

时滞受控系统非线性动力学行为的数值分析

孙清¹, 张斌², 伍晓红³, 薛晓敏³, 张磊¹

(1. 西安交通大学土木工程系, 710049, 西安; 2. 河南省电力勘测设计院, 450007, 郑州;
3. 西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安)

摘要: 采用精细积分法和庞加莱截面法计算了不同反馈增益和时滞量情况下的受控系统响应, 给出了系统随时滞变化的分岔图和庞加莱截面图, 分析了含时滞反馈 Duffing 方程的分岔、混沌等非线性动力学行为, 讨论了时滞和反馈增益对系统非线性特性的影响. 结果表明, 时滞受控系统的运动形式随着时滞的改变而改变, 因此时滞可作为分岔开关来控制系统的运动形式, 无论是倍周期运动、拟周期运动或者混沌运动, 都可以通过选择合适的时滞量得以实现, 并且随着控制增益的增大, 系统的非线性特性表现得更加明显.

关键词: 精细积分; 时滞; 主动控制; 分岔

中图分类号: O317 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)03-0001-06

Numerical Analysis on Nonlinear Dynamical Behaviors of Control Systems with Time Delay

SUN Qing¹, ZHANG Bin², WU Xiaohong³, XUE Xiaomin³, ZHANG Lei¹

(1. Department of Civil Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. Henan Electric Power Survey & Design Institute, Zhengzhou 450007, China;
3. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A type of Duffing equation with time delay is solved by precise integration method and the Poincaré map. The influences of time delay and feedback gain on the system's phase shifting solutions are discussed by Poincaré sections and the bifurcation diagram. It shows that motion form of system changes with the varying time delay. The time delay is able to serve as a bifurcation switch to change the forms of system movement into period-doubling, quasi-periodic or chaotic motions. And system nonlinear dynamic behaviors get more complex as feedback gain increases.

Keywords: precise integration method; time delay; active control; bifurcation

在振动主动控制中不可避免地存在着时滞现象, 传感器信号的采集和传输、控制器的计算、作动器的作动过程等, 都会导致作用于结构的控制力产生时滞^[1]. 时滞可能使系统产生分岔, 从而改变系统周期解的稳定性, 进而使系统的运动形式发生变化, 产生倍周期运动、拟周期运动, 甚至混沌运动^[2]. 由于时滞的引入, 振动控制系统表现出复杂的分岔现象, 包括 Hopf 分岔、双 Hopf 分岔、奇点分岔、同宿分岔等, 并伴随极限环的出现^[3].

国内外学者对时滞引起的系统分岔和混沌等现

象进行了深入的研究, 例如: 蒋卫华等采用中心流形定理和 Hassard 规范型理论, 研究了反馈时滞系统中时滞量和控制参数对稳定性和 Hopf 分岔性质所起的作用^[4]; 张冬梅等研究了一类含参数激励和强迫激励的时滞反馈系统在 1/2 亚谐共振-主参数共振下的分岔响应控制^[5]; 钱长照等研究了控制时滞对 van der Pol-Duffing 系统分岔响应的影响以及周期解失稳后的复杂运动^[6]; 王在华等针对具有奇对称性的时滞系统, 提出了 2 种迭代求解格式, 可以方便地得到分岔周期解的近似表达式^[7]; 徐鉴等利用中心流形-

范式方法分析了时滞微分方程的 Hopf 分岔以及相移解^[8-10];钱长照等还应用微扰方法研究了移动荷载作用下时滞受控非线性梁的分岔性质,分析了该系统的主共振和亚谐共振,并指出,时滞会使分岔消失或改变分岔点^[11]. 另一方面,也有研究表明,在振动控制中可以利用时滞来减小系统响应^[12],例如:Ali 等人指出,当双时滞量超过其他学者提出的稳定判别的时滞最大允许值时,依然可以找到使系统稳定的区域,并给出了选取最优时滞量的方法^[13];蔡国平等对旋转运动柔性梁的时滞主动控制进行了实验研究,验证了时滞反馈控制的有效性^[14];孙清等最近采用增量谐波平衡法并结合庞加莱定理,分析了时滞受控系统的稳定性,得到了系统周期解关于时滞量和反馈控制增益变化的稳定区域^[15].

