

对边简支加筋三明治板隔声性能研究

沈承^{1,2}, 辛锋先^{1,2}, 金峰^{1,2}, 卢天健^{1,2}

(1. 西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学强度与振动教育部重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对加筋三明治板声学特性的研究主要集中于无限大结构、很少考虑边界条件影响的问题, 结合脉冲函数的使用, 提出了对边简支、层芯为平行筋板的三明治板的动态响应力学模型, 利用模态函数法推导了结构的传声损失计算公式. 将理论和模拟结果进行了对比, 二者吻合较好, 验证了模型的有效性. 所提出的计算方法相对于有限元数值方法具有更高的计算效率, 能在较宽的频段范围内给出精确的结果, 且便于分析结构传声的物理机制和结构参数对传声性能的影响. 研究结果表明: 简支边界在隔声曲线上引入了结构的共振隔声波谷; 加筋三明治板结构中同样存在明显的吻合共振效应; 随着入射声波频率的提高, 筋板惯性效应的影响越发明显.

关键词: 三明治板; 平行筋板; 隔声

中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)07-0022-08

Sound Insulation Behavior of Simply-Supported Sandwich Structure with Parallel Studs

SHEN Cheng^{1,2}, XIN Fengxian^{1,2}, JIN Feng^{1,2}, LU Tianjian^{1,2}

(1. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. MOE Key Laboratory for Strength and Vibration, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Most studies about acoustic property of sandwich structures have been limited to infinite systems, where the effect of boundary condition was ignored. An analytical model is therefore developed in this paper to predict the dynamic response of simply supported sandwich structure with parallel studs, and the sound transmission loss (STL) characteristics of the structure are calculated by employing the method of modal functions. For validation, the present theoretical results are compared with finite element simulation ones with good agreement. The proposed method is more efficient compared with the classical finite element method, and can give accurate results in a wider frequency range. Moreover, the present model is convenient to analyze the physical mechanism of sound transmission and the influence of systematic parameters. The results show that the boundary condition induces the appearance of structural resonance dips on STL versus frequency curves, the coincidence resonance effect can be clearly identified on STL curves for the sandwich structures considered, and the tensional inertia effect of rib-stiffeners becomes increasingly considerable with the increasing frequency of incident sound.

Keywords: sandwich structure; parallel stud; sound insulation

收稿日期: 2010-11-25. 作者简介: 沈承(1986—), 男, 博士生; 卢天健(联系人), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家重点基础研究规划资助项目(2011CB610305); 高等学校学科创新引智计划资助项目(B06024); 国家自然科学基金资助项目(11072188); 陕西省“13115”科技创新工程资助项目(S2010ZDKG704); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0429).

网络出版时间: 2011-03-11

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20110311.1506.000.html>

三明治结构由于具有质量小、比刚度大、多功能性等重要的特性,因而被广泛地应用于汽车、高速机车以及航空航天飞行器等的壳体结构^[1],其中平行加筋三明治结构(即薄板-筋板组合隔墙^[2])在建筑行业被大量采用。在噪声危害日益严重的今天,国内外均对建筑的隔声性能提出了更高的要求,因此,准确地预测平行加筋三明治结构的传声损失对于提高其隔声性能具有非常重要的现实意义。

中间层为空气的双板结构是研究加筋三明治板隔声问题的基础。对于具有不同特征的双板结构的隔声性能,国内外的学者展开了广泛的研究,提出了许多理论模型和计算方法。Hongisto^[3]列举了近50年来的17种重要的双板隔声计算模型,并进行了比较和分析,发现已有的工作大多集中于中间层为空气的双板结构,只有5种模型考虑了中间层带有连接的情况,其中2种模型^[2-4]考虑了弹性连接的影响,3种模型假设中间层为刚性连接。正如Hongisto所言,目前还没有一种模型可以非常准确地预测出在整个频率范围内的结构传声损失,因此提出更有效的理论模型显得非常紧迫。Legault等^[5]针对考虑连接的5种双板模型进行了实验和理论对比,认为Davy的模型^[4]与实验结果吻合最好。但是,Davy采用的模型是经验公式,没有求解严格意义上的控制方程,缺乏理论上的严密性,且没有考虑弹性连接和空气腔的耦合作用。最近,Galbrun^[6]按照从简单结构到复杂结构的思路,比较清晰地综述了板梁组合系统的振动传输特性,分析了几种经典理论的适用性和局限性,指出点连接模型仅仅适用于低频阶段的单板系统,而且发现筋板与侧板之间刚性和简支连接的预测结果可提供两侧板振动传输的上下界。

波动法是预测简单结构隔声量的经典方法,便于分析结构动态响应的物理机理,但通常只适用于无限大系统。若考虑有限边界,则通常采用模态分析法,所得结果中将包含结构整体模态的影响。对于加筋三明治板,如何表征中间层加筋的作用成为关键问题,为此学者们提出了不尽相同的简化模型。例如:Fahy等^[7]将中间层加筋视作无限大刚度体,将筋板等效处理成单板结构,显然这样得到的结果是相当粗糙的;王建等^[8]采用弹簧、扭簧组合的均布弹簧模型以及周期结构模型,分析了无限大平行加筋三明治板的隔声特性,对声波在该类结构中的物理机制进行了深入的分析;Poblet等^[9]提出了一种表征中间层筋板动刚度的方法,研究了具有各种截面形状及刚度值的中间层筋板对结构隔声性能的影响。

