

矩形通道内具有 Rayleigh-Benard 对流的 湍流换热大涡模拟

马良栋^{1,2}, 李增耀¹, 陶文铨¹

(1. 西安交通大学热流科学与工程教育部重点实验室, 710049, 西安;

2. 大连理工大学建设工程学部, 116024, 大连)

摘要: 基于动态 Smagorinsky 涡黏模型对矩形通道截面内具有 Rayleigh-Benard 对流的湍流充分流动和换热问题进行了大涡模拟研究, 分析了浮升力对管道截面的平均速度、温度分布以及雷诺应力的影响. 湍流雷诺数为 400, 格拉晓夫数从 10^5 变化到 10^7 . 研究表明: 随着格拉晓夫数的增大, 浮升力增强, 通道内平均速度减小; 亚格子黏性系数明显增大, 湍流强度增强, 换热也明显增强; 由于浮升力的存在, 在高温壁面附近, 主流湍动能减小, 展向湍流强度大大增强; 初始条件对平均速度及温度的分布有一定的影响, 但对平均的阻力系数及换热系数没有影响.

关键词: 矩形通道; Rayleigh-Benard 对流; 湍流换热; 大涡模拟

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)06-0124-06

Large Eddy Simulation of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Square Duct with Rayleigh-Benard Convection on the Cross Section

MA Liangdong^{1, 2}, LI Zengyao¹, TAO Wenquan¹

(1. MOE Key Laboratory of Thermal Fluid Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Large eddy simulations are performed on a fully developed turbulent flow and heat transfer in a square duct with Rayleigh-Benard convection on the basis of the dynamical Smagorinsky eddy viscosity model at turbulent Reynolds number 400 and different Grashof-numbers from 10^5 to 10^7 . The influences of the buoyancy force on the mean flow, heat transfer and turbulent intensity are analyzed. The results show that the mean velocity decreases while the subgrid viscosity, turbulent intensity and heat transfer increase obviously with an increase in Grashof-number. Moreover, the turbulent intensity in the streamwise direction decreases while the turbulent intensity in the spanwise direction increases clearly near the wall with high temperature because of the buoyancy force. In addition, the initial conditions have a slight influence on the resolved-averaged velocity and temperature distributions but no effect on the mean friction factor and heat transfer coefficient.

Keywords: square duct; Rayleigh-Benard convection; turbulent flow and heat transfer; large eddy simulation

在实际工程中, 许多湍流热流输运伴有热分层 现象. 在不稳定的分层流流动中会形成大尺度热对

流^[1]. Lumley 等人^[2]以及 Domaradzki 等人^[3]的研究表明,在不稳定的分层流动中,浮升力对近壁湍流的猝发有较大的影响,Fuku 等人^[4-5]的试验研究表明,与没有自然对流作用时相比,非稳定分层湍流有本质的区别. Iida 等人^[1]采用直接数值模拟的方法对槽道不稳定分层流动的湍流输运和机理进行了研究,发现含有热羽的大尺度热对流减少了主流拟相干涡的产生,Prandtl 数对大尺度热对流的结构也有强烈的影响. 董宇红^[6]对具有自由面的热分层槽道剪切湍流进行了直接数值模拟,分析了非稳定自然对流对湍流的强化作用. 对于封闭空间内的纯 Rayleigh-Benard 对流问题,许多研究者对其进行了数值研究^[7-8]和试验研究^[9-10]. Pallares 等人^[11]采用大涡模拟对一个具有良好导热侧壁的立方体内的 Rayleigh-Benard 对流进行了数值模拟,得出了层流状态下不同的流动模式以及湍流状态下的流动结构,研究了平均换热系数随 Rayleigh 数的关系. 本文采用大涡模拟的方法对矩形通道内横截面上具有 Rayleigh-Benard 对流的湍流流动和换热进行研究,目的在于分析通道内不稳定分层对湍流流动和换热的影响.

