1}^0, v_{\Delta z_1}^0, v_{\theta_1}^0, v_{\phi_1}^0, v_{\Psi_1}^0), \\ & (v_{\Delta x_2}^0, v_{\Delta y_2}^0, v_{\Delta z_2}^0, v_{\theta_2}^0, v_{\phi_2}^0, v_{\Psi_2}^0), \dots, \\ & (v_{\Delta x_{30}}^0, v_{\Delta y_{30}}^0, v_{\Delta z_{30}}^0, v_{\theta_{30}}^0, v_{\phi_{30}}^0, v_{\Psi_{30}}^0) \} \end{aligned} \quad (14)$$

每个粒子的初始最优位置与初值相同,即

$$\mathbf{P}^0 = \mathbf{X}^0 \quad (15)$$

由式(12)进一步求解初始种群粒子到达的最优位置

$$\mathbf{P}_g^0 = (\Delta x_g^0, \Delta y_g^0, \Delta z_g^0, \theta_g^0, \phi_g^0, \Psi_g^0)$$

(3)选取适应值函数. 复杂曲面轮廓度误差的目标函数为 6 自由度坐标变换参数 $(\Delta x_i^t, \Delta y_i^t, \Delta z_i^t, \theta_i^t, \phi_i^t, \Psi_i^t)$ 所对应的各测点到理论设计轮廓最小距离中的最大值,即

$$\begin{aligned} g(\Delta x_i^t, \Delta y_i^t, \Delta z_i^t, \theta_i^t, \phi_i^t, \Psi_i^t) &= \max\{e_i^t\} \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (16)$$

式中: e_i^t 为所有测点 $\{(x_j, y_j, z_j) \mid j=1, 2, \dots, m\}$ 经过 $(\Delta x_i^t, \Delta y_i^t, \Delta z_i^t, \theta_i^t, \phi_i^t, \Psi_i^t)$ 变换后到理论设计轮廓的最小距离,可以采用分割逼近法计算. 适应度函数与目标函数的映射关系为

$$F(p_i^t) = g_{\max}^t - g(\Delta x_i^t, \Delta y_i^t, \Delta z_i^t, \theta_i^t, \phi_i^t, \Psi_i^t) \quad (17)$$

式中: $g_{\max}^t$ 为当代种群对应的目标函数最大值.

(4)根据适应值函数计算每个粒子的适应值 $F(p_i^t)$, 由式(12)求出每一个粒子到达的最优位置

$$\mathbf{P}^t = \{p_1^t, p_2^t, \dots, p_{30}^t\} \quad (18)$$

由式(18)进一步求种群中粒子到达的最优位置

$$\mathbf{P}_g^t = (\Delta x_g^t, \Delta y_g^t, \Delta z_g^t, \theta_g^t, \phi_g^t, \Psi_g^t) \quad (19)$$

(5)根据式(9)、式(10),更新每个粒子的位置和飞行速度.

(6)对更新粒子的位置进行越限检查和处理.

(7)判断 t 是否达到最大迭代次数 $t_{\max}$, 若未达到, 返回误差计算步骤(4)继续迭代; 若达到了, 停止计算. 此时得到的种群粒子最优位置为 $\mathbf{P}_g^t$ 所对应的适应值, 即为燃气轮机叶片轮廓度误差.

6 算例实验

本文结合分割逼近和粒子群法设计了气轮机叶

片轮廓度误差评定软件, 并进行了三坐标测量实验. 表 1 是分别采用本文评定法与最小二乘评定法对 3 个叶片测量数据的轮廓度误差评定结果.

表 1 叶片轮廓度误差评定结果

叶片编号	误差/mm	
	本文评定法	最小二乘法
1	0.176	0.253
2	0.285	0.382
3	0.427	0.568

实验结果表明, 结合分割逼近和粒子群法计算获得的气轮机叶片轮廓度误差优于最小二乘法, 符合最小条件法的评定标准.

7 结 论

(1)建立了燃气轮机叶片复杂曲面轮廓度误差模型, 其为燃气轮机叶片轮廓度误差的评价奠定了基础.

(2)用分割逼近法快速计算测点到设计曲面轮廓的最小距离, 提高了数据处理速度.

(3)将分割逼近和粒子群法相结合, 精确计算出了燃气轮机叶片轮廓度误差, 理论上可以收敛于全局最优解, 符合最小区域法的评定标准.

参考文献:

[1] 侯宇, 张竞, 崔晨阳. 复杂线轮廓度误差坐标测量的数据处理方法 [J]. 计量学报, 2002, 23(1): 13-16.
HOU Yu, ZHANG Jing, CUI Chenyang. Data processing method of coordinate measurement for complicated curve profile error [J]. Acta Metrologica Sinica, 2002, 23(1): 13-16.

[2] 王伯平, 曾建潮. 一种自调整的空间面轮廓度误差的评定方法 [J]. 计量学报, 2002, 23(2): 106-108.
WANG Boping, ZENG Jianchao. An automatic adjustment method for evaluation of space surface profile error [J]. Acta Metrologica Sinica, 2002, 23(2): 106-108.

[3] LIU Yujun, ZHU Xiuli. Research on curve surface fairing of complicated ship hull plate [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2005, 45(2): 226-229.

[4] CHOI B K, YOO W S, LEE C S. Matrix representation for NURBS curve and surface [J]. Computer Aided Design, 1990, 22(4): 235-240.

[5] PIEGL L A. On NURBS: a survey [J]. IEEE Com-

- puter Graphics and Application, 1991, 11(1):55-71.
- [6] 廖平, 喻寿益. 基于遗传算法的复杂曲面形状误差计算 [J]. 机械科学与技术, 2004, 23(1):46-49.
LIAO Ping, YU Shouyi. Calculating of complex surface form error based on genetic algorithms with canonicity real number encoding [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(1):46-49.
- [7] 刘元朋, 刘晶, 张力宁. 复杂曲面测量数据最佳匹配问题研究 [J]. 中国机械工程, 2005, 16(12):1080-1082.
LIU Yuanpeng, LIU Jing, ZHANG Lining. Research on point cloud to the complex surface best-fitting [J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(12):1080-1082.
- [8] 于源, 卢军, 王小椿. 自由曲面测量中曲面匹配的建模及算法分析 [J]. 机械科学与技术, 2001, 20(3):467-471.
YU Yuan, LU Jun, WANG Xiaochun. Modeling and analysis of the best match in free-form surface measuring [J]. Mechanical Science and Technology, 2001, 20(3):467-471.
- [9] 廖平. 分割逼近法快速求解点到复杂平面曲线最小距离 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(10):163-164.
LIAO Ping. Fast calculating minimum distance between point and complex curve with subdivision approximating algorithm [J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(10):163-164.
- [10] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995:1942-1948.
- (编辑 苗凌 王焕雪)