

部分充液罐车动力学特性的数值模拟与分析

刘小民, 许运宾

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了保障罐车的运输安全, 针对罐车罐体内液体的动力学特性进行了研究. 基于欧拉-欧拉多相流模型对罐车在公路制动和转弯过程中罐体内液体的晃动过程进行了数值模拟, 通过改进罐车转弯时横向离心力的施加方式, 建立了一种更为准确的罐车运动物理模型, 同时分析了充液比、刹车速度和转弯半径对罐车罐体运动状态的影响, 并提出了一种数值计算方法. 模拟结果表明: 罐车制动时在行进方向上的受力随充液比的增加非线性增大, 随减速度的增大线性增大; 罐车转弯时所受的横向稳定转矩随充液比的增加线性增大, 随转弯半径的变化非线性变化. 所提方法可以计算获得罐车转弯过程中的最小临界转弯半径, 这对于保证罐车的安全运行, 尤其是装有化学试剂的罐车具有重要的参考价值.

关键词: 液体晃动; 欧拉-欧拉多相流模型; 公路运输; 数值模拟

中图分类号: U27 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)06-0116-08

Numerical Simulation for Dynamic Analysis of a Moving Truck with Partially Filled Liquid Tank

LIU Xiaomin, XU Yunbin

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Liquid sloshing in moving tank was simulated numerically with an Eulerian-Eulerian multi-phase model for the tank truck of braking and turning. Improving the imposed method of the transverse centrifugal force to the tank truck, the effects of different filling ratio, braking speed, and turning radius on the liquid sloshing behavior were described more accurately, and a corresponding calculating method for the critical turning radius of the moving truck was proposed. The numerical results show that during braking of the tank truck, the maximum force on the tank wall along the advancing direction increases nonlinearly with increasing filling ratio and increases linearly with increasing braking deceleration, while during turning of the truck tank, the transverse torque increases linearly with filling ratio increasing. A critical turning radius exists.

Keywords: liquid sloshing; Eulerian-Eulerian multiphase model; highway transport; numerical simulation

随着交通运输业和物流业的迅速发展, 对充液罐车安全性(包括罐车结构、防波板结构、罐车运动条件等)的研究越来越受到关注. 充液罐车在运动过程中遭遇紧急情况时, 司机会采取紧急刹车制动措施, 如果制动速度控制不当, 罐体内液体将产生强烈的晃动并与罐体相互作用, 从而给罐车的安全性带

来威胁. 罐车转弯时, 若行进速度较大、转弯半径有限则会引起罐车侧翻. 特别是当司机遭遇紧急情况突然改变罐车运动方向时, 罐车侧翻的概率会大大增加, 尤其是装有化学试剂的罐车, 一旦罐体遭到破坏或者发生侧翻, 罐体内液体泄露对周围环境将产生极大的破坏作用. 为了保障罐车的运输安全, 罐车

罐体内液体的动力学特性及罐车运行的安全性研究意义重大。

近年来,国内外学者对罐车罐体内液体晃动问题进行了大量的研究. Kang 等人^[1]采用 VOF(volume of fluid)模型研究了制动过程中罐车罐体内液体晃动问题,对比分析了不同充液比 K 、不同防波板面积下的罐体受力情况. 该研究是将罐车简化为单室模型,却忽略了由防波板隔开的各腔室之间的相互作用. 卢军等人^[2]基于势流理论研究了平放圆柱形储箱内任意 K 下的液体晃动问题,并采用 Galekin 方法对该类型边值问题进行了求解,推导出液体作用在储液箱体上的横向作用力,计算分析了不同的 K 在地震加速度激励条件下的储液箱体的受力情况. Djavarehshkian 等人^[3]同样采用了 VOF 方法对不同的充液高度、旋转半径和流体密度下的圆柱形容器内液体晃动进行了计算. 陈志伟^[4]是针对具体的移动压力罐体内液体晃动展开了研究,同时还考虑了防波板装置的影响,但在罐车转弯建模时对罐车仅施加了平行离心力,所以该模型不能有效解决罐车转弯半径较小而罐车尺寸较大时的问题。

