

# 观测域求积分卡尔曼滤波的机载无源定位算法

刘学<sup>1,2</sup>, 焦淑红<sup>1</sup>, 司锡才<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 150001, 哈尔滨; 2. 中国人民解放军 91245 部队, 125001, 辽宁葫芦岛)

**摘要:** 针对机载无源定位系统中存在滤波稳定性差、收敛速度慢、定位精度差等问题, 提出一种观测域平方根求积分卡尔曼滤波算法. 新算法兼顾了观测域滤波和平方根求积分卡尔曼滤波的优点, 将状态矢量中的各个分量自动解耦, 分离了可观测项和不可观测项; 通过采用 Gaussian-Hermit 积分规则提高了非线性变换后随机变量参数的估计精度, 有效地降低了状态域与观测域之间转换时存在的高阶误差; 使用误差协方差阵的平方根代替协方差阵参与递推滤波, 在保证数值稳定性的同时提高了算法的运行效率. 计算机仿真表明: 新算法提高了滤波稳定性、收敛速度和定位精度.

**关键词:** 机载无源定位; 观测域滤波; 求积分卡尔曼滤波器; Gaussian-Hermit 积分规则

**中图分类号:** TN957.51 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)05-0137-06

## Measure Space Square Root Quadrature Kalman Filter for Airborne Passive Location

LIU Xue<sup>1,2</sup>, JIAO Shuhong<sup>1</sup>, SI Xicai<sup>1</sup>

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. No. 91245 Army, Huludao, Liaoning 125001, China)

**Abstract:** To enhance the robustness, increase the convergence rate and improve the locating accuracy of the filter in the airborne passive location, a novel measure space square root quadrature Kalman filter is proposed. The new filter is characterized by both automatic decoupling capability of measure space filtering and nonlinear filtering capability of quadrature Kalman filter, and decouples the observable component and the unobservable component of the state vector automatically. Gaussian-Hermite quadrature rule is adopted to reduce the higher order truncation error of covariance matrix transformation between measure space and state space, then square root of the error covariance is considered instead of the error covariance in filtering to ensure the numerical stability. Simulation results show the more stable performance, higher convergence rate and better locating accuracy of the proposed filter.

**Keywords:** airborne passive location; measure space filtering; quadrature Kalman filter; Gaussian-Hermite quadrature rule

在信息战条件下, 机载有源雷达电磁隐蔽性差, 抗侦察、抗干扰能力弱等问题日渐呈现, 因此无源定位技术备受关注. 无源定位技术具有设备量少、作用距离远、隐蔽性能好、生存能力强等特点, 对现代信息战具有极其重要的军事意义<sup>[1]</sup>.

机载单站无源定位是一个典型的非线性滤波问题, 因此提高滤波的稳定性、收敛速度和定位精度一直是研究的热点. 文献[2]提出了观测域滤波的思想, 并提出了观测域卡尔曼滤波算法 (measure space Kalman filter, MSKF). 因为 MSKF 具有将

所选的状态矢量中的可观测项和不可观测项自动解耦的功能,从而在收敛速度、定位精度和稳定性上较EKF及其衍生算法有了较大的改善<sup>[2]</sup>.但是,该算法是在EKF的基础上进行推导的,因此它也需要计算雅可比矩阵,需要用泰勒级数展开近似非线性函数,特别是在观测域和状态域之间转换时,这样的处理将会带来较大的舍入误差,在机载无源定位中,由于可观测性弱和观测误差较大,这些问题将直接导致滤波器定位精度低、稳定性下降甚至发散.针对MSKF存在的问题,结合观测域滤波思想和性能更为优异的求积分卡尔曼滤波算法(quadrature Kalman filter, QKF),本文提出一种基于观测域平方根QKF的机载无源定位算法——MSSRQKF(measure space square root quadrature Kalman filter),仿真结果表明此新算法提高了滤波的稳定性、收敛速度和定位精度.

