

采用群体统计学习的量子进化算法

钱洁^{1,2}, 郑建国¹

(1. 东华大学旭日工商管理学院, 200051, 上海; 2. 湖北汽车工业学院经济管理学院, 442002, 湖北十堰)

摘要: 针对传统量子进化算法采用精英个体作为吸引子, 存在种群学习范围窄、优秀基因易丢失的缺陷, 提出了一种采用群体统计学习的量子进化算法. 该算法抛弃了传统量子进化算法中的精英保留策略, 通过截断、比例、竞赛选择等方式对进化过程中优秀群体统计分析后构建整个种群的吸引子, 避免了以单一个体为单位的学习方式, 能较为全面地从整个优秀种群学习知识, 并保留群体的优秀基因信息. 同时, 吸引子每代更新, 避免了采用精英保留策略易陷入局部极值的问题. 通过测试实验表明, 提出的算法搜索精度和效率提高, 收敛速度更快, 算法综合性能提高.

关键词: 量子进化; 统计学习; 基因信息; 背包问题; 组合优化

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)02-0051-08

A Quantum Evolutionary Algorithm Based on Population Statistical Learning

QIAN Jie^{1,2}, ZHENG Jianguo¹

(1. Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China;

2. School of Economics and Management, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan, Hubei 442002, China)

Abstract: A statistical learning quantum-inspired evolutionary algorithm (SLQEA) is proposed to overcome the problem that the traditional quantum evolutionary algorithm has some inherent shortcomings such as the limited scope of learning and the easy-omission of genes during evolution. The SLQEA abandons the elite-retention strategies used in traditional algorithms. The attractor in the proposed algorithm is constituted of elite individuals who are selected from the population through methods such as proportion, truncation and tournament. Since the attractor covers the information of superior individuals of whole population, it can prevent the population from one individual and avoid premature convergence. Experiments show that SLQEA effectively improves search speed and accuracy, and that it is a highly scalable algorithm as well.

Keywords: quantum evolutionary algorithm; statistical learning; genetic information; knapsack problem; combinatorial optimization

Han 等^[1]2002 年提出量子进化算法(QEA), 该算法引入了量子比特编码, 具有种群规模小、全局寻优能力强的特点, 并具有协同并行搜索能力. 目前, QEA 已成为国际学术界计算智能领域的重要分支, 并成功应用于人脸识别、电路设计、网络控制、图像模式识别、神经网络优化、背包问题、流水线调度、车辆路径问题、旅行商问题、高维函数优化等领域^[2]. QEA 采用精英个体为吸引子, 并在种群中实行局部

和全局迁移策略, 以加强个体之间信息交互. 在这种策略下, 当局部极值作为吸引子时量子将无法产生区别于该局部极值的更好解, 所以不好的吸引子将导致量子比特不可逆聚集, 由于此原因 QEA 有早熟和陷入局部极值倾向. 为克服这一缺陷, Platel 等^[3]提出 vQEA, 该算法放弃了 QEA 中仅以适应度值为标准的精英保留吸引子更新模式, 利用每代中求得的最优解作为整个种群下一代的吸引子. 这种

收稿日期: 2011-05-28. 作者简介: 钱洁(1974—), 男, 博士生, 湖北汽车工业学院副教授; 郑建国(通信作者), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971020).

网络出版时间: 2011-10-27

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20111027.0957.010.html>

方式增加了每个量子的采样次数,种群可根据局部信息不断调整搜索,使算法更加平滑和高效. 谭立湘等^[4]提出一种全面学习的 QEA (CLQEDA), 这种算法的吸引子由种群中多个历史优秀解的不同分量构成,建立在微观分量基础上.

QEA 在进化中优秀基因往往分布在不同的个体中. QEA 和 vQEA 虽吸引子构造方式不同,但它们都采用向一个整体目标学习的策略,这种不管分量基因是否优秀而群体都向其学习的方式,会造成学习范围狭窄^[4]. 另外,这种方式还会使存在于其他个体中的优秀基因丢失. CLQEDA^[4]的吸引子虽由不同优秀个体分量构成,但却采用随机方式来选择优秀个体,因此优秀分量可能会在这种随机选择中丢失. 考虑到优秀基因往往隐藏在优秀群体中,而不是一次性存在于一个个体中^[4],所以如果能够利用群体基因分量信息进行统计分析来构造 QEA 的吸引子,使吸引子不但以微观比特分量为单位构建^[4],而且利用群体统计信息来最大限度保留整个优秀群体的优秀基因,将使算法学习范围更加全面,从而能有效提高算法的性能.

基于以上考虑,本文在文献[3-4]研究的基础上提出一种采用群体统计学习的量子进化算法 (SLQEA),它抛弃了传统的精英保留策略,选择进化过程中部分优秀群体信息进行统计分析后,构建整个 QEA 种群的学习吸引子,该吸引子构建能够以微观分量的形式保留优秀种群的优秀基因分量^[4]. 这种方式使整个算法的学习目标不是单个个体信息,而是基于整个种群的有效信息,由于吸引子每代更新,使算法不易陷入局部极值. 通过对 0/1 背包问题的实验,证明本文算法比 QEA、vQEA 性能更加优秀,搜索精度和效率提高.