研究表明,时滞受控系统在稳定区域和不稳定区域分界处的力学行为非常丰富,时滞变化可诱导出包括分岔及混沌等的极为复杂的非线性动力学行为. 目前对于时滞受控系统的分岔性质研究,仍以解析法占主导地位,主要采用的方法有定性分析方法,如规范型方法、中心流形定理、奇异性方法、Melnikov 法等,以及定量分析方法,如平均法、谐波平衡法、多尺度法、KBM 法等,其中大部分只能求解弱非线性问题,即方程中含有小参数的问题,但不能处理强非线性问题. 处理强非线性问题时,常用的方法有改进的 L-P 法、广义平均法、改进多尺度法、三变量迭代法、变分迭代法等,但这些方法的缺点是精度较差. 对于系统分岔之后的相移变化的具体形式,目前尚没有解析方法可以进行计算,因此,数值分析是解决该问题的较好手段. 作者前期采用精细积分法分析了时滞受控系统的稳定性,给出了系统稳定性随时滞和控制增益的变化规律^[16]. 作为后续研究,本文采用适用于非线性动力系统的精细积分方法来分析时滞系统的分岔和混沌等非线性动力学特性,重点分析时滞和控制增益的取值对系统运动形式的影响,以期对非线性控制系统中时滞量和控制增益的选取提供指导.

1 含时滞振动控制系统的动力学方程

考虑非线性时滞受控系统,其动力学方程如下

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + \sigma x^3(t) = f(t) + g_p x(t - \tau_1) + g_d \dot{x}(t - \tau_2) \quad (1)$$

式中: m 为质量; c 为阻尼; k 为刚度; σ 为非线性项系数; $f(t)$ 为外加激励; $g_p x(t - \tau_1)$ 是与位移相关的控制力; $g_d \dot{x}(t - \tau_2)$ 是与速度相关的控制力; τ_1 和 τ_2

分别是位移反馈和速度反馈的时滞量,当 $t < \tau_1$ 时, $x(t - \tau_1) = 0$, 当 $t < \tau_2$ 时, $\dot{x}(t - \tau_2) = 0$. 本文采用精细积分法求解方程(1),具体算法可参见文献[16].

2 非线性力学行为分析

本节分析时滞对受控系统非线性特性的影响. 对于式(1)所示系统,选取系统参数为 $m = 1 \text{ kg}$, $c = 0.3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $k = -1 \text{ N/m}$, $\sigma = 1$, $f(t) = 30 \sin t$, $\tau_1 = \tau_2 = \tau$, 则其动力学方程为

$$\ddot{x} + 0.3\dot{x} - x + x^3 = 30 \sin t + g_p x(t - \tau) + g_d \dot{x}(t - \tau) \quad (2)$$

以时滞 τ 为控制参量,固定其他参数,分析系统随时滞变化的分岔行为. 下面分 4 种工况来分析时滞和控制增益对非线性特性的影响.

(1) $g_p = -0.5 \text{ N/m}$, $g_d = -0.01 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. 改变时滞量得到的系统分岔图如图 1 所示.

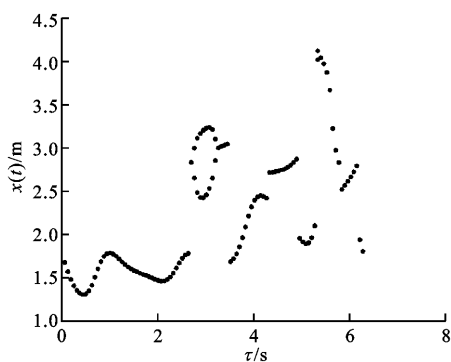


图1 $g_p = -0.5 \text{ N/m}$, $g_d = -0.01 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时的系统分岔图

图 1 表明,随着时滞量的逐渐增大,在 $\tau = 2.7018 \text{ s}$ 处系统产生了倍周期分岔,由周期运动转入 2 倍周期运动,随后又经历了周期运动和 2 倍周期运动.

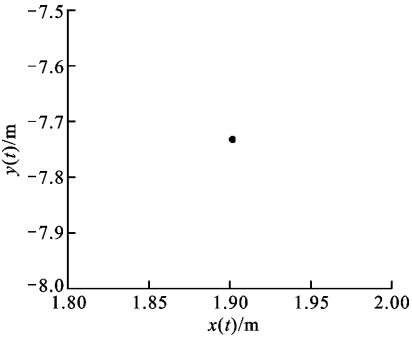
图 2a 为 $\tau = 0.0628 \text{ s}$ 时的单倍周期运动庞加莱截面,图 2b 为 $\tau = 3.1416 \text{ s}$ 时的 2 倍周期运动庞加莱截面.