## 1 机载定位模型

### 1.1 坐标转换

与地面无源定位不同,机载无源定位的观测量是在载机坐标系下进行测量的,因此需要进行坐标转换.首先对载机坐标系进行定义:以载机质心为坐标原点,以航向方向为 $Y'$ 轴,垂直于载机平面向上方向为 $Z'$ 轴, $Y'$ 轴、 $X'$ 轴和 $Z'$ 轴构成右手坐标系,如图1所示.在地固坐标系中,假设在 $k$ 时刻载机姿态信息为滚动角 $\theta_k$ 、俯仰角 $\eta_k$ 和偏航角 $\gamma_k$ ,状态矢量为 $\mathbf{X}_{Ok} = [x_{Ok}, y_{Ok}, z_{Ok}, \dot{x}_{Ok}, \dot{y}_{Ok}, \dot{z}_{Ok}]^T$ ,目标辐射源 $T$ 的状态矢量为 $\mathbf{X}_{Tk} = [x_{Tk}, y_{Tk}, \dot{x}_{Tk}, \dot{y}_{Tk}]^T$ ,两者之间的方位角为 $\beta_k$ ,俯仰角为 $\epsilon_k$ ,其中 $x_{Ok}$ 、 $y_{Ok}$ 、 $z_{Ok}$ 和 $x_{Tk}$ 、 $y_{Tk}$ 分别为载机和目标辐射源的位置坐标,  $\dot{x}_{Ok}$ 、 $\dot{y}_{Ok}$ 、 $\dot{z}_{Ok}$ 和 $\dot{x}_{Tk}$ 、 $\dot{y}_{Tk}$ 分别为载机和目标辐射源的速度在 $X$ 、 $Y$ 和 $Z$ 轴方向上的分量.

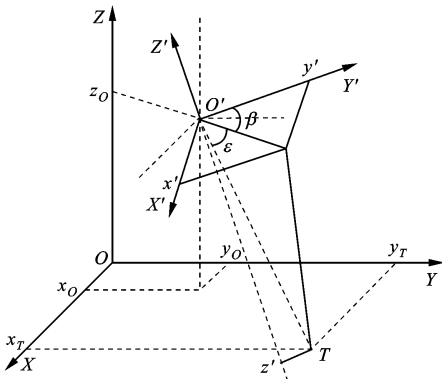


图1 观测器和目标的三维几何关系图

定义观测器和目标在载机坐标系中的相对状态矢量为 $\mathbf{X}'_k = [x'_k, y'_k, z'_k, \dot{x}'_k, \dot{y}'_k, \dot{z}'_k]^T$ ,位置矢量的坐标转换关系如下<sup>[3]</sup>

$$\begin{bmatrix} x'_k \\ y'_k \\ z'_k \end{bmatrix} = \mathbf{A}_k \begin{bmatrix} x_{Tk} - x_{Ok} \\ y_{Tk} - y_{Ok} \\ -z_{Ok} \end{bmatrix} \quad (1)$$

同理,速度矢量也有如上的转换关系,此时

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} q_{11k} & q_{12k} & q_{13k} \\ q_{21k} & q_{22k} & q_{23k} \\ q_{31k} & q_{32k} & q_{33k} \end{bmatrix} \text{表示地固坐标系到载机坐标}$$

系的转换矩阵,由地固坐标系分别绕 $Y$ 轴旋转 $\theta_k$ 、绕 $X$ 轴旋转 $\eta_k$ 、绕 $Z$ 轴旋转 $\gamma_k$ 得到,其中

$$\begin{aligned} q_{11k} &= \cos\eta_k \cos\gamma_k \\ q_{12k} &= \cos\theta_k \sin\gamma_k + \sin\theta_k \sin\eta_k \cos\gamma_k \\ q_{13k} &= \sin\theta_k \sin\gamma_k - \cos\theta_k \sin\eta_k \cos\gamma_k \\ q_{21k} &= -\cos\eta_k \sin\gamma_k \\ q_{22k} &= \cos\theta_k \cos\gamma_k + \sin\theta_k \sin\eta_k \sin\gamma_k \\ q_{23k} &= \sin\theta_k \cos\gamma_k + \cos\theta_k \sin\eta_k \sin\gamma_k \\ q_{31k} &= \sin\eta_k \\ q_{32k} &= -\sin\theta_k \cos\eta_k \\ q_{33k} &= \cos\theta_k \cos\eta_k \end{aligned}$$

载机在 $k$ 时刻的状态矢量和姿态信息可以通过GPS和机载导航设备获得.