1 物理问题及数学描述

计算物理模型如图 1 所示. 设矩形通道内充满不可压缩流体,在均匀的平均压力梯度驱动下流动. 管道左右壁面绝热,上下壁面等壁温且下表面是高温,上表面是低温,考虑重力的影响,计算中采用 Boussinesq 假设. 大涡模拟控制方程如下

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

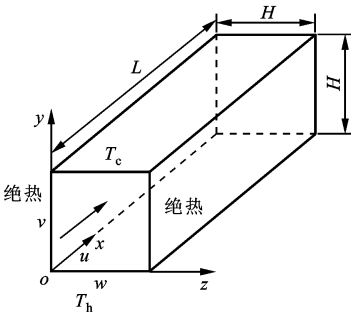
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + 4\delta_{i1} + \delta_{i2} \frac{Gr}{Re_\tau^2} \theta \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial (u_j \theta)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \tag{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= R_{ij} - \delta_{ij} \frac{R_{kk}}{3} \\ R_{ij} &= \overline{(u_i + u'_i)(u_j + u'_j)} - u_i u_j \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

$$q_j = \overline{(\theta + \theta') (u_j + u'_j)} - \theta u_j \tag{5}$$

式中: u_i 为平均速度; u'_i 为脉动速度; θ 为无量纲平均温度; θ' 为无量纲脉动温度; Pr 为流体普朗特数; τ_{ij} 和 q_j 分别表示亚格子雷诺应力和热流,通过动态 Smagorinsky 涡黏 (DSM) 模型进行模拟^[12];速度、长度和温度的无量纲特征量分别为壁面摩擦速度



H, L 分别为管道的高和长; x 为主流流动方向; y 和 z 为展向;
 u, v, w 分别为流向和展向的速度分量

图 1 管道的几何模型及坐标

u_τ 、管道横截面的宽度 H 和壁面温差 $\Delta T = T_h - T_c$;湍流雷诺数、无量纲温度及格拉晓夫数分别定义为

$$Re_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu}; \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}; Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu^2} \tag{6}$$

其中, ν 表示流体运动黏性系数, β 为热膨胀系数, g 为重力加速度.

控制方程采用分步算法进行求解,对流项和扩散项均采用二阶中心差分,时间的推进采用二阶混合 Adams-Bashforth/Crank-Nicholson 格式. 壁面上速度边界为零;温度边界高温侧 $\theta_h = 1$,低温侧 $\theta_c = -1$;流向为周期性边界条件. 计算条件及区域网格划分分别见表 1 和表 2.

2 结果分析

2.1 程序验证

本文主要研究矩形通道内非稳定自然对流对湍流流动和换热的影响,据作者所知,目前没有相关的参考数据,为了验证程序的正确性,采用大涡模拟的方法对充分发展的矩形通道湍流流动与换热问题进行了分析(不考虑自然对流的影响). 图 2 给出了本文与文献[12-15]的模拟结果比较. 从图 2a 中可以看出,对于主流湍流强度 u_{rms} 而言,DSM 模型在最大值点处的预测值过高,但与文献[13]一致,图 2b 给出了主流平均速度的对数坐标分布,在流动的黏性底层内($y^+ < 5$),大涡模拟计算结果符合壁面的线性律 $\langle u^+ \rangle = y^+$. 在对数区域($y^+ > 40$),与直接数值模拟结果相比,DSM 模型预测的主流速度在管道的中心区域偏大. 图 2c 给出了沿高温面的局部 Nusselt 数的分布,在拐角的附近,大涡模拟的结果与直接数值模拟的结果相符合,壁面平分线 ($z = 0.5$) 附近,大涡模拟的结果稍有偏高. 图 2 结果表明,所开发的大涡模拟程序是可靠的.