(2) $g_p = -0.8 \text{ N/m}$, $g_d = -0.01 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. 改变时滞量得到的系统分岔图如图 3 和图 4 所示.

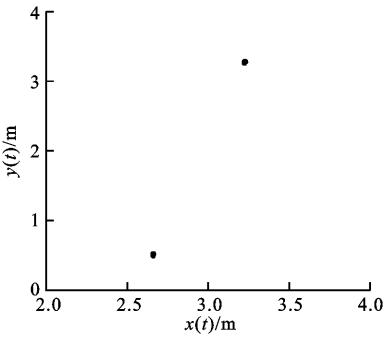
图 3 表明,随着时滞量的逐渐增大,系统经历了周期运动、混沌运动、2 倍周期运动后,在 $\tau = 2.7018 \text{ s}$ 处发生了倍周期分岔,由周期运动转入 2 倍周期运动. 随时滞继续增大,在 $\tau = 2.8274 \text{ s}$ 处系统再次发生倍周期分岔,由 2 倍周期运动转入 4 倍周期运动,由图 4 可以看出明显的分岔路径. 之后,

系统在 $\tau=2.953\ 1\ \text{s}$ 处进入混沌运动,随后又经历了 2 倍周期运动和单倍周期运动,在 $\tau=6.283\ 2\ \text{s}$

处发生拟周期分岔,由周期运动转入拟周期运动. 图 5 为对应不同滞量的各种庞加莱截面.



(a) $\tau=0.062\ 8\ \text{s}$ 时的单倍周期运动



(b) $\tau=3.141\ 6\ \text{s}$ 时的 2 倍周期运动

图 2 $g_p=-0.5\ \text{N/m}, g_d=-0.01\ \text{N}\cdot\text{s/m}$ 时的庞加莱截面

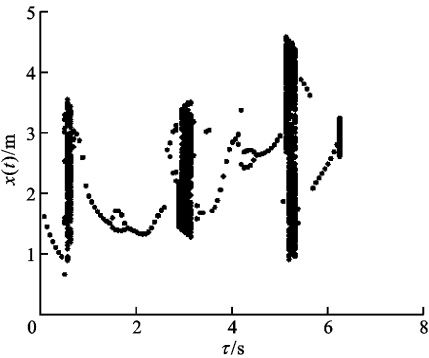


图 3 $g_p=-0.8\ \text{N/m}, g_d=-0.01\ \text{N}\cdot\text{s/m}$ 时的系统分岔图

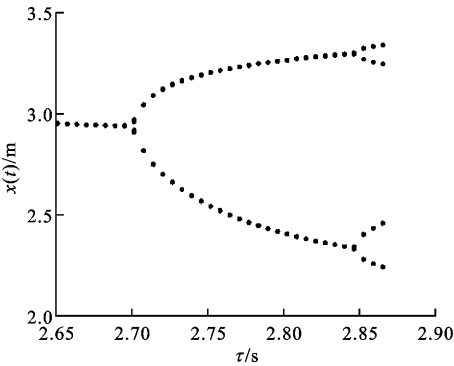
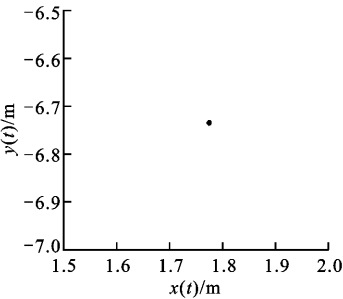
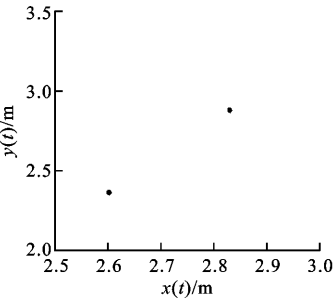