### 1.2 定位方法与定位模型

本文为以角度、角度变化率、多普勒频率变化率为观测变量的单站无源定位方法建立状态方程和观测方程

$$\mathbf{X}_{Tk+1} = f(\mathbf{X}_{Tk}, \mathbf{w}_k) = \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{X}_{Tk} + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{Y}_k = [\beta_k \quad \epsilon_k \quad \dot{\beta}_k \quad \dot{\epsilon}_k \quad \dot{f}_{Dk}]^T + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

式中: $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别为状态噪声和观测噪声,均为零均值的高斯噪声,且 $E[\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{ij}$ ,  $E[\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{ij}$ ;  $\boldsymbol{\phi}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & T\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$ 和 $\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} T^2 \mathbf{I}_2 / 2 \\ T\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$ 为状态转移矩阵, $T$ 为测量周期, $\mathbf{I}_2$ 为2阶单位阵.由质点运动学原理可得观测变量表达式<sup>[3]</sup>

$$\beta_k = \arctan(x'_k / y'_k) \quad (4)$$

$$\epsilon_k = \arctan(z'_k / (x_k'^2 + y_k'^2)^{1/2}) \quad (5)$$

$$\dot{\beta}_k = (y'_k \dot{x}'_k - x'_k \dot{y}'_k) / (x_k'^2 + y_k'^2) \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_k = [-x'_k \dot{z}'_k - y'_k \dot{z}'_k + (x_k'^2 + y_k'^2) \dot{z}'_k] / [(x_k'^2 + y_k'^2)^{1/2} (x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2)] \quad (7)$$

当观测站与目标辐射源之间有相对径向速度

时,观测站接收到的频率  $f$  中应包含多普勒频率,假设目标辐射源频率  $f_T$  恒定不变<sup>[3]</sup>,则

$$f = f_T + f_D \quad (8)$$

式中:  $f_D$  为多普勒频率,其表达式为

$$f_D = -f_T (\dot{x}'_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{y}'_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{z}'_k \sin \epsilon_k) / c \quad (9)$$

对  $f_D$  求导,得多普勒频率变化率的表达式<sup>[3]</sup>

$$\dot{f}_D = -f_T [\dot{x}'_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{y}'_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{z}'_k \sin \epsilon_k + r_k (\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + r_k (\dot{\epsilon}_k)^2] / c \quad (10)$$

式中:  $c$  为电磁波传播速度. 在观测站与目标辐射源之间没有较大机动的条件下,加速度项可以忽略,从而有

$$\dot{f}_D = -f_T [r_k (\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + r_k (\dot{\epsilon}_k)^2] / c \quad (11)$$

## 2 观测域滤波及 MSKF 算法

### 2.1 观测域滤波及观测矢量的选取

观测域滤波的思想是直接观测域进行滤波,再经过观测函数的逆变换来估计当前状态<sup>[2]</sup>. 这期间需要进行状态域与观测域之间的转换,为此就需要增加一个观测变量  $u$ . 新增辅助量的构造有多种方法,为达到较好的滤波性能,需考虑以下2点:①  $u$  中各项的非线性程度应尽量低,以减小引入的线性化误差;② 尽量减小系统的弱可观测状态与其他状态的耦合<sup>[2]</sup>. 因此,选取径向速度与距离之比  $u_k = \dot{r}_k / r_k$  为扩充变量,  $u_k$  中的径向速度  $\dot{r}_k$  是系统不可观测的,这就可以将可观测与不可观测变量进行分离. 这样,状态域到观测域的映射函数为

$$u_k = \frac{\dot{r}_k}{r_k} = \frac{x'_k \dot{x}'_k + y'_k \dot{y}'_k + z'_k \dot{z}'_k}{x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2} \quad (12)$$

$$\mathbf{Y}_{E_k} = f_E(\mathbf{X}'_k) = [\beta_k \quad \epsilon_k \quad \dot{\beta}_k \quad \dot{\epsilon}_k \quad \dot{f}_D \quad u_k]^T \quad (13)$$

则观测方程可表示为  $\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}\mathbf{Y}_{E_k} + \mathbf{v}_k$ , 其中  $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_5 \quad 0]$ ,  $\mathbf{I}_5$  为5阶单位阵. 按照即时定位原理,扩充观测函数的逆映射为

$$\mathbf{X}'_k = f_E^{-1}(\mathbf{Y}_{E_k}) =$$

$$\begin{bmatrix} r_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k \\ r_k \cos \beta_k \sin \epsilon_k \\ r_k \sin \epsilon_k \\ r_k (\dot{\beta}_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k - \dot{\epsilon}_k \sin \beta_k \sin \epsilon_k + u_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k) \\ r_k (-\dot{\beta}_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k - \dot{\epsilon}_k \cos \beta_k \sin \epsilon_k + u_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k) \\ r_k (\dot{\epsilon}_k \cos \epsilon_k + u_k \sin \epsilon_k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中:  $r_k = -\lambda \dot{f}_D / (\dot{\epsilon}_k^2 + \dot{\beta}_k^2 \cos^2 \epsilon_k)$ . 由式(14)可以看出,观测域滤波在本质上也是一种修正极坐标下的滤波方法:将状态矢量转换到修正极坐标系下进行滤波,然后进行重新组合,分离了状态矢量中可观测分量和不可观测分量耦合的影响,因此可以获得较好的稳定性.