由于考虑动刚度的影响是未来获得更准确结构响应的方向之一,因此他们的工作具有较大的理论意义;Legault等^[10]将双板系统中的筋板作为欧拉梁处理,并研究了层间填充纤维的影响,在理论上得到了比较精确的结果,但中间层加筋考虑的是一端铰支、另一端固支连接的特殊情况;辛锋先等^[11-15]将中间层波纹板等效成离散弹簧、扭簧连接,利用空间谐波展开法讨论了波纹板角度、刚度等参数对无限大系统隔声性能的影响,并且研究了不同边界条件下空腔双板的隔声特性。上述文献均假设结构系统无限大,这样便于使用周期结构理论,但忽略了声波在结构边界的反射叠加作用。因此,本文引入简支边界的讨论将有助于更全面地理解加筋三明治板结构的隔声特性。另外,通过综述文献发现,将结构连接等效成对应刚度的弹簧模型可以提供简单而有效的计算简化,因此本文在此基础上引入拉伸惯性的作用,这样可以更准确地预测筋板动态效应的影响。

综上所述,国内外针对加筋三明治板声学特性的研究主要集中于无限大结构,很少考虑边界条件的影响。为此,本文结合脉冲函数 δ 的使用,提出了对边简支、层芯为平行筋板的三明治板的动态响应力学模型,利用模态函数法推导了结构的传声损失计算公式,在采用模拟结果验证理论模型有效性的基础上,比较分析了中间层为空气的双板结构和平行加筋三明治结构的隔声特性,讨论了筋板结构参数对隔声特性的影响,以期对加筋三明治结构的隔声应用和优化设计提供理论指导。

1 模型推导

1.1 模型描述

考虑如图1所示的平行加筋三明治板结构的隔声问题。假设平行于 z 轴方向的两组对边为简支约束边,沿 z 轴方向的结构尺寸为无限大,则可将三维结构问题简化为二维问题,同时不失问题的本质。与层芯无筋板而仅有空气的空腔双板结构相比,加筋三明治板在传声途径上存在根本区别,即声波在三明治板结构中传播时存在2条传声途径:一是空气层与面板的声振耦合,二是层芯筋板(声桥)与面板的振动耦合。

图2a给出了对边为简支的加筋三明治板的结构侧视图,单元结构的受力分析如图2b所示,两侧面板均采用Kirchhoff经典薄板假设。由此,三维结构的隔声计算简化为二维平面应变问题。另外,本文模型忽略了中间层筋板对空气腔的间隔作用,认为

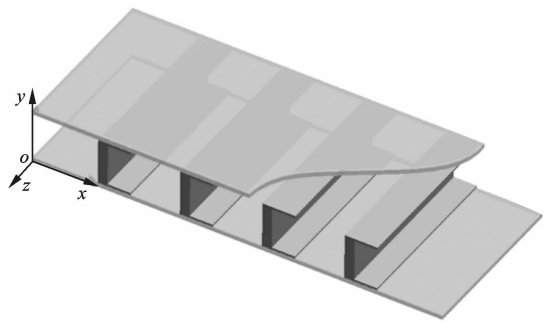
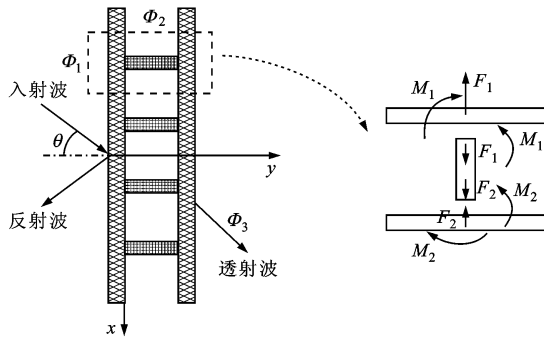


图1 层芯为平行筋板的三明治板结构示意图



(a)实际结构侧视图 (b)单元结构受力分析
图2 简支加筋三明治板结构模型

空气是互相连通的。Brunskog^[16]曾专门讨论了筋板间空气腔形状的影响,发现空气腔形状的影响作用集中在声波主要从空气腔传播的频段内,也就是低频阶段。在本文模型考虑的频段内,声波主要从筋板传播,因此基于筋板间的空气相互连通的假设所建立的理论模型是比较合理的,且理论计算结果得到了有限元计算结果的验证。

1.2 筋板隔声计算模型

考虑如图 2a 所示的筋板,假设筋板间的空气相互连通,则加筋三明治板的声振耦合控制方程可以表示为

$$D_1 \frac{\partial^4 W_1(x,t)}{\partial x^4} + \rho_1 h_1 \frac{\partial^2 W_1(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^q F_{1i} \delta(x-x_i) + \sum_{i=1}^q M_{1i} \delta'(x-x_i) + j\omega \rho_0 (\Phi_1 - \Phi_2) \quad (1)$$

$$D_2 \frac{\partial^4 W_2(x,t)}{\partial x^4} + \rho_2 h_2 \frac{\partial^2 W_2(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^q F_{2i} \delta(x-x_i) + \sum_{i=1}^q M_{2i} \delta'(x-x_i) + j\omega \rho_0 (\Phi_2 - \Phi_3) \quad (2)$$