以上研究主要是针对简单罐体结构的,即对罐车结构及其运行条件进行了简化处理. 本文对某型罐车进行了 1:1 建模,并采用统一场的欧拉-欧拉多相流模型对运动过程中的罐车罐体在不同 K 下的液体晃动进行了数值分析,从而揭示了罐体的非定常受力及其内部液体运动状态. 根据罐车在转弯时实际受力情况(离心加速下的直接受力方式)和本文的罐车侧翻判据,计算获得了罐车的最小转弯半径,以为保证罐车的安全运行提供参考。

1 数值方法

自由界面问题的数值模拟方法按自由面跟踪可划分为 MAC 法^[5]、VOF 法^[6]、Level Set 法^[7]等。

本文采用统一场的欧拉-欧拉两相流模型来求解罐体内气液两相流问题,模型中将 2 种流体用欧拉方法进行描述,两相流体共用一个流场进行统一耦合求解,模型控制方程的通用形式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \nabla \cdot (\rho U \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \rho_{\alpha}; \quad U = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \rho_{\alpha} U_{\alpha}; \\ \Gamma &= \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \Gamma_{\alpha} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: ϕ 为通用变量; ρ 为全局密度; U 为全局速度; Γ 为广义扩散系数; S 为广义源项; r_{α} 为 α 相的体积分数; ρ_{α} 为 α 相的密度; U_{α} 为 α 相的速度; N_p 为总相数。

由于欧拉-欧拉两相流模型不是对气液两相流动分别进行单独求解,因而计算速度比较快,也可以用来解决气液两相有明显分界面的问题. 湍流计算采用 SST 模型, SST 模型对近壁面处理是自适应的:若近壁面的网格 y^+ 足够小, SST 则采用低 Re 模型计算边界层;若 y^+ 较大, SST 则自动切换为壁面函数来计算;若 y^+ 介于前二者之间, SST 则采用平滑过渡的方法. SST 模型考虑了主要的湍流剪切应力输运过程,并对湍流黏性项进行了修正,其求解器是 CFX。

为了验证所提方法的有效性,本文对圆柱储液箱体的横向晃动频率进行了数值计算,并与实验测量结果^[8]进行了比较. 图 1 为 K 与圆柱储液箱体的晃动频率的关系,从图 1 可以看出,数值计算结果与实验值吻合较好。

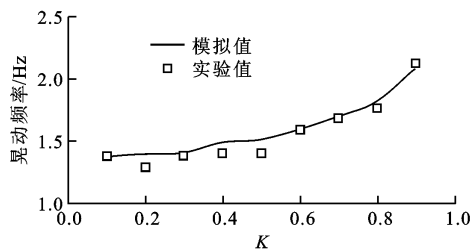


图 1 K 与圆柱形储液箱体的横向晃动频率的关系

2 罐车建模及边界条件

以某型罐车为研究对象建立了 1:1 的物理计算模型,如图 2 所示. 为了显示防波板的形状结构,模型视图设置为半透明状态。

罐车总长为 9 353 mm,罐体内径为 2 254 mm,罐体壁厚为 14 mm,罐体两端封头壁厚为 16 mm,防波板厚度为 4 mm,防波板间隔为 1 600 mm,主体材料为 16MnR 钢,设计压力为 1.77 MPa,设计温度为 50 ℃,充装介质为液化石油气,腐蚀裕度为 1.0 mm,焊缝系数为 1.0,设计容量为 36 m³。

数值计算时以水和空气为充装介质,罐车罐体壁面及防波板壁面均满足无滑移边界条件,计算中不考虑传热影响。

3 罐车制动过程的数值模拟

3.1 不同充液系数下罐体受力分析

3.1.1 参数选择 国家标准《机动车运行安全技术

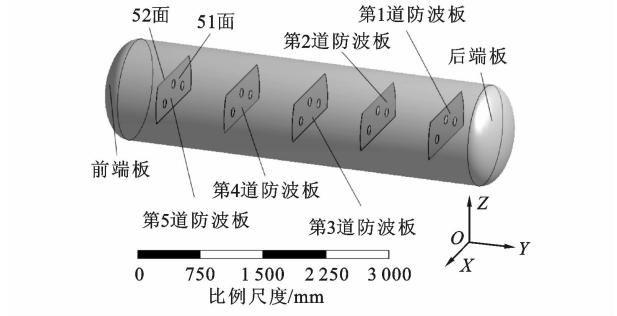


图 2 罐车罐体三维视图

条件》(GB7258—2004)中规定:罐车类机动车在制动初始速度为 30 km/h 的情况下,满载制动距离不得超过 10 m,空载制动距离小于 9 m;满载充分发出的平均减速度要大于 5 m/s²,空载充分发出的平均减速度应大于 5.4 m/s².在某些紧急情况下,罐车的实际减速度往往要大于标准值,因此本文的罐车减速度为 8 m/s²,总模拟时间为 3 s.