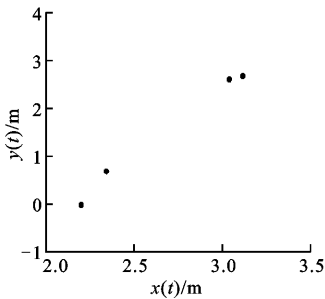
图 4 图 3 的局部放大图



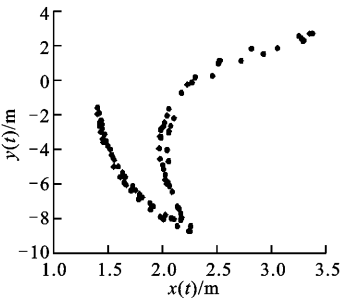
(a) $\tau=1.131\ 0\ \text{s}$, 单倍周期运动



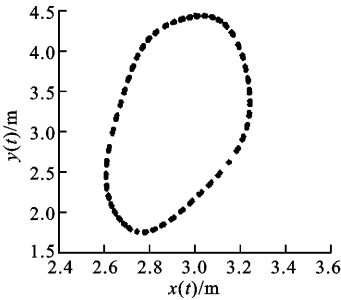
(b) $\tau=2.701\ 8\ \text{s}$, 2 倍周期运动



(c) $\tau=2.827\ 4\ \text{s}$, 4 倍周期运动



(d) $\tau=2.953\ 1\ \text{s}$, 混沌运动



(e) $\tau=6.283\ 2\ \text{s}$, 拟周期运动

图 5 $g_p=-0.8\ \text{N/m}, g_d=-0.01\ \text{N}\cdot\text{s/m}$ 时的庞加莱截面

(3) $g_p = -0.01 \text{ N/m}$, $g_d = -0.2 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. 改变时滞量得到的分岔图如图6所示.

图6表明,随着时滞量的逐渐增大,在 $\tau =$

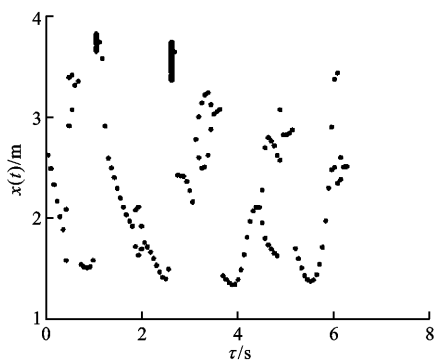
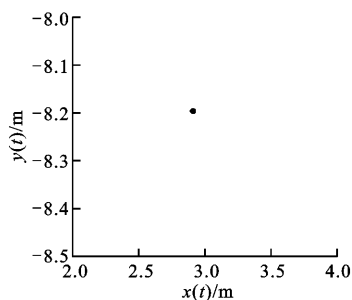
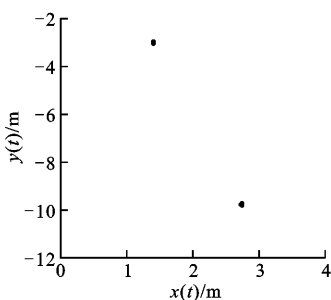


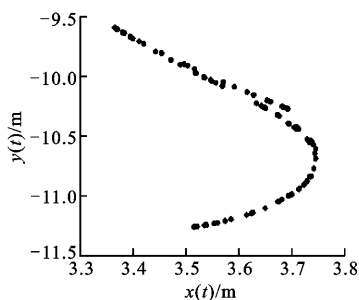
图6 $g_p = -0.01 \text{ N/m}$, $g_d = -0.2 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时的系统分岔图



(a) $\tau = 0.0628 \text{ s}$, 单倍周期运动



(b) $\tau = 0.4398 \text{ s}$, 2 倍周期运动



(c) $\tau = 2.6389 \text{ s}$, 混沌运动

图7 $g_p = -0.01 \text{ N/m}$, $g_d = -0.2 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时的庞加莱截面

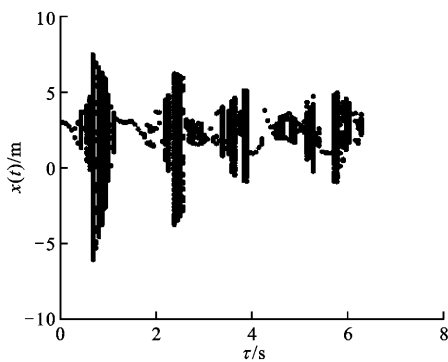


图8 $g_p = -0.01 \text{ N/m}$, $g_d = -0.4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时的系统分岔图

周期运动、4 倍周期运动、拟周期运动、5 倍周期运动、3 倍周期运动、混沌运动、6 倍周期运动交替出现. 图9为不同时滞量对应的各种庞加莱截面.