式中: W_1 、 W_2 为两侧面板的位移; $D=Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ 为面板的弯曲刚度; E 、 ν 、 ρ 分别为面板材料的弹

性模量、泊松比和密度; h 为面板厚度; x_i 表示第 i 个筋板的位置; q 表示筋板的数量; $\delta(\cdot)$ 为单位脉冲函数; F_{1i} 、 F_{2i} 、 M_{1i} 和 M_{2i} 分别为筋板和侧面板的耦合作用力。

对于 F_{1i} 、 F_{2i} ,考虑筋板的轴向压缩,梁的纵向振动方程为

$$\frac{d^2 u(y)}{dy^2} + \lambda^2 u(y) = 0, \quad 0 < y < h \quad (3)$$

式中: $\lambda^2 = \rho_3 \omega^2 (1-\nu_3^2)/E_3$,其中 ρ_3 、 ν_3 、 E_3 、 ω 分别为筋板的密度、泊松比、弹性模量和压缩波的角频率。压缩力

$$F = - \left(\frac{E_3 h_3}{1-\nu_3^2} \right) \frac{du(y)}{dy} \quad (4)$$

因此,筋板和侧板的耦合作用力 F_{1i} 、 F_{2i} 可用两侧的位移来表示

$$F_1 = - \left(\frac{E_3 h_3}{1-\nu_3^2} \right) \frac{du(y)}{dy} \Big|_{y=h};$$
$$F_2 = - \left(\frac{E_3 h_3}{1-\nu_3^2} \right) \frac{du(y)}{dy} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

由式(3)和式(5)容易得出

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & -Q \\ -Q & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(h) \\ u(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & -Q \\ -Q & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1(h) \\ W_2(0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:若 $\psi = \omega h \left[\frac{\rho_3 (1-\nu_3^2)}{E_3} \right]^{1/2}$,则有

$$P = - \frac{E_3 h_3}{h(1-\nu_3^2)} \psi \cos \psi;$$
$$Q = - \frac{E_3 h_3}{h(1-\nu_3^2)} \psi \operatorname{csch} \psi \quad (7)$$

对于耦合弯矩,如果忽略筋板的转动惯性效应,则有

$$M_{1i} = -M_{2i} = K_r \left(\frac{\partial W_1}{\partial x} - \frac{\partial W_2}{\partial x} \right) \quad (8)$$

式中:弯曲刚度 $K_r = \frac{E_3 h_3^3}{12h(1-\nu_3^2)}$ 。对于声波,波数分量 k_x 和 k_y 与入射角 θ 有关

$$k_x = k \sin \theta; \quad k_y = k \cos \theta \quad (9)$$

式中: $k = \omega/c_0$,其中 c_0 为空气中的声速, ω 为声波角频率。

考虑简支边界条件,设侧板长度为 a , M 为展开的项数,可将两侧面板的位移写成如下级数形式

$$W_1(x,t) = \sum_{m=1}^M \alpha_{1,m} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{j\omega t} \quad (10)$$

$$W_2(x,t) = \sum_{m=1}^M \alpha_{2,m} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{j\omega t} \quad (11)$$

由空气和板的界面法向速度连续条件,可得如下

方程

$$y=0: \quad -\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} = j\omega W_1; \quad -\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} = j\omega W_1 \quad (12)$$

$$y=h: \quad -\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} = j\omega W_2; \quad -\frac{\partial \Phi_3}{\partial y} = j\omega W_2 \quad (13)$$

声波在入射区域、空腔区域和透射区域的速度势分别定义为^[8]

$$\Phi_1 = \sum_{m=1}^M I_m \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j(k_y y - \omega t)} + \sum_{m=1}^M R_m \sin \frac{m\pi x}{a} e^{j(k_y y + \omega t)} \quad (14)$$

$$\Phi_2 = \sum_{m=1}^M A_{1,m} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j(k_y y - \omega t)} + \sum_{m=1}^M A_{2,m} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{j(k_y y + \omega t)} \quad (15)$$

$$\Phi_3 = \sum_{m=1}^M T_m \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j(k_y y - \omega t)} \quad (16)$$

式中: I_m 、 R_m 和 T_m 分别为入射声波、反射声波和透射声波的幅值; $A_{1,m}$ 和 $A_{2,m}$ 分别为空气腔中正方向和负方向传播声波的幅值。

将速度势和面板的位移函数代入界面连续条件式(12)、(13)中,可得

$$R_m = I_m - \frac{\omega}{k_y} \alpha_{1,m} \quad (17)$$

$$A_{1,m} = \frac{\omega(\alpha_{1,m} e^{2jk_y h} - \alpha_{2,m} e^{jk_y h})}{k_y (e^{2jk_y h} - 1)} \quad (18)$$

$$A_{2,m} = \frac{\omega(\alpha_{1,m} - \alpha_{2,m} e^{jk_y h})}{k_y (e^{2jk_y h} - 1)} \quad (19)$$

$$T_m = \frac{\omega \alpha_{2,m} e^{jk_y h}}{k_y} \quad (20)$$

将式(10)、(11)、(14)~(20)和面板的位移函数以及式(6)、(8)代入控制方程(1)、(2),可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix}_{2M \times 2M} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \boldsymbol{\alpha}_2 \end{bmatrix}_{2M \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{2M \times 1} \quad (21)$$