表1 计算条件及参数

Re_τ	亚格子模型	Gr	平均统计时间	时间步长	计算环境
400	动态 Smagorinsky 涡黏模型(DSM)	$1\times 10^5, 1\times 10^6$	$24Hu_\tau^{-1}$	$2\times 10^{-4}Hu_\tau^{-1}$	上海超级计算中心曙光 4000A
		$3\times 10^6, 6\times 10^6$			
		$1\times 10^7, 5\times 10^7$			

表2 计算区域及网格划分

计算区域	计算网格数	网格间距		归一化网格间距	
		Δx	$\Delta y, \Delta z$	Δx^+	$\Delta y^+, \Delta z^+$
$6.4H\times H\times H$	$132\times 100\times 100$	$0.048\ 5H$	$0.001\ 89H\sim 0.019\ 5H$	19.4	$0.76\sim 7.8$

注： $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ 分别为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 的无量纲量。

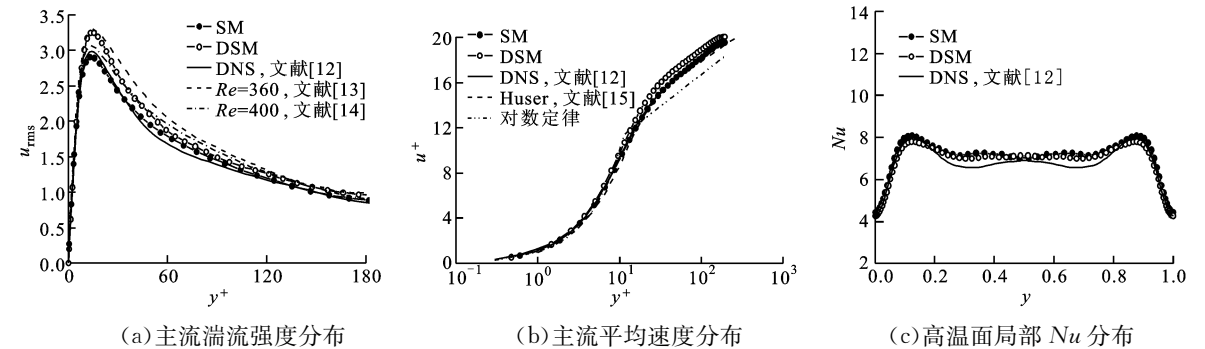


图2 充分发展矩形通道内湍流流动与换热大涡模拟结果比较

2.2 平均速度及温度分布

本文计算中保持 $Re_\tau=400$ 不变,在不同的 Gr 下分析浮力对主流速度及平均温度的影响.计算中采用了 2 种不同的初始场,一种是高 Gr 的初始场,采用相应稍低的 Gr 下的计算结果作为该 Gr 下的初始场(初始条件 1),另一种是对所计算的所有情况采用相同的初始场,即 $Gr=0$ 时的计算结果(初始条件 2). 2 种初始条件对于高 Gr 时会有不同的平均流场和温度场,但是对平均换热系数没有影响.图 3 给出了不同 Gr 下加热壁面平均努塞尔数 Nu_{mean} 随计算时间的变化($Gr=10^5$ 和 $Gr=5\times 10^7$),其他的计算结果是类似的,这里不再给出.从图中可以看出,所有的计算结果均达到了准稳态状态.

平均湍动能定义为

$$E_k = \frac{1}{2V} \int_0^V \langle (u')^2 + (v')^2 + (w')^2 \rangle dv \quad (1)$$

表3 不同 Gr 下的平均特征量比较

Gr	U_b	$f/10^{-3}$	Re_m	$\langle \nu_{sgs} \rangle \cdot \nu^{-1} / \%$	Nu_{rms}	Nu_{mean}	$E_k \cdot U_b^{-2} / \%$
0	16.00	7.80	6 402			6.97	
1×10^5	15.87	7.93	6 351	8.65	0.47	6.89 ± 0.04	1.00
1×10^6	15.80	8.00	6 322	9.03	0.75	8.73 ± 0.05	0.97
1×10^7	13.82	10.46	5 530	13.73	0.93	14.44 ± 0.06	1.15
5×10^7	10.83	17.00	4 334	20.00	5.9	31.02 ± 0.14	2.75