### 2.2 观测域扩展卡尔曼滤波算法<sup>[2]</sup>

(1) 初始化滤波器:给定初始的状态矢量及其协方差的估计  $\hat{\mathbf{X}}_0$  和  $\hat{\mathbf{P}}_0$ .

(2) 状态预测:利用状态方程预测下一状态及其协方差阵

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k} = \boldsymbol{\phi}_{k+1|k} \hat{\mathbf{X}}_{k|k} + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1|k} = \boldsymbol{\phi}_{k+1|k} \hat{\mathbf{P}}_{k|k} \boldsymbol{\phi}_{k+1|k}^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T \quad (16)$$

(3) 从状态域映射到观测域,得到下一时刻扩展的观测量的预测值及其协方差阵

$$\hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1|k} = f_E[\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}] \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{E,k+1|k} = \mathbf{J}_Y \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k} \mathbf{J}_Y^T \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_Y = \frac{\partial f_E[\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}]}{\partial \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}} \quad (19)$$

(4) 观测域滤波:利用新观测量  $\mathbf{Y}_{k+1}$  计算增益矩阵  $\mathbf{K}$ ,进而得出状态域的滤波值及协方差阵

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{P}}_{E,k+1|k} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \hat{\mathbf{P}}_{E,k+1|k} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1|k} + \mathbf{K} [\mathbf{Y}_{k+1} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1|k}] \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{E,k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}] \hat{\mathbf{P}}_{E,k+1|k} \quad (22)$$

(5) 从观测域映射到状态域完成状态更新:利用扩充的观测函数的逆映射完成状态的更新

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = f_E^{-1}[\hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1}] \quad (23)$$

$$\mathbf{J}_X = \frac{\partial f_E^{-1}[\hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1}]}{\partial \hat{\mathbf{Y}}_{E,k+1}} \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = \mathbf{J}_X \hat{\mathbf{P}}_{E,k+1} \mathbf{J}_X^T \quad (25)$$

由式(18)和(24)可以看出:在状态域和观测域之间变换时需要计算协方差矩阵  $\hat{\mathbf{P}}_{E,k+1|k}$  和  $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}$ ,但是计算 Jacobian 矩阵  $\mathbf{J}_Y$  和  $\mathbf{J}_X$  时都舍去了误差的高阶项,这必将影响 MKSF 的滤波性能. 针对这一问题,下面将推导 MSSRQKF 算法.

## 3 基于 MSSRQKF 的无源定位算法

### 3.1 Gaussian-Hermit 数值积分规则

Gaussian-Hermit 积分规则就是一种高斯型积分公式,通过一套参数化高斯密度的积分点来提高状态的高斯随机变量均值和方差估计的代数精度. 对一维高斯分布的标量,有如下公式<sup>[4-7]</sup>

$$E[f(\mathbf{x})] = \int_{\mathbf{R}} f(\mathbf{x}) N(\mathbf{x}; 0, 1) d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m \omega_i f(\xi_i) \quad (26)$$

式中:  $\xi_i$  和  $\omega_i$  分别选取相应的高斯点和权系数, 它们可以通过文献[3]提出的方法求取;  $m$  为积分点数. 当  $f(\mathbf{x})$  为不超过  $2m-1$  阶多项式时, 利用式(5)可以对  $f(\mathbf{x})$  进行精确的估计. 对于标准正态分布多维随机矢量  $\mathbf{x}$ , 概率密度为  $\mathbf{N}(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x})$ , 其中  $n_x$  为状态维数, 则积分公式可以通过式(15)扩展为<sup>[5-7]</sup>

$$E[f(\mathbf{x})] = \int_{\mathbf{R}^{n_x}} f(\mathbf{x}) \mathbf{N}(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x}) d\mathbf{x} \approx \sum_{l_1=1}^m \omega_{l_1} \cdots \sum_{l_{n_x}=1}^m \omega_{l_{n_x}} f(\xi_{l_1} \cdots \xi_{l_{n_x}}) = \sum_{l=1}^{m^{n_x}} \omega_l f(\xi_l) \quad (27)$$

式中:  $\xi_l = [\xi_{l_1} \cdots \xi_{l_{n_x}}]^T$ ;  $\omega_l = \prod_{j=1}^{n_x} \omega_{l_j}$ .