若令 $\boldsymbol{\Phi}(x) = \left[\sin \frac{\pi x}{a}, \sin \frac{2\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{M\pi x}{a} \right]_{1 \times M}$;

$$\boldsymbol{\Gamma}(x) = \left[\frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi x}{a}, \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \frac{M\pi x}{a} \cos \frac{M\pi x}{a} \right]_{1 \times M};$$

$$[\mathbf{M}_a]_{M \times M} = \text{diag} \left[D_1 \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 - \left(\frac{a}{2} \right) \rho_1 h_1 \omega^2 + 2j\rho_0 \omega^2 \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{e^{2jk_y h}}{e^{2jk_y h} - 1} \right) \right];$$

$$[\mathbf{M}_b]_{M \times M} = \text{diag} \left[D_2 \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 - \left(\frac{a}{2} \right) \rho_2 h_2 \omega^2 + \right.$$

$$\left. 2j\rho_0 \omega^2 \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{e^{2jk_y h}}{e^{2jk_y h} - 1} \right) \right] \quad (22)$$

$$[\mathbf{Q}_{12}]_{M \times M} = \text{diag} \left[-2j\rho_0 \omega^2 \left(\frac{a}{2} \right) \cdot \left(\frac{e^{jk_y h}}{k_y (e^{2jk_y h} - 1)} \right) \right] \quad (23)$$

于是有

$$\mathbf{H}_{11} = \mathbf{M}_a - \mathbf{P}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{K}_r \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma} \quad (24)$$

$$\mathbf{H}_{22} = \mathbf{M}_b - \mathbf{P}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{K}_r \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma} \quad (25)$$

$$\mathbf{H}_{21} = \mathbf{H}_{12} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} - \mathbf{K}_r \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma} + \mathbf{Q}_{12} \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = [\alpha_{1,1} \quad \alpha_{1,2} \quad \dots \quad \alpha_{1,M}]_{1 \times M}^T;$$

$$\boldsymbol{\alpha}_2 = [\alpha_{2,1} \quad \alpha_{2,2} \quad \dots \quad \alpha_{2,M}]_{1 \times M}^T \quad (27)$$

$$\mathbf{F} = [2j\omega\rho_0 I_1, 2j\omega\rho_0 I_2, \dots, 2j\omega\rho_0 I_M]_{1 \times M}^T \quad (28)$$

定义透射系数

$$\tau(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} |T_m|^2 / \sum_{m=1}^{\infty} |I_m|^2 \quad (29)$$

传声损失

$$L_{ST} = -10 \lg \tau(\theta) \quad (30)$$

2 收敛性、结构/材料参数和适用范围

2.1 收敛性

级数形式的解要求足够的项数来保证结果的收敛性. 图 3 给出了频率为 10 kHz 的声波垂直入射时结构传声损失 L_{ST} 随所取项数的变化趋势, 可以看出, 当本文模型展开级数取 50 项时, 可以保证结果的收敛性. 有 2 点需要说明: ①保证收敛的最少项数随模型参数的变化而不同, 这些参数包括板的尺寸、声波入射频率及角度; ②根据 Lee 等^[17] 的研究结论, 如果在某一频率下所取的项数能够保证解的收敛性, 那么在低于该频率的情况下, 这些项数同样可以保证结果的收敛. 由于本文感兴趣的频段在 10 kHz 以下, 所以级数取 50 项能保证结果的收敛要求.

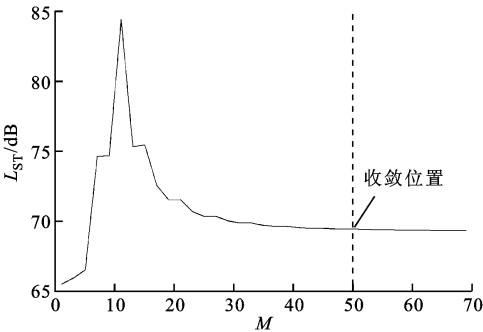


图 3 模型级数解收敛曲线

2.2 结构/材料参数

除非特别说明,本文所有计算模型的参数都相同,参数选择参考工程上常用的隔墙板结构^[8]. 两侧板均选择相同的石膏板,弹性模量 $E_1 = E_2 = 7 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,厚度 $h_1 = h_2 = 12.5 \text{ mm}$,密度 $\rho = 1.2 \text{ Mg/m}^3$. 上、下面板的间距 $h = 50 \text{ mm}$,空气密度 $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$,声波在空气中的传播速度 $c_0 = 343 \text{ m/s}$. 筋板为 C 型钢,弹性模量 $E_3 = 210 \text{ GPa}$,厚度 $h_3 = 0.5 \text{ mm}$,筋板间距 $L = 600 \text{ mm}$,密度 $\rho_3 = 7\,850 \text{ kg/m}^3$.

2.3 模型适用范围

考虑到模型中采用的 Kirchhoff 经典薄板假设,要求弯曲波波长满足板厚的 6 倍,即 $\lambda_B = 6h$,最大适用频率^[18] $f_{\max} = \frac{1.8c_L h}{\lambda_B^2} < \frac{c_L}{20h}$,其中 $c_L = [E/(\rho(1-\nu^2))]^{1/2}$,表示板中的纵波波速. 若高于这一上限频率范围,则分析中需要考虑剪切作用,即需要引入厚板理论. 代入上节中的相关数据,可知 $f_{\max} = 10\,127 \text{ Hz}$,因此在低于这个频率范围内的讨论都是合理的.