罐车经制动停止以后,罐体内液体仍然会发生晃动,该状态下罐体内液体对罐体壁面的作用力相比制动过程中小得多,而在制动过程中靠近前端面的防波板的受力最大,故本文仅对罐车制动过程中第 5 道防波板(下述防波板)的 2 个面(下述 51 面、52 面)进行受力分析.

制动过程中数值模拟所用罐车参数选择如下:初始速度为 80 km/h;减速度为 8 m/s²;模拟总时间为 3 s;网格数为 302 966; $K=0.1\sim0.9$.

3.1.2 罐车受力分析 罐体壁面的受力

$$F = \int p_{\text{tot}} \, ds \tag{3}$$

式中: s 为面积微元矢量; p_{tot} 为总压.

图 3 为 $K=0.5$ 时,不同时刻罐体内水和空气的体积分布情况.0 s 为初始时刻,0.75 s 为罐体整体受力时间的最大值,1.24 s 为罐体前端面受力时间的最大值,2.78 s 为罐车停止受力的时间.从图 3 可以看出,罐车制动时罐体内液体发生了剧烈的晃动,出现了飞溅,宏观上液体与气体掺混并对罐体的前端面产生撞击.引起这种现象的原因主要是:罐车的减速度和纵向尺寸较大,从而使液体的自由加速行程较长,罐内液体晃动加剧.

图 4~图 7 依次为罐体前端面、51 面、52 面以及罐体整体在不同 K 下的 Y 方向(行进方向)作用力的时间历程.从图 4~图 7 可以看出,在 2.78 s 左右出现了一个作用力突变,这是由罐车制动停止后减速度突然消失引起的.

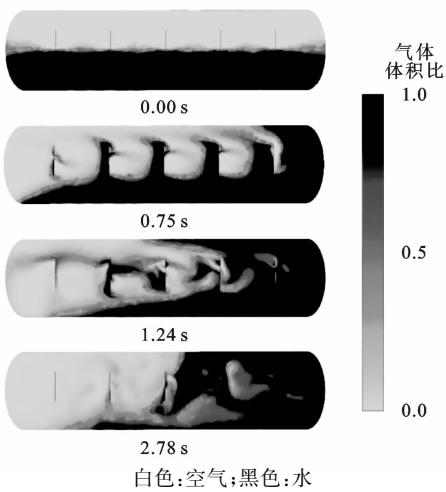


图 3 不同时刻罐体中心纵向截面的气、水的体积分布

从图 4~图 7 中还可以看出:罐体前端面和罐体整体的受力比较大(10^5 N 量级),防波板前后两面的受力相对比较小(10^4 N 量级);罐车在减速制动过程中液体发生了强烈的晃动,尤其当 K 较小时,各面受力的变化很大. K 较大时各面受力的数值计算结果能在较短的时间内达到稳定,而且各面最大冲击载荷与稳定载荷之比小于 K 较小时的情况.