式中: $\langle \rangle$ 表示系综平均; u', v' 和 w' 分别表示速度 u, v 和 w 的脉动速度.表 3 给出了不同计算条件下的平均特征量.从表 3 可以看出,随 Gr 的增大,平均速度 v_b 减小,平均阻力系数 f 增大,平均亚格子黏性系数 $\langle \nu_{sgs} \rangle$ 增大.当 $Gr=10^5$ 时, $\langle \nu_{sgs} \rangle$ 是分子黏性系数 ν 的 8.65%,而当 $Gr=5\times 10^7$ 时, $\langle \nu_{sgs} \rangle$ 是 ν 的 20%,这说明在相同的网格条件下小尺度涡对平均流动的影响增强.这种影响也可从平均湍动能的比较看出,在高 Gr 下,平均湍动能大大增加.表 3 中也给出了加热壁面 Nu 随时间的变化情况,随 Gr 的增大换热增强, Nu 的波动增大, $Gr=5\times 10^7$ 时脉动努塞尔数 Nu_{rms} 是 $Gr=10^5$ 时的 12.55 倍,说明了非稳定自然对流中浮力对湍流流动和换热有很大的影响.

图 4 分别给出了矩形通道截面内平均速度及温度随 Gr 的变化,这里的平均表示沿 x 方向的空间

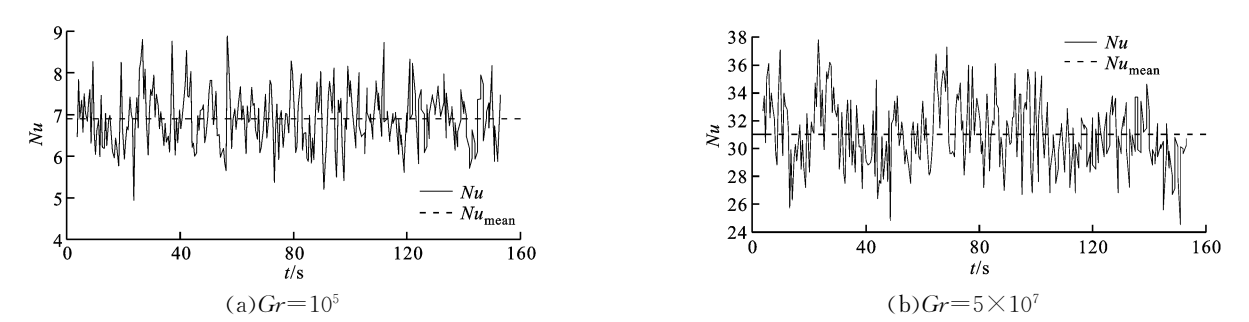


图 3 加热壁面 Nu 随计算时间的变化

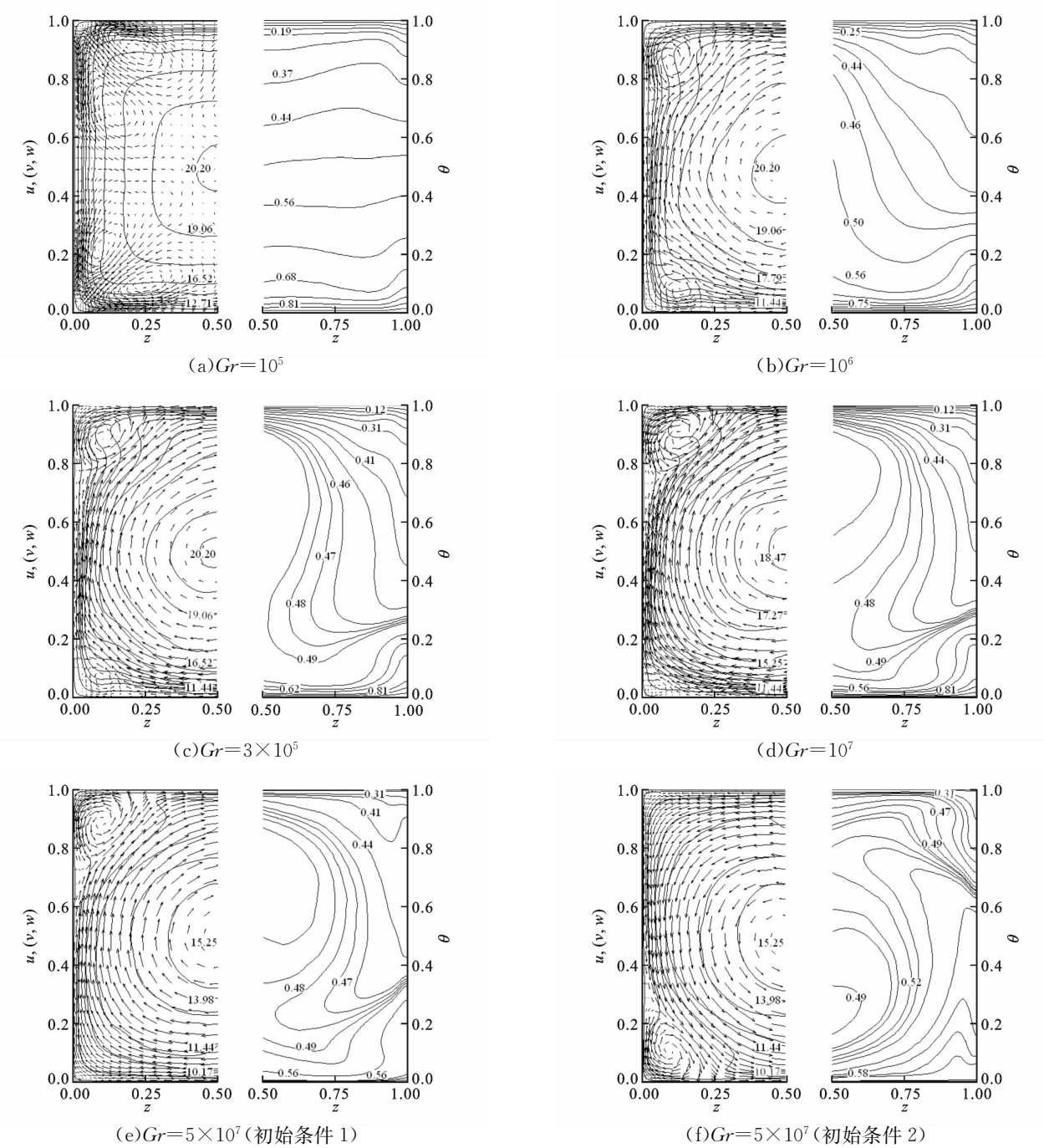


图 4 平均速度及温度随 Gr 的分布