3 结果讨论和分析

3.1 模型有效性说明

为了验证模型的有效性,本文利用多物理场软件 comsol 进行相关模拟,网格划分如图 4 所示. 由于 2.2 节中选用的模型厚度很小,将使网格数量太多而导致计算时间冗长,因此本节选取更为方便的结构和材料参数. 两侧板和中间板的材料均为铝板且厚度相同, $E = 71 \text{ GPa}$, $\rho = 2\,660 \text{ kg/m}^3$, $h_1 = h_2 = 0.02 \text{ m}$, $h = 1 \text{ m}$,两侧板长为 6 m,中间均布 2 块筋板. 理论计算和模拟结果见图 5,可以看出理论模型和模拟的结果在较宽的频段内符合得较好,验证了模型的有效性. 两者之间存在的差距主要来源于 2 个方面:①理论模型采用薄板假设而且忽略了转动惯性效应,而模拟采用的是实体理论,模型本身的差距影响了结果的吻合程度;②理论模型实际上忽略了中间层分隔的空气腔的作用,认为各空气腔是互相连通的,而模拟中则考虑了这一因素.

为了确认和保证数值结果的置信度,首先有必要分析和讨论有限元模拟的误差. 有限元计算结果存在 3 类误差,即离散误差、形状误差和参数误差^[19-20]. 离散误差主要源于单元类型和网格尺寸的选择;形状误差源于有限元模型对结构形状的简化,而本文的研究对象是规则的几何体,这一误差可以

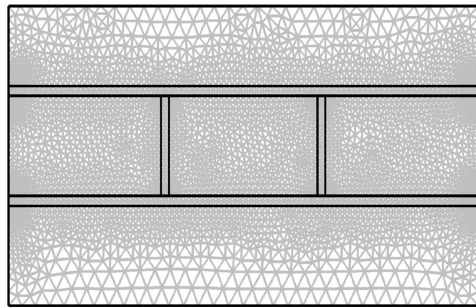


图4 有限元软件的网格划分示意图

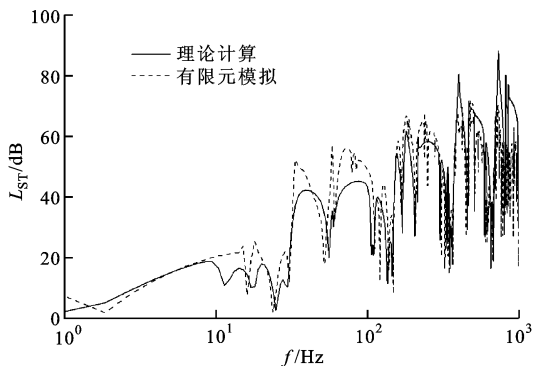


图5 理论计算与模拟结果对比

忽略;参数误差源于结构及材料参数的不确定性,而本文研究的是确定性的结构系统,故不存在这种误差. 综上所述,单元类型和网格尺寸的选择是本文计算的主要误差来源. 本文分析的结构是简单的平面应变问题,而且几何形状规则,因此单元选择没有特殊要求. 模拟采用二阶三角形单元,因为二阶单元可以避免常应变单元的出现,提高模拟精度^[21]. 另外,结构网格尺寸设为 0.01 m,小于波长的 1/10^[22] (0.04 m),完全可以保证结果的精度. 有限元方法的优点在于可以处理更为复杂的结构,对中低频的振动和声学问题可以给出精确的解答,但是缺点在于对结构进行高频分析时,为保证结果的可靠性必须将网格细化(要求在一个波长内至少有 4~6 个单元),计算量骤然增大,而且难以直接进行物理机理分析^[23].

图 6 为简单结构(简支单板)隔声的有限元和理论计算结果,可以看出二者吻合较好,特别是准确预测了结构共振引起的隔声低谷位置,这亦在一定程度上确认了数值方法的有效性和精度. 需要说明的是,图 6 中的理论计算结果也可由本文的理论模型退化获得.

3.2 简支平行加筋三明治板的隔声特性讨论

Craik 等^[24]指出:当筋板间距很小时,可将离散的筋板等效成连续的线连接,如均布弹簧模型^[8];当

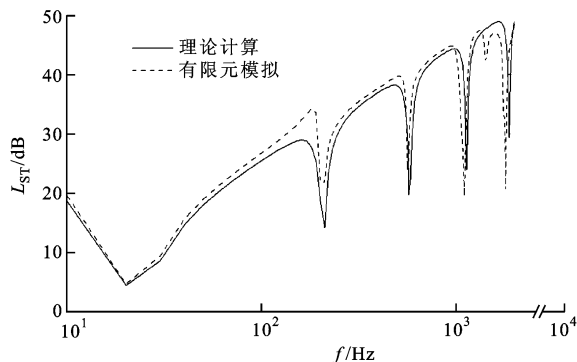


图 6 简支单筋板结构的传声损失曲线

筋板间距不小于弯曲波长的一半时,最好将各筋板处理成一系列独立的点连接,如离散弹簧模型。本文重点考虑现代建筑中常见的轻质带筋(龙骨)石膏板,其筋板间距较大,故点连接模拟更为准确。相对于加筋板结构,空腔双板结构的传声机制则较为简单,理论研究也相对成熟,通过对双板结构与加筋板结构的比较,可以更清晰地说明中间层筋板的作用以及本文模型的优势。令本文模型中的刚度 $P=Q=K_r=0$,即可模拟空腔双板结构的传声损失。因此,除了对入射角度及筋板惯性参数的讨论以外,本节对加筋板结构传声损失的分析将采用与空腔双板结果对比的形式。