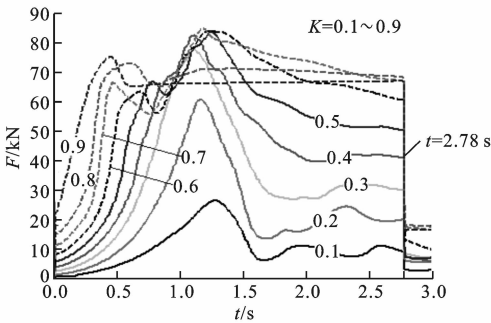


图 4 不同 K 下罐体前端面受力的时间历程

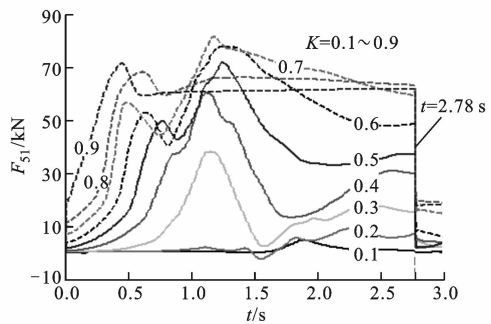


图 5 不同 K 下 51 面受力的时间历程

图 4~图 6 显示:在罐车减速制动初始阶段(0~0.5 s),各面受力与 K 成正比关系;在减速制动后

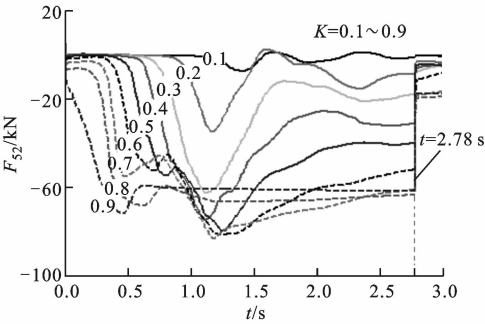


图 6 不同 K 下 52 面受力的时间历程

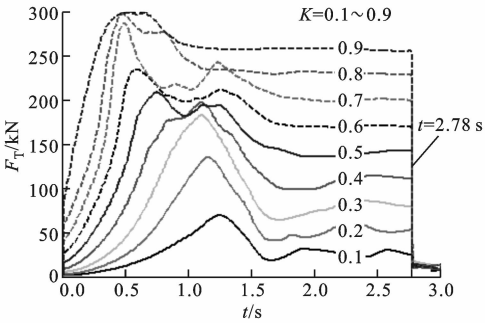


图 7 不同 K 下罐体整体受力的时间历程

期(2~2.78 s),当 K 较小($K=0.1\sim0.6$)时,罐体前端面和防波板受力随 K 的增加而增大,而当 $K=0.7\sim0.9$ 时这种变化比较小,甚至出现了随 K 增加而减小的现象.图 7 显示:随着 K 的增加,罐体整体承受最大载荷的时间不断提前,从减速制动开始到稳定载荷的时间逐渐缩短;在减速制动后期(2~2.78 s),罐体整体受力随 K 的增加成比例增大.

图 8 为不同 K 下各面受力最大值 $F_{\max}$ 的变化,图中 $F_{\max}$ 值为绝对值.从图 8 可以看出,罐体整体受力的最大值随着 K 的增加不断增大.当 K 较小($K=0.1\sim0.4$)时,罐体前端面和防波板的受力最大值随 K 的增加而增大;当 $K=0.5$ 时,受力最大值比较稳定;当 $K=0.8,0.9$ 时,受力最大值出现了减小的趋势.这主要是:当 K 较小时,虽然液体的晃动比较剧烈,但液体质量比较小,由液体产生的冲击载荷并不大;当 K 较大时,尽管液体质量比较大,但液体晃动幅度比较小,这种晃动会很快衰竭,所以综合冲击载荷并不大.

从图 8 还可以看出,当 K 较小时,防波板前后两面的受力最大值的差值比较大,随着 K 的增加,该差值逐渐减小.这是由于,当 K 较大时,防波板在减速下被液体淹没得比较深,防波板附近的液体晃动程度比较低,所以该差值随着 K 的增大逐渐变为由深度不同而产生的压力差,这个差值是比较小的.综上分析得出:考虑了罐体各面受力强度时的罐车

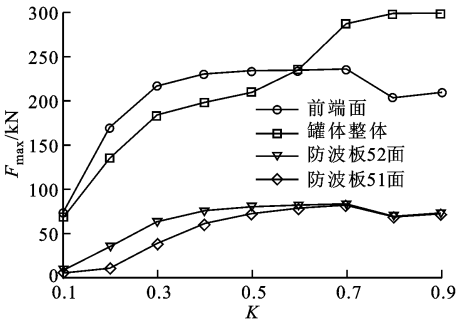


图 8 不同 K 下各面受力最大值的变化

在实际运行中,应该避免 $K=0.4\sim0.7$ 的情况,尽量使 K 保持在 $0.7\sim0.92$ 之间;考虑行驶安全时,若 K 较大,罐车应该尽量降低减速度,以避免惯性过大引发交通事故.

3.2 不同减速度下罐体受力分析

通过对相同 K 、不同减速度下罐车制动过程的数值模拟计算,研究了罐体内液体晃动对防波板和罐体的冲击作用.

3.2.1 参数选择 减速度下的罐车运行数值模拟参数选择如下:初始速度为 80 km/h;模拟总时间为 3 s;网格数为 302 966; $K=0.5$;减速度分别为 1、3、5、7 m/s^2 .