### 3.2 QKF 算法

QKF 算法是在高斯假设条件下, 使用 Gaussian-Hermit 数值积分规则, 通过从统计线性回归的角度严格计算递归贝叶斯估计积分进行滤波的方法. 这种递归滤波方法通过选取高斯点和相应的权值来提高系统状态均值和方差估计的精度, 并且没有非线性可微映射的限制, 性能优于 EKF 和无味卡尔曼滤波器 (unscented Kalman filter, UKF), 其原理和具体的推导过程请参见文献[6].

### 3.3 基于 MSSRQKF 的机载无源定位算法

考虑到平方根 QKF (SRQKF) 良好的非线性滤波能力和观测域滤波良好的稳定性, 将这 2 种方法相结合必定会提高滤波器的整体性能. 基于这一思想, 下面推导基于 MSSRQKF 的机载无源定位算法.

(1) 初始化: 利用首次观测求得的初始相对距离  $\hat{r}_0 = -\lambda \dot{f}_{D0} / (\dot{\epsilon}_0^2 + \dot{\beta}_0^2 \cos^2 \epsilon_0)$ , 再结合角度  $\beta_0$  和  $\epsilon_0$ , 得出目标  $T$  在载机坐标系下的位置矢量的估计  $[\hat{x}'_0, \hat{y}'_0, \hat{z}'_0]^T$ , 结合  $\hat{\mathbf{X}}_{00}$  和式(1)得出目标  $T$  在地固坐标系下的位置矢量的估计  $[\hat{x}_{T0}, \hat{y}_{T0}]^T$ , 将初始速度设为 0, 这样可得到初始状态估计  $\hat{\mathbf{X}}_{T0}$ , 再根据初次观测误差计算出初始误差协方差矩阵  $\hat{\mathbf{P}}_0$ , 然后取其平方根  $\hat{\mathbf{S}}_0^x = [\text{chol}(\hat{\mathbf{P}}_0)]^T$ .

(2) 计算数值积分点  $\{\chi_{i,k-1}^x\}_{i=1}^{L=m^{n_x T}}$

$$\chi_{i,k-1}^x = \hat{\mathbf{X}}_{T,k-1} + \hat{\mathbf{S}}_{k-1}^x \xi_i \quad (28)$$

(3) 对积分点进行非线性变换, 对状态向量进行时间更新

$$\chi_{i,k|k-1}^x = f(\chi_{i,k-1}^x, \mathbf{w}_{k-1}) \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{T,k|k-1} = \sum_{i=0}^L \omega_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x \quad (30)$$

$$\mathbf{B}_k = \omega_i^{1/2} (\chi_{1:L,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{T,k|k-1}) \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{k|k-1}^x = \text{qr}\{\mathbf{B}_k (\mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T)^{1/2}\} \quad (32)$$

(4) 计算数值积分点  $\{\zeta_{i,k|k-1}\}_{i=1}^{L=m^{n_x T}}$

$$\zeta_{i,k|k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{T,k|k-1} + \hat{\mathbf{S}}_{k|k-1}^x \xi_i \quad (33)$$

(5) 利用  $\zeta_{i,k|k-1}$ 、 $\hat{\mathbf{X}}_{Ok}$  和式(1)计算目标辐射源在载机坐标系下的积分点  $\zeta'_{i,k|k-1}$ , 然后用式(14)将积分点从状态域映射到观测域. 对比 MSKF 的第 3 步, 采用 Gaussian-Hermit 数值积分来得到对扩展后观测向量的预测值及其误差协方差阵的平方根更为准确的估计

$$\mu_{i,k} = f_E(\zeta'_{i,k|k-1}) \quad (34)$$

$$\hat{\eta}_k^- = \sum_{i=0}^L \omega_i^{(m)} \mu_{i,k} \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k^- = \text{qr}\{\omega_i^{1/2} (\mu_{1:L,k} - \hat{\eta}_k^-)\} \quad (36)$$