3.2.1 平行加筋板结构的传声损失曲线 图 7 给出了声波垂直入射下加筋三明治板和相同尺寸($a=1.2\text{ m}$)空腔双板结构的传声损失曲线对比。为了更清晰地说明筋板的作用,本节选取的三明治板中间层仅含单个筋板($q=1$)。

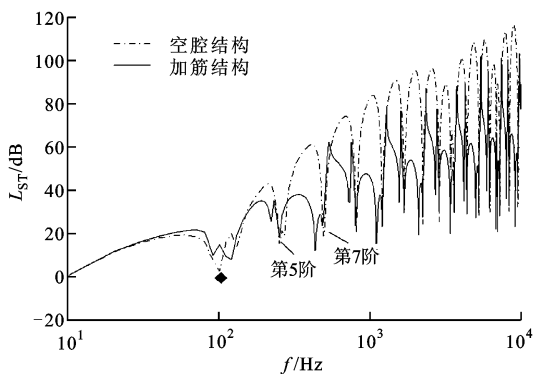


图 7 单筋三明治结构与空腔双板结构的传声损失曲线

由图 7 可以看出:在低频阶段,2 种结构的隔声性能基本一致,此时筋板对整体结构隔声性能的影响较小;在中高频阶段,2 种结构的传声损失具有明显差异,三明治结构的传声损失明显低于空腔双板,筋板对整体结构隔声性能的影响较大。图中符号“◆”对应于空腔双板结构的“质量-弹簧-质量”共振

波谷,其频率可由下式^[13]计算

$$f = \frac{1}{2\pi\cos\theta} \left(\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right)^{1/2} \quad (31)$$

式中: m_1 、 m_2 表示两侧面板的面密度; $k=\rho_0 c_0^2/l$ 是中间层空气的等效刚度^[8]。

从图 7 所示的曲线形状看,2 种结构的传声损失曲线都出现了很多的波峰、波谷,但这 2 种振荡现象的物理机制并非完全相同。空腔双板结构传声曲线上出现的振荡机制较为简单,主要由结构的模态共振造成,且对应于侧板的奇数阶共振频率(图 7 中箭头所标注的 2 处波谷分别对应于第 5 阶和第 7 阶频率)。之所以对应于奇数阶频率,是因为在均布正弦激振力 e_0 作用下,对边简支无限大板(梁)的响应公式^[25]为

$$W(x,t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4e_0 a}{n\pi\rho_A(\omega_n^2 - \omega^2)} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin(\omega t) \quad (32)$$

式中: ρ_A 为板的面密度; a 为板长; ω_n 为第 n 阶模态频率; ω 为激振力的频率。由式(26)可见,垂直于板的激励只能激发对称振型的振动。与之对应,如果入射波斜入射,则会激发非对称振型,传声曲线上将出现非对称振型对应频率处的隔声波谷。对加筋三明治板而言,其传声曲线上的振荡除了受简支边界影响,包含了空腔结构的所有结构共振隔声低谷之外,还受到中间层筋板的影响,因此曲线更为复杂。

3.2.2 板尺寸对简支平行加筋板隔声特性的影响 与无限大结构相比,有限尺寸双板的结构模态和由此带来的结构共振频率对其隔声特性产生很大的影响,且如果板的尺寸较小,该影响将不仅仅局限于低频阶段。Fahy 等^[7]明确指出,理论预测和实验结果的误差通常来源于 2 个方面:①理论模型往往针对无限大结构,而实验对象的有限尺寸以及边界条件带来的结构模态共振将对结果产生影响,这也是本文提出有限结构理论模型的主要缘由;②实验中声波在边界缝隙处发生的衍射是导致预测偏差的另一个原因。

图 8 比较了 2 种典型尺寸的空腔双板结构和加筋三明治板的传声损失曲线,其中 $a=1.2\text{ m}$ 和 $a=12\text{ m}$ 的三明治板分别包含 1 个和 19 个中间层筋板。由图 8 可以看出, $a=12\text{ m}$ 的空腔双板结构的传声损失曲线趋于光滑,结构模态导致的振荡现象消失,该曲线事实上已趋近于无限大结构的情况。更重要的是,较大尺寸结构的传声曲线可近似于小尺寸结构曲线的外包络线。传声曲线上的隔声低谷反映

的是空腔中的驻波共振效应,对应的频率为^[26]

$$f_n = \frac{nc_0}{2l\cos\theta}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (33)$$

尺寸对加筋三明治板结构的影响规律类似于对空腔双板结构的,总体来看,大尺寸结构的曲线在趋势上要简单一些,隔声低谷对应于结构的整体共振频率.结构尺寸增大所引入的众多单元结构引起了密集的局部振动,所以在曲线上出现了密集的振荡.