比较上述4种工况可以看出,随着控制增益绝对值的增大,系统的运动形式变得更加复杂多变,例如工况(1)中只存在周期运动和2倍周期运动,而工况(2)和工况(4)中出现了周期运动、2倍周期运动、

0.4398 s处系统产生倍周期分岔,由周期运动转入2倍周期运动,随后周期运动和2倍周期运动交替出现,在 $\tau = 2.6389 \text{ s}$ 处发生混沌运动. 图7为不同时滞量下的各种庞加莱截面.

(4) $g_p = -0.01 \text{ N/m}$, $g_d = -0.4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. 改变时滞量得到的分岔图如图8所示.

从图8可以看出:随着时滞量的逐渐增大,在 $\tau = 0.3142 \text{ s}$ 处系统发生倍周期分岔,由周期运动转入2倍周期运动;随时滞量继续增大,在 $\tau = 0.3770 \text{ s}$ 处系统再次发生倍周期分岔,由2倍周期运动转入4倍周期运动,并在 $\tau = 0.4398 \text{ s}$ 处进入混沌运动,之后在 $\tau = 0.6912 \text{ s}$ 处发生拟周期分岔,进入拟周期运动.

随着时滞的增大,7倍周期运动、周期运动、2倍

3倍周期运动、4倍周期运动、5倍周期运动、6倍周期运动、7倍周期运动、拟周期运动和混沌运动等形式. 这是由于随着控制增益的增大,时滞在方程中的权重变大,使得系统对于时滞的微小变化也十分敏感,从而表现出复杂的非线性动力学特性.

通过上述讨论可知,时滞受控系统的运动形式随着时滞的改变而改变,因此可以把时滞作为系统的分岔开关,通过改变时滞量得到我们需要的运动形式,无论是倍周期运动、拟周期运动还是混沌运动,都可以通过选择合适的时滞量得以实现.

3 结 论

本文采用精细积分方法和庞加莱截面法计算了不同反馈增益和时滞量情况下的系统响应,并给出了系统随时滞变化的分岔图和庞加莱截面图,分析了含时滞反馈 Duffing 方程的分岔、混沌等非线性动力学行为,讨论了时滞和反馈增益对系统非线性特性的影响. 研究结果表明:时滞可以作为分岔开关,通过改变时滞量来控制系统的运动形式;随