3.2.2 罐车受力分析 图 9~图 12 为罐体整体、罐体前端面、51 面和 52 面在不同减速度下的时间历程受力对比.从图 9~图 12 可以看出,在不同的减速度下,罐体内液体均发生了一定程度的晃动,整个减速过程中的罐体前端面的受力最大值最大,罐体整体受力最大值次之.当减速度较小时,各面的受力最大值(冲击载荷)出现得比较晚,各面受力曲线的波动幅度随着减速度的增加而增大,说明罐体内液体晃动的剧烈程度在时间变化率上是随减速度的增加而增强的.

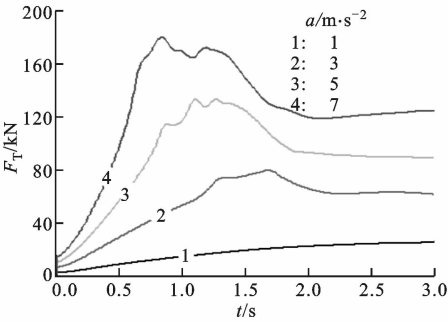


图 9 罐体整体在不同减速度下的时间历程受力对比

从图 9~图 12 还可以看出:各面受力随着减速度的增加而增大,说明罐体内液体晃动的剧烈程度

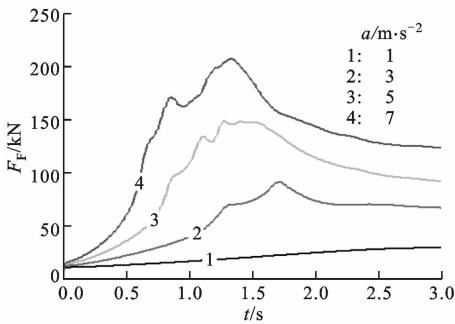


图 10 罐体前端面在不同减速度下的时间历程受力对比

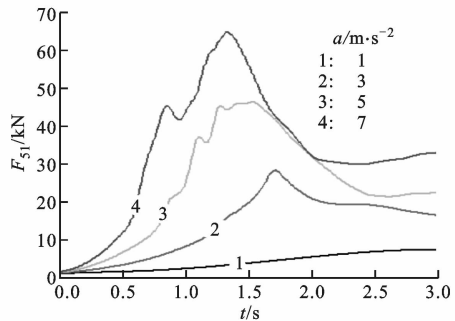


图 11 51 面在不同减速度下的时间历程受力对比

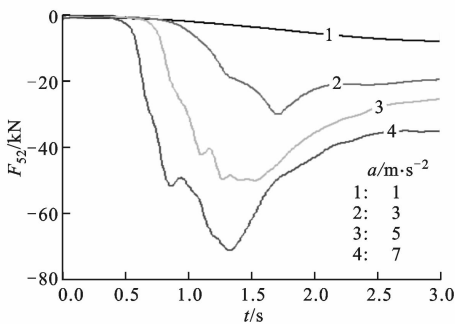


图 12 52 面在不同减速度下的时间历程受力对比

在晃动力度上是随减速度的增加而增大;随着减速度的增大,各面受力值呈现出多峰性。

图 13 为各面受力最大值随减速度的变化,为了便于比较,图中受力值为绝对值。从图 13 可以看出,前端面,罐车整体以及 51 面、52 面的受力与减速度呈一次比例关系,即

$$F_{\max} = \beta_x a \tag{4}$$

式中: β_x 为比例系数; a 为减速度。

各面受力随减速度变化的比例系数是不同的,从图中可以看出

$$\beta_F > \beta_T > \beta_{52} > \beta_{51} \tag{5}$$

式中: β_F 、 β_T 、 β_{52} 、 β_{51} 分别表示前端面、罐体车体、防波板 52 面和防波板 51 面的比例系数。

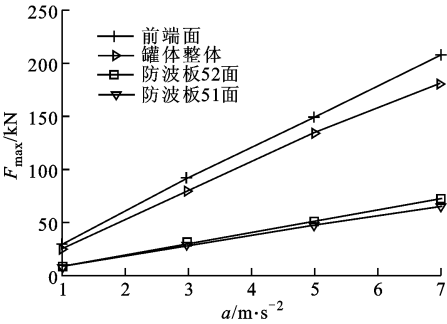


图 13 不同减速度下各面受力最大值变化

4 罐车转弯过程的数值模拟

4.1 转弯模型

罐车转弯过程如图 14 所示。该图为俯视图,坐标系 $OXYZ$ 为固连在罐车上的旋转坐标系, Z 方向垂直于纸面向外,罐车以距罐车 X 方向为 R 的一点为圆心做圆周运动,运动方向为 Y 方向。