平均和时间平均. 从图 4a 中可以看出: 在 $Gr=10^5$ 时, 截面平均速度及主流平均速度受浮升力的影响很小; 当 $Gr=10^6$ 时, 截面速度与主流速度发生了明显的变化, 在矩形通道的 4 个拐角处分别形成了一个涡, 而在通道的中心形成了回流, 整个截面流场被一个大涡统治; 随着 Gr 的进一步增大, 截面流速进一步增强; 当 $Gr=3 \times 10^6$ 时, 在截面通道的一对对角拐角处有小涡存在, 而另一对拐角的小涡消失; 当 Gr 达到 5×10^7 时, 其截面流速分布趋势没有太大的变化, 但主流速度进一步减小; $Gr=10^5$ 时, 主流速度最大值为 20.22, 而 $Gr=5 \times 10^7$ 时, 主流速度最大值为 15.25, 减小了 24.5%. 图 4f 与图 4e 相比, 流动模式完全相反(上、下颠倒), 但体积平均结果是一致的.

图 5 给出了 $z=0.5$ 处主流平均速度分布, 从图中可以看出, 尽管随 Gr 的增大, 平均速度是减小的, 但是在管道的中心区域($y^+ > 60$), 主流平均速度仍满足对数分布, 而在黏性底层内则满足线性分布. 图 6 给出了 $z=0.5$ 处主流平均温度在不同 Gr 下的分布. 从图 6 中可以看出, 随 Gr 的增大, 在水平壁面附近, 温度梯度明显增大, 因此换热大大增强. 图 7 给出了高温壁面局部 Nu 随 Gr 的变化情

况, 从图 7 可以看出, 局部 Nu 随 Gr 的增大而增大, 并且在小涡区域内达到了最大值.