(6) 观测域滤波: 利用新观测量  $\mathbf{Y}_k$  计算增益矩阵  $\rho_k$ , 进而得出观测向量的滤波值及误差协方差阵的平方根

$$\gamma_{i,k} = \mathbf{H} \mu_{i,k} \quad (37)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_k^- = \sum_{i=0}^{L_x+1} \omega_i^{(m)} \gamma_{i,k} \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k^{y-} = \text{qr}\{\omega_i^{1/2} (\gamma_{1:L,k} - \hat{\mathbf{Y}}_k^-) \mathbf{R}_k^{1/2}\} \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k^{y-} = \omega_i [\mu_{1:L,k} - \hat{\eta}_k^-] [\gamma_{1:L,k} - \hat{\mathbf{Y}}_k^-]^T \quad (40)$$

$$\rho_k = (\mathbf{P}_k^{y-} / (\mathbf{S}_k^{y-})^T) / \mathbf{S}_k^{y-} \quad (41)$$

$$\hat{\eta}_k = \hat{\eta}_k^- + \rho_k (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k^-) \quad (42)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k^\eta = \text{cholupdate}\{\mathbf{S}_k^{y-}, \rho_k \mathbf{S}_k^{y-}, -1\} \quad (43)$$

(7) 从观测域映射到状态域完成状态更新: 利用  $\hat{\eta}_k$  和  $\mathbf{S}_k^\eta$  重新计算数值积分点  $\{\lambda_{i,k}\}_{i=1}^{L_\eta=m^\eta}$ , 然后对比 MSKF 的第 5 步, 采用 Gaussian-Hermit 数值积分完成观测域到状态域的非线性映射

$$\lambda_{i,k} = \hat{\eta}_k + \hat{\mathbf{S}}_k^\eta \xi_i \quad (44)$$

$$\zeta'_{i,k} = f_E^{-1}(\lambda_{i,k}) \quad (45)$$

(8) 利用  $\zeta'_{i,k}$ 、 $\hat{\mathbf{X}}_{Ok}$  和式(1)计算目标辐射源地固坐标系下的采样点  $\zeta_{i,k}$ , 然后完成状态更新

$$\hat{\mathbf{X}}_{Tk} = \sum_{i=0}^{L_\eta} \omega_i \zeta_{i,k} \quad (46)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k^x = \text{qr}\{\omega_i^{1/2} (\zeta_{1:L_\eta,k} - \hat{\mathbf{X}}_{Tk})\} \quad (47)$$

在以上各步算法中, chol 表示 Cholesky 分解, qr 和 cholupdate 分别表示 QR 分解和 Cholesky 一阶更新算法, 均为标准的 Matlab 指令.

4 仿真实验与结果分析

参照利用空频域信息的单站无源定位方法的观测条件,设置 3 组实验,在不同的观测精度条件下,对 MSSRQKF(积分点选  $m=3$ )、EKF、MSKF、SRUKF<sup>[8]</sup> 和 SRQKF<sup>[4]</sup> 算法进行性能对比测试。

为了保证系统的可观测性,即载机与目标辐射源之间的切向速度不能为 0,设置航迹如下:在地固坐标系中,假设载机的起始位置为(0 km, 0 km, 10 km),速度为(300 m/s, 0 m/s, 0 m/s),姿态的变化规律为(1 mrad/s, -1 mrad/s, 0.1 mrad/s);地面目标辐射源的频率为 10 GHz,起始位置为(150 km, 100 km),速度为(-15 m/s, 15 m/s)。每组实验的测量精度如下。

实验 1: $\sigma_\beta=\sigma_\epsilon=17.4\text{ mrad},\sigma_{f_D}=1\text{ Hz/s},\sigma_{\dot{\beta}}=\sigma_{\dot{\epsilon}}=0.1\text{ mrad/s}$ 。

实验 2: $\sigma_\beta=26.1\text{ mrad},\sigma_\epsilon=17.4\text{ mrad},\sigma_{f_D}=2\text{ Hz/s},\sigma_{\dot{\beta}}=\sigma_{\dot{\epsilon}}=0.15\text{ mrad/s}$ 。

实验 3: $\sigma_\beta=34.8\text{ mrad},\sigma_\epsilon=26.1\text{ mrad},\sigma_{f_D}=4\text{ Hz/s},\sigma_{\dot{\beta}}=\sigma_{\dot{\epsilon}}=0.2\text{ mrad/s}$ 。