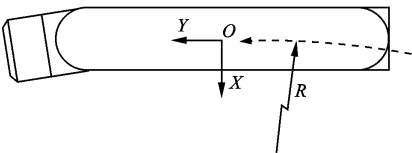


图 14 罐车转弯示意图

4.2 不同 K 下罐车横向转矩分析

4.2.1 参数选择 在罐车横向转矩分析时的参数选择如下:初始速度为 80 km/h;转弯半径为 400 m (据《公路路线设计规范》(JTG D20-2006)而定);模拟总时间为 15 s;网格数为 302 966; $K=0.1\sim 0.9$ 。

4.2.2 罐车横向转矩分析 图 15 为 $K=0.5$ 时,不同时刻罐体中心处纵截面的气液分布图。0 s 为初始时刻,0.85 s 为横向转矩最小时刻,15 s 为数值模拟的终止时刻(晃动稳定时刻)。由于罐车内气液晃动沿纵向变化很小,所以晃动分析主要针对横向进行。从图 15 可以看出,罐体内液体的晃动幅度并不大,主要是此工况下的罐车横向离心力比较小,罐体横向尺寸比较小,液体的晃动范围受限。

在转弯过程中,罐车转速过大或者转弯半径过小容易发生侧翻事故,因此有必要对罐车所受横向转矩进行分析。

本文横向转矩 T 定义为罐车绕转弯外侧前后车轮连线的转矩,如图 16 所示。图中: $b=1\ 200$ mm; o 为前后外侧车轮和地面接触连线与横截面的交点; H' 为罐车总质量的相对质心高度。

表 1 给出了空载时罐车各部件的质量 m_i 及相

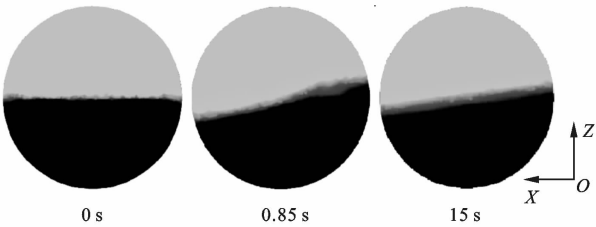


图 15 不同时刻罐车横截面气液分布

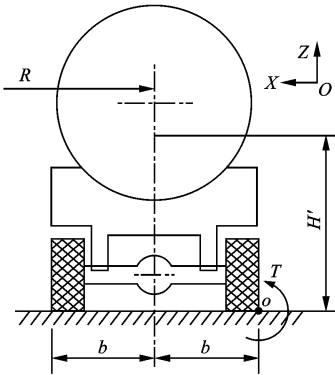


图 16 罐车横向转矩示意图

对质心高度 $H_i^{[4]}$. 当罐车以半径 R 做转弯运动时, 罐车具有向外侧倾斜的趋势, 应对转弯前后外侧车轮与地面接触连线取矩. 当 $T > 0$ 时, 罐车运行是安全的, 此时罐车内侧车轮与地面接触且有力的作用; 当 $T < 0$ 时, 罐车内侧车轮与地面无接触, 罐车可能发生侧翻. 因此, 当罐车转弯时, 可以用 $T = 0$ 作为罐车是否发生侧翻的判据.

表 1 空载时罐车各部件的质量及相对质心高度		
主要部件	H_i/mm	m_i/kg
牵引车	780	9 250
罐体	2 377	7 525
车轴及车轮	508	1 289
底架	1 250	1 400

根据表 1 数据知, 空载时的罐车总质量为

$$m = \sum m_i = 19\,464\text{ kg} \tag{6}$$

平均相对质心高度为

$$H' = \frac{\sum m_i H_i}{m} = 1\,413.21\text{ mm} \tag{7}$$

罐车相对于外侧车轮连线的空载转矩为

$$T' = \sum m_i g b - \sum m \frac{v^2}{r_i} H' = \left(229\,310 - \frac{13\,583\,565}{|r_i|} \right) (\text{N} \cdot \text{m}) \tag{8}$$

式中: g 为重力加速度; r_i 为罐车转弯半径.