2.3 湍流强度分布

当 Gr 很小时, 主流雷诺应力主要受到平均运动的影响, 即 $P_{11} = -2[\langle u'v' \rangle \partial u / (\partial y + \langle u'w' \rangle \frac{\partial u}{\partial z})]$, 而 $\langle v'v' \rangle$ 和 $\langle w'w' \rangle$ 主要由雷诺应力的再分配项(即 $\pi_{ij} = \langle p'[\partial u' / (\partial x_j + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i})] \rangle$)提供, 但是在 Gr 较大时, 热应力产生项的作用增强, 对于 $\langle v'v' \rangle$ 而言, 其作用大小为 $2 \frac{Gr}{Re_\tau^2 \langle v'\theta' \rangle}$. 此外, 由于浮升力的作用, 在管道截面上形成了环流, 并且截面速度矢量较大, 因此截面流速梯度($\frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y}, \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z}, \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y}, \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z}$)的作用增强, 同时 $\langle u'v' \rangle$ 也受到热应力 $\langle u'\theta' \rangle$ 的影响, 由此导致主流雷诺应力的变化. 图 8 给出了主流及展向的湍流强度沿 $z=0.5$ 的分布. 从图中可以看出, 随 Gr 的增大, 在近壁面附近 u_{rms} 减小, 这主要是由于当 Gr 增大时, 主流平均速度减小, 因此主流平均切应力减小. 在管道的中心区域, 随 Gr 的增

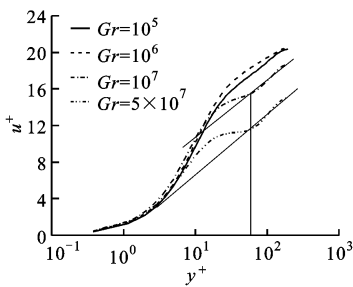


图 5 平均速度分布($z=0.5$)

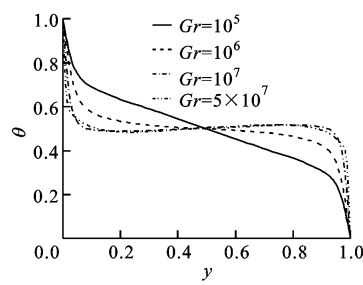


图 6 平均温度分布($z=0.5$)

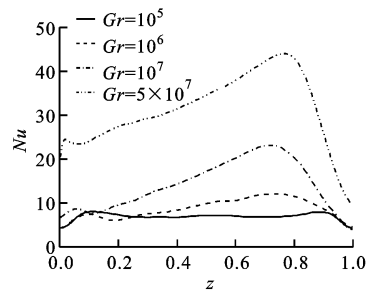
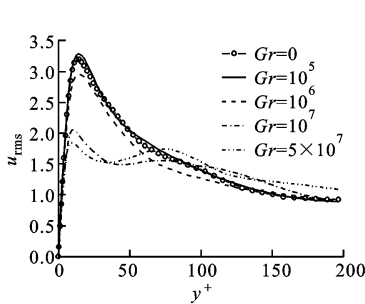
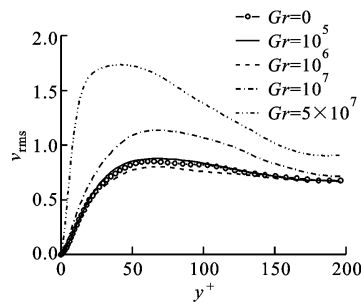


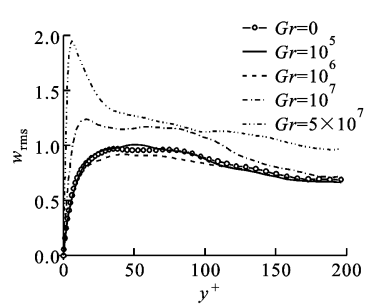
图 7 局部 Nu 沿高温壁面的变化



(a)主流方向湍流强度



(b)展向(y方向)湍流强度



(c)展向(z方向)湍流强度

图 8 湍流强度沿 $z=0.5$ 的分布

大,主流湍流强度 u_{rms} 略有增加. 这与二维平板槽道内不稳定分层湍流的结果是不一致的,在二维平板槽道内不稳定分层湍流中,随 Gr 的增大,在壁面附近,主流湍流强度 u_{rms} 是增加的^[16]. 对于展向湍流强度,当 $Gr=5 \times 10^7$ 时, v_{rms} 和 w_{rms} 均大大增强,这主要是由于热应力产生项及截面速度切应力均增强的缘故.