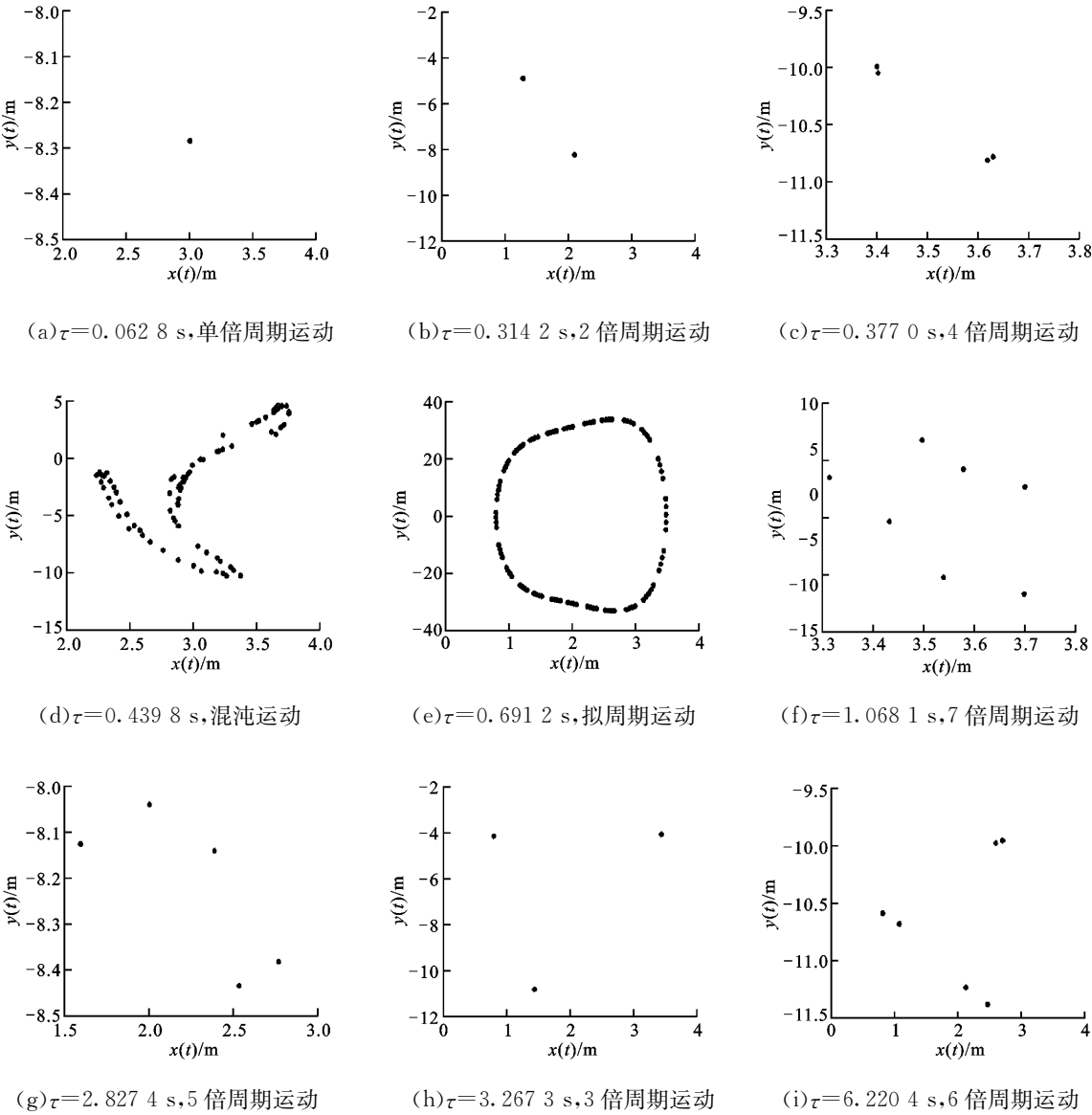


图 9 $g_p = -0.01 \text{ N/m}$ 、 $g_d = -0.4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时的庞加莱截面

着控制增益的增大,系统的非线性特性表现得更加明显,对于时滞的微小变化更加敏感。

参考文献:

[1] 周福霖. 工程结构减震控制[M]. 北京:地震出版社, 1997.

[2] XU Jian, CHUNG K W. Effects of time delayed position feedback on a van der Pol-Duffing oscillator [J]. Physica: D, 2003, 180: 17-39.

[3] MA Suqi, LU Qishao, FENG Zhaosheng. Double Hopf bifurcation for van der Pol-Duffing oscillator with parametric delay feedback control [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008, 338 (2): 993-1007.

[4] 杜毛毛,蒋卫华,徐秀艳. 具带限反馈的时滞系统的

Hopf 分支分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40 (8):1273-1278.

DU Maomao, JIANG Weihua, XU Xiuyan. Hopf bifurcations in time-delay systems with band-limited feedback [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(8): 1273-1278.

[5] 张冬梅,李凤伟,徐涵. 一类含参数激励和强迫激励的时滞反馈系统的分岔分析[J]. 徐州师范大学学报, 2007,25(2):28-30.

ZHANG Dongmei, LI Fengwei, XU Han. Bifurcation of nonlinear systems involving time delays under combined parametric and forcing excitation [J]. Journal of Xuzhou Normal University, 2007, 25(2): 28-30.

[6] 钱长照,唐驾时. 一类非自治时滞反馈系统的分岔控制[J]. 物理学报,2006,55 (2):617-621.