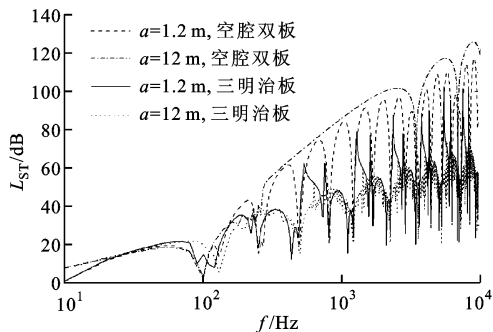


图8 不同尺寸空腔双板和加筋三明治板的传声损失曲线

3.2.3 入射角度对隔声特性的影响 对于板长 $a=1.2$ m 的对边简支加筋三明治板,图9给出了入射角度分别为 0° 和 45° 时的传声损失曲线.与声波垂直入射情形不同,斜入射的声波将激发板的弯曲振动,使传声损失曲线上出现新的隔声波谷(图中“●”所示位置),也称为“吻合效应”.此时,入射波的波长在板上的投影等于板的固有弯曲波波长,由于存在弯曲振动效应,使结构的声辐射能力大大增强,隔声能力显著下降^[27],表现在传声曲线上即出现了隔声波谷.吻合频率对应的计算公式^[26]为

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi h \sin^2\theta} \left[\frac{12\rho(1-\nu^2)}{E} \right]^{1/2} \quad (34)$$

代入相关数据可得 $f_c=4\,099$ Hz,与图9给出的数值计算结果吻合很好.加筋三明治板传声损失曲线上的吻合效应区呈现出较宽的范围,这可能源自于吻合效应与其他结构共振导致的隔声波谷的共同作用.

3.2.4 筋板惯性对传声损失的影响 作为筋板的主要力学参数之一,拉伸惯性力对加筋三明治板结构的隔声特性有着重要的影响.本文模型可以准确地考虑筋板的拉伸惯性效应,这亦是该模型的一大优势.由图10可以看出,筋板的拉伸惯性力对隔声特性的影响取决于入射声波频率的高低,低频时拉伸惯性力基本不起作用,频率越高则惯性力的影响越明显.这可以从式(6)中的 $\psi = \omega h [\rho_3(1-\nu_3^2)/E_3]^{1/2}$ 看出来,如果 ψ 取0,相当于不考虑惯性力而

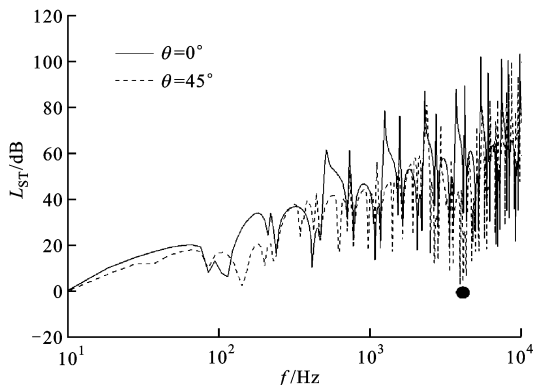


图9 不同声波入射角度下加筋三明治板的传声损失曲线

只考虑刚度的作用.另外,惯性作用的影响程度还取决于筋板的质量,筋板质量越大其影响也越大.因此,对于层芯密度较大的加筋板结构,惯性作用显得更为重要.

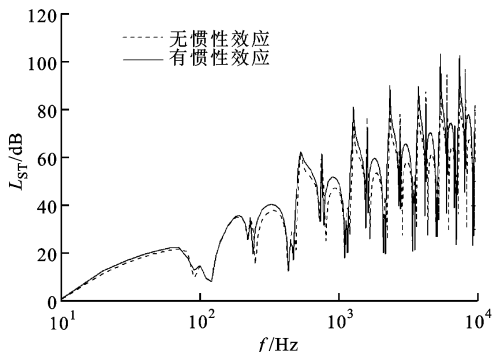


图10 筋板拉伸惯性对加筋三明治板传声损失的影响

4 结论

(1)尽管本文提出的模型忽略了中间层筋板的扭转效应,并采用了 Kirchhoff 薄板等假设,但是模型预测与模拟的结果吻合较好,充分验证了模型的有效性.

(2)与中间层为空气的双板结构相比,加筋三明治板的高频段隔声性能有所下降,这主要源自于筋板作为附加声桥的作用,因此为了有效提高结构的隔声效果,必须合理地设置筋板的排列方式及选择材料.本文提出的模型可作为加筋三明治板优化设计的理论依据.

(3)结合脉冲函数 δ 的使用,本文利用模态展开法解决了简支边界下加筋三明治板的隔声计算问题.本文模型适用于离散加筋三明治板的动态响应计算,可进一步推广至三维结构.

(4)本文提出的理论计算方法相对于有限元数值方法具有更高的计算效率,能在较宽的频带内给

出精确的结果,且便于分析结构传声的物理机制和结构参数对传声性能的影响.例如本文讨论的筋板惯性作用,这是动态问题区别于静力学问题的主要因素,通过本文的理论模型可以方便地进行讨论,而通过有限元法则非常困难.