罐车充液体时, 罐车横向转矩为

$$T = T' + T'' \tag{9}$$

式中: T'' 为罐体内液体对罐车的横向转矩, 由数值模拟计算获得; T' 由式(8)计算获得.

图 17 为不同 K 下罐车的 T 的时间历程. 首先假定 K 满足安全运行条件, 即 $T > 0$; 不同 K 下罐体内液体发生晃动, 但液体晃动的幅度相对比较小, 不会对罐车运行造成危害. 从不同 K 下的晃动情况来看, $K = 0.4 \sim 0.6$ 时液体晃动相对比较大. T 随 K 的增加而增大, 说明在规定的运行状态下, K 越大, 罐车运行越稳定, 行车就越安全.

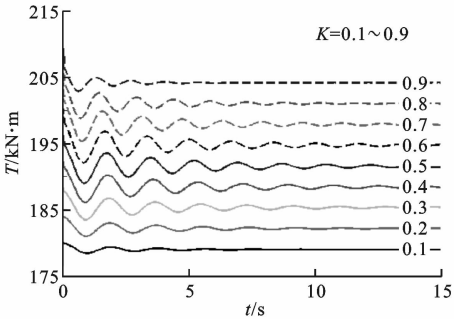


图 17 不同 K 下罐车的 T 的时间历程

4.3 不同转弯半径下罐车横向转矩分析

文献[1,4]在模拟罐车转弯时直接施加了一个 X 方向的横向离心加速度, 以此计算罐体内液体受到的离心力的作用(见图 18 中虚线箭头), 但这种方法未考虑罐车实际尺寸的影响. 当 r_i 较小时, 采用该方法的计算误差比较大. 在模拟罐车转弯时, 本文的罐车模型为旋转运动模型, 它会自动产生一个沿转弯的径向离心力(见图 18 中实线箭头). 相对于在车体上施加 X 方向离心加速度的方法来说, 本文方法考虑了罐体内液体在不同位置处受到了不同方向的离心力的作用, 考虑了罐车尺寸及转弯半径对罐车离心力的影响, 并能准确地模拟罐车转弯时的实际受力情况. 图 18 中箭头是示意性的离心力方向, 并不表示离心力的大小.

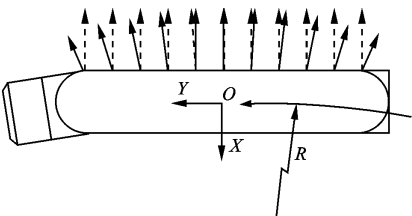


图 18 离心加速度施加对比图

4.3.1 参数选择 不同 r_i 时的罐车参数选择如

下:初始速度为 80 km/h;转弯半径分别为 400、300、200、150、100、50 m;模拟总时间为 15 s;网格数为 302 966; $K=0.5$ 。

4.3.2 罐车横向转矩分析 图 19 为不同 r_i 时罐车的 T 随时间的变化。从图 19 可以看出: T 随着 r_i 的变化非线性变化; r_i 减小, T 随之减小,罐车发生侧翻的可能性增大;当 $r_i \geq 100$ m 时, T 最小值 $T_{\min} > 0$,即罐车虽然有侧翻的趋势,但在重力的作用下仍可保持平稳运行。显然, r_i 减小时罐车外侧车轮受力增大,内侧车轮受力逐渐减小,特别是当 $r_i = 50$ m 时,出现了 $T < 0$ 的情况,即罐车内侧车轮已脱离地面。所以,本文将 $T=0$ 作为罐车发生侧翻的判据。

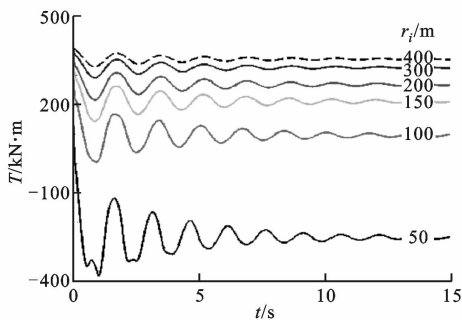


图 19 不同 r_i 时 T 的时间历程

为了获得不同 r_i 时的 $T_{\min}$,本文采用最小二乘二次函数对 $T_{\min}$ 进行了拟合,拟合曲线方程为

$$T_{\min} = \left(4.415 \times 10^5 - \frac{4.68 \times 10^7}{|r_i|} + \frac{2.837 \times 10^8}{|r_i|^2} \right) \quad (\text{N} \cdot \text{m}) \quad (10)$$