在 3 组实验中: $\sigma_{f_T}=1\text{ MHz}$ ,机载 GPS 和导航设备的精度为  $\sigma_{x_O}=\sigma_{y_O}=25\text{ m},\sigma_{z_O}=5\text{ m},\sigma_{\dot{x}_O}=\sigma_{\dot{y}_O}=\sigma_{\dot{z}_O}=0.4\text{ m/s}$ 。在仿真中:采样周期  $T=1\text{ s}$ ,观测次数为 100 次,性能指标用相对距离误差  $E_{rr}$  来测度<sup>[9]</sup>

$$E_{rr}=\left(\frac{(x_{true}-\hat{x})^2+(y_{true}-\hat{y})^2}{x_{true}^2+y_{true}^2}\right)^{1/2}\tag{48}$$

仿真计算机为 Intel 酷睿双核 CPU,主频 2.75 GHz,内存 2 GB,仿真软件为 Matlab2008a,每一组做 100 次 Monte Carlo 实验,在定位跟踪结束时若  $E_{rr}<10\%$  则视本次实验收敛,否则视为发散。仿真结果如表 1 和图 2~图 4 所示。

表 1 算法的运行时间和稳定性比较

| 算法      | $t/\text{ms}$ | 收敛次数 |      |      |
|---------|---------------|------|------|------|
|         |               | 实验 1 | 实验 2 | 实验 3 |
| EKF     | 0.10          | 100  | 87   | 67   |
| MSKF    | 0.15          | 100  | 100  | 88   |
| SRUKF   | 0.44          | 100  | 98   | 83   |
| SRQKF   | 3.61          | 100  | 100  | 92   |
| MSSRQKF | 8.36          | 100  | 100  | 100  |

由表 1 和图 2 可知,在高精度观测时,各算法均

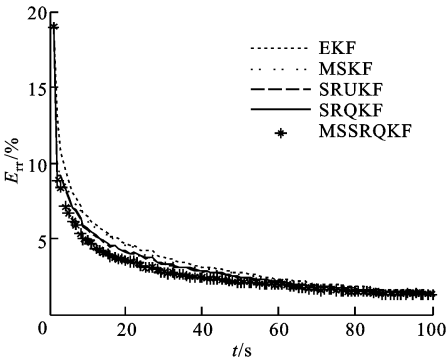


图 2 实验 1 中各算法的相对距离误差统计平均曲线

表现出较优良的性能,相比之下,MSSRQKF 在收敛速度和定位精度上略有优势,但不是特别明显。

图 3 给出了中等观测精度时各算法的相对距离误差统计平均曲线,可见随着观测精度的降低,各算法的收敛速度开始变慢,稳定性下降,定位精度降低,相比之下,EKF 算法的性能最差。因为观测域滤波在稳定性和收敛速度上有其独特的优势,所以基于 EKF 推导的 MSKF 算法在收敛速度和定位精度上只是略低于 SRUKF 和 SRQKF 算法,但是稳定性优于 SRUKF 算法,而 MSSRQKF 算法的优势开始显现。

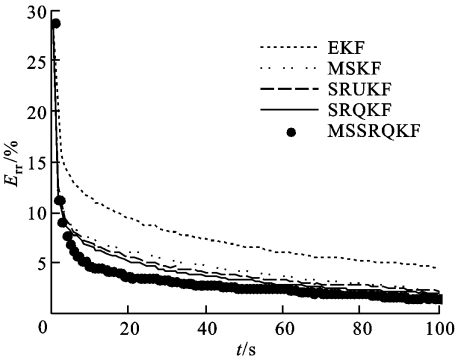


图 3 实验 2 中各算法的相对距离误差统计平均曲线

图 4 为本实验中最低观测精度时各算法的相对距离误差统计平均曲线,可以看到其余算法均出现了发散的现象,而 MSSRQKF 算法依然稳健。按照滤波算法必须兼顾稳定性、收敛速度和滤波精度 3 项指标的要求,对这几种算法的性能进行排序,MSSRQKF 算法最优,SRQKF 算法其次,然后依次是 MSKF、SRUKF 和 EKF 算法。

MSSRQKF 算法之所以最优,是因为它兼顾了观测域滤波和 SRQKF 的优点,将状态矢量中的各个分量自动解耦,分离了可观测项和不可观测项,并通过 Gaussian-Hermit 数值积分提高了非线性变换