- QIAN Changzhao, TANG Jiashi. Bifurcation control for a non-autonomous system with two time delays [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 25(2): 28-30.
- [7] WANG Huailei, WANG Zaihua, HU Haiyan. Hopf bifurcation of an oscillator with quadratic and cubic nonlinearities and with delayed velocity feedback [J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 20(4): 426-434.
- [8] XU Jian, LU Qishao. Hopf bifurcation of time-delay Lienard equations [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(5): 939-951.
- [9] 徐鉴, 陆启韶, 王乘. van der Pol-Duffing 时滞系统的稳定性和 Hopf 分岔 [J]. 力学学报, 2000, 32(1): 112-116.
- XU Jian, LU Qishao, WANG Cheng. Stability and bifurcations in a van der Pol-Duffing time-delay system [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2000, 32(1): 112-116.
- [10] 徐鉴, 陆启韶, 黄玉盈. van der Pol 型时滞系统的两参数余维一 Hopf 分岔及其稳定性 [J]. 固体力学学报, 1999, 20(4): 297-302.
- XU Jian, LU Qishao, HUANG Yuying. Co dimension 1 Hopf bifurcation and its stability in a van der Pol time delay system with two variant parameters [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1999, 20(4): 297-302.
- [11] QIAN Changzhao, TANG Jiashi. A time delay control for a nonlinear dynamic beam under moving load [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 309: 1-8.
- [12] PYRAGAS K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback [J]. Physics Letters: A, 1992, 170: 421-428.
- [13] ALI M S, HOU Z K, NOORI M N. Stability and performance of feedback control systems with time delays [J]. Computers and Structures, 1998, 66(2/3): 241-248.
- [14] 陈龙祥, 蔡国平. 旋转运动柔性梁的时滞主动控制实验研究 [J]. 力学学报, 2008, 40(4): 520-527.
- CHEN Longxiang, CAI Guoping. Experimental study on active control of a rotating flexible beam with time delay [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, 40(4): 520-527.
- [15] 孙清, 刘正伟, 伍晓红, 等. 含双时滞振动主动控制系统的稳定性分析 [J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(1): 112-116.
- SUN Qing, LIU Zhengwei, WU Xiaohong, et al. Stability analysis of active vibration control system involving double time delays [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(1): 112-116.
- [16] 孙清, 张斌, 伍晓红, 等. 含双时滞主动控制系统平凡平衡解稳定性的数值分析 [J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(5): 102-105.
- SUN Qing, ZHANG Bin, WU Xiaohong, et al. Numerical analysis for stability of trivial equilibrium solution of active control systems with double time delays [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(5): 102-105.

[本刊相关文献链接]

- 利用遗传算法的磁流变阻尼器结构含时滞半主动控制. 西安交通大学学报, 2010, 44(9): 122-127.
- 可控磁悬浮系统的转子周期性振动抑制. 西安交通大学学报, 2010, 44(7): 55-58.
- 往复压缩机轴系扭振的数值分析. 西安交通大学学报, 2010, 44(3): 100-104.
- 时频域交互法在微滑移干摩擦阻尼叶片振动分析中的应用. 西安交通大学学报, 2009, 43(11): 22-26.
- 冲击故障特征提取的非线性流形学习方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(11): 95-99.
- 三向地震模拟平台控制系统的研究. 西安交通大学学报, 2009, 43(10): 16-21.
- 圆柱壳高频弯曲振动的能量有限元分析. 西安交通大学学报, 2008, 42(9): 1113-1116.
- 检测地震不连续性结构的多分辨局部结构熵算法. 西安交通大学学报, 2008, 42(2): 226-230.
- 控制时滞对负刚度 Duffing 系统动力学特性的影响. 西安交通大学学报, 2007, 41(7): 811-814.
- 基于遗传算法信息组合的自适应模糊控制. 西安交通大学学报, 2007, 41(7): 838-841.
- 三维流体诱发振动的理论模型与数值模拟. 西安交通大学学报, 2007, 41(5): 512-516.
- 压电分流阻尼系统的双重开关控制. 西安交通大学学报, 2006, 40(7): 841-845.
- 基于 X 滤波最小均方算法的冲击振动自适应逆控制. 西安交通大学学报, 2004, 38(2): 144-148.
- 新型磁流变阻尼器及其在结构振动半主动控制中的应用. 西安交通大学学报, 2003, 37(1): 92-95.
- 结构变结构控制的指数趋近律改进方法. 西安交通大学学报, 2003, 37(1): 108-110.
- 建筑结构滑模控制的趋近律方法. 西安交通大学学报, 2000, 34(5): 95-100.
- 不确定性结构振动的模糊推理移相控制研究. 西安交通大学学报, 2000, 34(5): 109-110.

(编辑 葛赵青)