拟合曲线如图 20 所示。从图 20 可以看出,拟合曲线与数值模拟结果相吻合。根据拟合曲线方程(10),可以求得罐车发生侧翻时的临界转弯半径,即 $T_{\min} = 0$ 时对应的 r_i 。当 $K=0.5$ 、 $v=80$ km/h 时,罐车对应的临界转弯半径为

$$r_{\text{cr}} = 99.544 \text{ m} \quad (11)$$

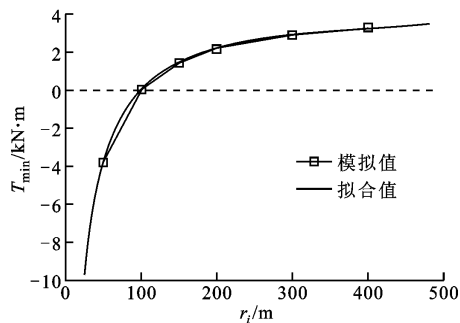


图 20 不同 r_i 时 $T_{\min}$ 的拟合图

这个临界转弯半径即是该运行条件下罐车安全转弯的最小半径。如果根据本文方法计算获得了不同运动速度下对应的转弯半径,就可以得到 $r_{\text{cr}}-v$ 关系图,同理可以计算获得不同 K 下的 $r_{\text{cr}}-K$ 关系图,它在确定罐车安全运行方面具有重要的参考价值。

5 结 论

通过对罐车在减速制动过程和转弯过程中罐体内液体晃动的数值模拟,揭示了部分充液罐车的动力学特性,主要结论如下。

(1)根据罐车的横向转矩可确立罐车侧翻的判据,并通过对不同转弯半径下计算获得的最小横向转矩进行拟合,得到罐车对应的临界转弯半径。

(2)制动时的罐体在行进方向受到的作用力随着 K 的增大非线性增大,随罐车减速度的变化呈线性变化,各受力面的比例系数与之无关。

(3)罐车在转弯时受到的横向转矩随 K 的增大线性增加,与转弯半径呈非线性关系。受 K 和转弯速度的影响,罐车在转弯时存在一个最小转弯半径。

参考文献:

- [1] KANG N, LIU K. Influence of baffle position on liquid sloshing during braking and turning of a tank truck [J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2010, 11(5): 317-324.
- [2] 卢军, 杨翊仁. 平放圆柱体内液体晃动特性及横向受力分析 [J]. 科学技术与工程, 2009, 9(14): 3945-3949.
- [3] LU Jun, YANG Yiren. Characteristics of liquid sloshing and transverse force analysis of horizontal liquid-filled cylindrical tank [J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(14): 3945-3949.
- [4] DJAVARESHKIAN H, KHALILI M. Simulation of sloshing with the volume of fluid method [J]. Fluid Dynamics & Materials Processing, 2006, 2(4): 299-308.
- [5] 陈志伟. 移动式压力容器介质晃动数值模拟及防波装置研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- [6] MIKELIS N E, JOURNEE J M J. Experimental and numerical simulation of sloshing behavior in liquid cargo tanks and its effects on ship motions, 0661 [R]. Delft, Netherlands: Delft University of Technology, 1984.
- [7] CELEBI S M, AKYILDIZ H. Nonlinear modeling of liquid sloshing in a moving rectangular tank [J]. Ocean Engineering, 2002, 29(12): 1527-1553.

[7] 方智勇, 杨松林, 朱仁庆. Level-Set 法在液体晃荡研究中的应用 [J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2007, 22(2): 150-156.
FANG Zhiyong, YANG Songlin, ZHU Renqing. Application of Level-Set method in the research on liquid sloshing[J]. Journal of Hydrodynamics: A, 2007, 22(2): 150-156.

[8] 李松, 高芳清, 杨翊仁, 等. 液体晃动有限元模态分析及试验研究 [J]. 核动力工程, 2006, 27(2): 102-103.
LI Song, GAO Fangqing, YANG Yiren, et al. Finite element modal analysis and dynamic experimental for liquid sloshing [J]. Nuclear Power Engineering, 2006, 27(2): 102-103.