参考文献:

- [1] 卢天健,何德坪,陈常青,等.超轻多孔金属材料的多功能特性及应用[J].力学进展,2006,36(4):517-535.
LU Tianjian, HE Deping, CHEN Changqing, et al. The multi-functionality of ultra-light porous metals and their application [J]. *Advances in Mechanics*, 2006, 36(4): 517-535.
- [2] 顾樵国,王季卿.弹性联接对钢龙骨轻板隔墙隔声量的影响[J].声学学报,1983,8(1):1-13.
GU Qiang-guo, WANG Ji-qing. Effect of resilient connection on sound transmission loss of metal stud double panel partitions [J]. *Acta Acustica*, 1983, 8(1): 1-13.
- [3] HONGISTO V. Sound insulation of double panels; comparison of existing prediction models [J]. *Acta Acustica United with Acustica*, 2006, 92(1): 61-78.
- [4] DAVY J. Predicting the sound insulation of stud walls [C]//*Proceedings of Internoise'91*. Washington DC, USA: Noise Control Foundation, 1991: 251-254.
- [5] LEGAULT J, ATALLA N. Numerical and experimental investigation of the effect of structural links on the sound transmission of a lightweight double panel structure [J]. *J Sound Vib*, 2009, 324(3/4/5): 712-732.
- [6] GALBRUN L. Vibration transmission through plate/beam structures typical of lightweight buildings; applicability and limitations of fundamental theories [J]. *Applied Acoustics*, 2010, 71(7): 587-596.
- [7] FAHY F, GARDONIO P. Sound and structural vibration; radiation, transmission and response [M]. 2nd ed. New York, USA: Academic Press, 2007: 325.
- [8] WANG J, LU T J, WOODHOUSE J, et al. Sound transmission through lightweight double-leaf partitions; theoretical modelling [J]. *J Sound Vib*, 2005, 286(4/5): 817-847.
- [9] POBLET-PUIG J, RODRIGUEZ-FERRAN A, GUI-GOU-CARTER C, et al. The role of studs in the sound transmission of double walls [J]. *Acta Acustica United with Acustica*, 2009, 95(3): 555-567.
- [10] LEGAULT J, ATALLA N. Sound transmission through a double panel structure periodically coupled with vibration insulators [J]. *J Sound Vib*, 2010, 329(15): 3082-3100.
- [11] 辛锋先,卢天健,陈常青.轻质金属三明治板的隔声性能研究[J].声学学报,2008,33(4):340-347.
XIN Fengxian, LU Tianjian, CHEN Changqing. Sound transmission through lightweight metallic sandwich panel [J]. *Acta Acustica*, 2008, 33(4): 340-347.
- [12] XIN Fengxian, LU Tianjian. Analytical and experimental investigation on transmission loss of clamped double panels; implication of boundary effects [J]. *J Acoust Soc Am*, 2009, 125(3): 1506-1517.
- [13] XIN Fengxian, LU Tianjian, CHEN Changqing. Vibroacoustic behavior of clamp mounted double-panel partition with enclosure air cavity [J]. *J Acoust Soc Am*, 2008, 124(6): 3604-3612.
- [14] XIN Fengxian, LU Tianjian, CHEN Changqing. Dynamic response and acoustic radiation of double-leaf metallic panel partition under sound excitation [J]. *Computational Materials Science*, 2009, 46(3): 728-732.
- [15] XIN Fengxian, LU Tianjian. Analytical modeling of fluid loaded orthogonally rib-stiffened sandwich structures; sound transmission [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2010, 58(9): 1374-1396.
- [16] BRUNSKOG J. The influence of finite cavities on the sound insulation of double-plate structures [J]. *J Acoust Soc Am*, 2005, 117(6): 3727-3739.
- [17] LEE J H, KIM J. Analysis of sound transmission through periodically stiffened panels by space-harmonic expansion method [J]. *J Sound Vib*, 2002, 251(2): 349-366.
- [18] CREMER L, HECKL M, PETERSSON B A T. Structure-borne sound; structural vibrations and sound radiation at audio frequencies [M]. 3rd ed. Berlin, Germany: Springer, 2005: 54-55.
- [19] 郭勤涛,张令弥.结构动力学有限元模型确认方法研究[J].应用力学学报,2005,22(4):572-578.
GUO Qintao, ZHANG Lingmi. Finite element model validation in structural dynamics [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2005, 22(4): 572-578.
- [20] MOTTERSHEAD J, FRISWELL M. Model updating in structural dynamics; a survey [J]. *J Sound Vib*, 1993, 167(2): 347-375.
- [21] 王勖成.有限单元法[M].北京:清华大学出版社,2003:99-100.
- [22] 孙雪荣,朱锡.船舶水下结构噪声的研究概况与趋势[J].振动与冲击,2005,24(1):106-113.
SUN Xuerong, ZHU Xi. Survey and tendency of study

- on the underwater noise of ship structures [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(1): 106-113.
- [23] 辛锋先, 张钱城, 卢天健. 轻质夹层材料的制备和振动声学性能[J]. 力学进展, 2010, 40(4): 375-399.
XIN Fengxian, ZHANG Qiancheng, LU Tianjian. Advances in lightweight sandwich materials and structures: manufacture and vibroacoustic performances [J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(4): 375-399.
- [24] CRAIK R J M, SMITH R S. Sound transmission through lightweight parallel plates: part II Structure-borne sound [J]. Applied Acoustics, 2000, 61(2): 247-269.
- [25] 邹经湘, 王本利, 王世忠, 等. 结构动力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1996: 99-100.
- [26] XIN Fengxian, LU Tianjian, CHEN Changqing. External mean flow influence on noise transmission through double-leaf aeroelastic plates [J]. AIAA Journal, 2009, 47(8): 1939-1951.
- [27] 何琳, 朱海潮, 邱小军, 等. 声学理论与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 190-191.
- (编辑 葛赵青)