3 结 论

本文基于动态 Smagorinsky 涡黏模型对矩形通道截面内具有 Rayleigh-Benard 对流的湍流流动和换热问题进行了大涡模拟研究,分析了在不稳定自然对流作用下通道内的平均流动特性及近壁面的湍流特性. 研究表明,随管道截面浮升力的增强,通道内平均速度减小,平均阻力系数增大,湍流强度增强,换热也明显增强. 当格拉晓夫数较大时,在相同的网格下,亚格子黏性系数明显增大,湍流强度增强,同时换热也明显增强. 当格拉晓夫数大于 10^7 时,不同的初始条件将得到不同的流动形式,但其体积平均结果是一致的,即平均壁面阻力和换热系数是一致的. 随格拉晓夫数的增大,在近壁面附近,主流湍流强度减小,展向湍流强度增大.

参考文献:

- [1] IIDA O, KASAGI N. Direct numerical simulation of unstably stratified turbulent channel flow [J]. ASME J Heat Transfer, 1997, 119(1): 53-61.
- [2] LUMLEY J L, ZEMAN O, SIESS J. The influence of buoyancy on turbulent transport [J]. J Fluid Mech, 1978, 84(3): 581-597.
- [3] DOMARADZKI J A, METCALFE R W. Direct numerical simulations of the effects of shear on turbulent Rayleigh-Benard convection [J]. J Fluid Mech, 1988, 193(4): 499-531.
- [4] FUKUI K, NAKAJIMA M. Unsteady stratification effects on turbulent shear flow in the wall region [J]. International Journal of Heat Mass Transfer, 1985, 28(12): 2343-2352.
- [5] FUKUI K, NAKAJIMA M, UEDA H. Coherent structure of turbulent longitudinal vortices in unsteady-stratified turbulent flow [J]. International Journal of Heat Mass Transfer, 1991, 34(9): 2373-2385.
- [6] 董宇红. 热剪切湍流的直接数值模拟和大涡模拟研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2004.
- [7] Kenjeres S, Hanjalic K. Transient analysis of Rayleigh-Benard convection with a RANS model [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1999, 20(3): 329-340.
- [8] KIMMEL S J, DOMARADZKI J A. Large eddy simulations of Rayleigh-Benard convection using subgrid scale estimation model [J]. Physics of Fluids, 2000, 12(1): 169-183.
- [9] LEONG W H, HOLLANDS K G T, BRUNGER A P. Experimental Nusselt numbers for a cubical-cavity benchmark problem in natural convection [J]. International Journal of Heat Mass Transfer, 1999, 42(11): 1979-1989.
- [10] PALLARES J, ARROYO M P, GRAU F X, et al. Rayleigh-Benard convection in cubical cavity: experimental and numerical flow topologies [J]. Exp Fluids, 2001, 31(2): 208-218.
- [11] PALLARES J, CUESTA I, GRAU F X. Laminar and turbulent Rayleigh-Benard convection in a perfectly conducting cubical cavity [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2002, 23(3): 346-358.
- [12] 马良栋. 矩形截面通道内强化对流换热机理的研究及湍流换热的高级数值模拟 [D]. 西安: 西安交通大学, 2007.
- [13] KAJISHIMA T, MIYAKE Y. A discussion on eddy viscosity models on the basis of the large eddy simulation of turbulent flow in a square duct [J]. Computers Fluids, 1992, 21(2): 151-161.
- [14] MADABHUSHI R K, VANKA S P. Large eddy simulation of turbulence-driven secondary flow in a square duct [J]. Phys Fluids: A, 1991, 3(11): 2734-2745.
- [15] PILLER M, NOBILE E. Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in a square duct [J]. International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, 2002, 12(6): 658-686.
- [16] 李光熙. 湍流的直接模拟及微尺度流动和换热研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2005.