后随机变量参数的估计精度,有效地降低了状态域与观测域之间转换时存在的高阶误差,同时,使用误差协方差阵的平方根代替协方差阵参与递推滤波在保证数值稳定性的同时提高了算法的运行效率。

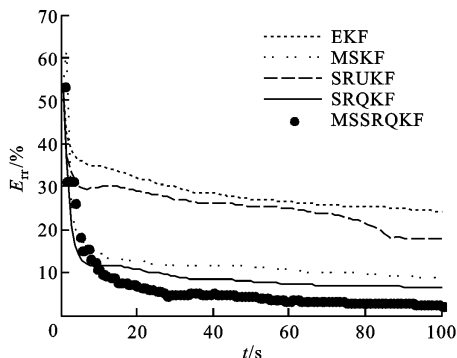


图4 实验3中各算法的相对距离误差统计平均曲线

但是,观测域滤波算法的缺点是需要2次状态域与观测域之间的状态转换,因此MSSRQKF算法的运算量较其他算法有所增加,但是其单次运行时间也是ms级的,对于现有的处理芯片来说,不会造成太大的计算负担。

## 5 结 论

本文结合利用空频域信息的机载无源定位方法,提出了与之相适应的MSSRQKF算法,充分利用了观测域滤波的自动解耦功能和SRQKF良好的非线性滤波能力,并通过Gaussian-Hermit数值积分,有效地降低了状态域与观测域之间转换存在的高阶舍入误差。计算机仿真表明,新算法提高了滤波的收敛速度、定位精度和稳定性,因此可望应用于机载无源定位系统,同时也可以应用到其他无源定位和非线性滤波领域中。

## 参考文献:

- [1] 孙仲康,郭福成,冯道旺.单站无源定位跟踪技术[M].北京:国防工业出版社,2008:65-120,187-198.
- [2] 周亚强,曹延伟,冯道旺,等.基于视在加速度与角速度信息的单站无源定位原理与目标跟踪算法研究[J].电子学报,2005,33(5):2120-2124.  
ZHOU Yaqiang, CAO Yanwei, FENG Daowang, et al. Single observer passive location and tracking arithmetic using look-acceleration and angle rate of changing information [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2120-2124.
- [3] 牛新亮,赵国庆,刘原华,等.基于多普勒变化率的机载无源定位研究[J].系统仿真学报,2009,21(11): 3370-

3373.

NIU Xinliang, ZHAO Guoqing, LIU Yuanhua, et al. Research on airborne passive location using Doppler changing rate [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(11): 3370-3373.

- [4] 巫春玲,韩崇昭.平方根求积分卡尔曼滤波器[J].电子学报,2009,37(5): 987-992.  
WU Chunling, HAN Chongzhao. Square-root quadrature Kalman filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 987-992.
- [5] ITO K, XIONG K. Gaussian filters for nonlinear filtering problems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5): 910-927.
- [6] ARASARATNAM I, HAYKIN S, ELLIOTT R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 953-977.
- [7] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Square-root quadrature Kalman filtering [J]. Proceedings of the IEEE, 2008, 56(6): 2589-2593.
- [8] VAN DER MERWE R, WAN E A. The square root unscented Kalman filter for state and parameter estimation [C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 3461-3464.
- [9] 占荣辉.基于空频域信息的单站被动目标跟踪算法研究[D].长沙:国防科学技术大学,2007.

## [本刊相关文献链接]

- 一种改进的加权质心定位算法. 西安交通大学学报,2010,44(8):1-4.
- 利用离去角度的无线传感器网络分布式节点定位方法. 西安交通大学学报,2010,44(2):61-66.
- 大规模传感器网络局部半定规划的节点定位算法. 西安交通大学学报,2009,43(8):38-42.
- 无线传感器网络分布式射频干涉定位方法. 西安交通大学学报,2009,43(8):48-52.
- 利用角度测量估计机动目标运动参数的方法. 西安交通大学学报,2009,43(6):67-71.
- 一种自相似业务量预测的卡尔曼滤波算法. 西安交通大学学报,2009,43(4):57-61.
- 求积分卡尔曼粒子滤波算法. 西安交通大学学报,2009,43(2):25-28.
- 多源二维测角信息的三维动态目标跟踪定位算法. 西安交通大学学报,2008,42(4):462-465.
- 一种基于接收信号强度指示的改进型定位算法. 西安交通大学学报,2008,42(2):147-151.

(编辑 葛赵青)