1 SLQEA 描述

1.1 量子种群

SLQEA 由量子比特编码的种群个体构成,定义在第 t 代的染色体种群为^[1]

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t\} \quad (1)$$

式中: $Q(t)$ 是大小为 n 的量子比特种群; t 为进化代数; q_i^t 为量子个体,表示为^[5]

$$q_i^t = \begin{bmatrix} \alpha_{i1}^t & \alpha_{i2}^t & \dots & \alpha_{im}^t \\ \beta_{i1}^t & \beta_{i2}^t & \dots & \beta_{im}^t \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

其中 m 为染色体长度, α 、 β 是复数,分别表示状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率幅,满足 $|\alpha_{ij}^t|^2 + |\beta_{ij}^t|^2 = 1 (j = 1, 2, \dots, m)$. 对于第 t 代的量子编码个体 q_i^t , 有 3 个

长度为 m 的二进制串与之对应,分别为^[6]

$$b_i = (b_i^t(1), \dots, b_i^t(j), \dots, b_i^t(m)) \\ j \in (1, 2, \dots, m), b_i^t(j) \in \{0, 1\} \quad (3)$$

$$C_i = (c_{i1}^t, c_{i2}^t, \dots, c_{ij}^t, \dots, c_{im}^t) \\ j \in (1, 2, \dots, m), c_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad (4)$$

$$A_i = (a_{i1}^t, a_{i2}^t, \dots, a_{ij}^t, \dots, a_{im}^t) \\ j \in (1, 2, \dots, m), a_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad (5)$$

式中: b_i^t 表示个体 q_i^t 进化中的历史最优解; C_i^t 为对量子个体 q_i^t 的观测值; A_i^t 为个体 q_i^t 第 t 代的吸引子. 在每一代中, C_i^t 和 A_i^t 将进行比较,如果 A_i^t 好于 C_i^t , q_i^t 将会做相应的量子旋转运算^[7].

1.2 算法吸引子更新

在 QEA 中,每个 q_i^t 的 A_i^t 有两种类型,一是其邻域最优解,二是全局最优解. QEA^[1]的邻域定义为相邻的两个体,所以其 A_i^t 的更新是每代进行的,只要邻域内出现更好的 C_i^t , A_i^t 将会被 C_i^t 所代替,而全局 A_i^t 为种群的最优解,采用每隔 100 代进行一次迁移. QEA 中两种类型的 A_i^t 都采用精英更新策略,即仅当 C_i^t 比 A_i^t 更好时才用 C_i^t 替换 A_i^t . 在 vQEA 中个体 q_i^t 采用统一的 A_i^t , 它由 $t-1$ 代种群的最优解作为下一代的 A_i^t , 在这种方式下 A_i^t 每代变化,可及时纠正错误的 A_i^t 引导.

QEA 和 vQEA 中 A_i^t 的构建都以个体的全部基因为单位进行,进化中量子个体不得不接受目标个体的全部信息,而有些优秀基因可能分散在不同的个体中,所以如果 A_i^t 使用维分量为单位进行构造,并且集成种群中部分甚至全部优秀个体的信息,算法就更加合理. SLQEA^[4]抛弃以某一个体的 C_i^t 作为算法的 A_i^t 的方式,以位为单位进行构造. 每一位并不由一个优秀个体决定,而是由一定数量的优秀个体统计决定. SLQEA 利用对部分个体的历史优秀解信息统计分析后再产生每代 A_i^t 的方式,其原理如图 1^[4]所示. 假设算法到第 t 代时,量子个体历史最优解用 b_i^t 表示, b_i^t 与 A_i^t 一样是 m 维的二进制串. 选择一定数量的 b^t , 统计 b^t 中每一维 0, 1 出现的概率^[8]. 根据概率模型计算出一概率向量,表示为 $K = (k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_m)$, 其中 k_j 表示 b^t 的第 j 维为 1 的概率^[9].

向量 K 的 k_j 分量计算公式为

$$k_j = \sum_{i=1}^N b_i^t(j) / N$$

式中: N 为选择种群中优秀个体的统计个数. 选择哪些个体作为统计对象有 3 种方式,如图 2 所示.

截断选择将群体中所有个体按适应度值排序,

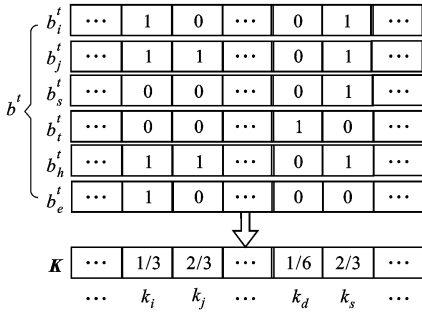
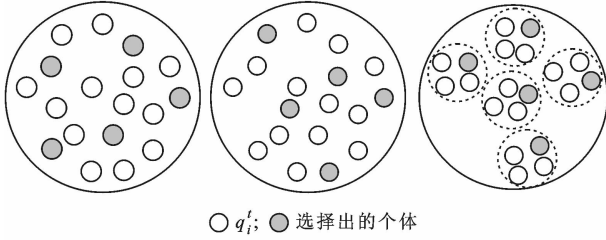


图 1 吸引子向量构造原理



(a)截断选择 (b)比例选择 (c)竞赛选择

图 2 吸引子的统计方式

然后选择 $\eta(t)$ 的个体作为统计对象. 比例选择中个体被选中的概率与该个体的适应度成正比, 随机在种群中选择 N 个个体的历史最优解作为统计对象. 竞赛选择将整个种群分为 N 个组, 每一组通过竞赛的方式选择一个个体为统计对象^[6].

迭代中按 PBIL 概率规则更新 $\mathbf{K}$ 的 k_j 分量^[8]

$$k_j(t+1) = (1-\lambda)k_j(t) + \lambda \sum_{i=1}^N b_i^t(j)/N \quad (6)$$

式中: $\lambda \in [0, 1]$ 是学习率; $\sum_{i=1}^N b_i^t(j)/N$ 为群体统计的概率信息. λ 可平衡全局搜索与局部搜索. 当 λ 较小时, 算法全局探索能力较强^[8]; 当 λ 较大时, 学习新知识较弱, 局部开采能力较强. 算法通过观测概率向量 $\mathbf{K}$ 的方式生成进化中每一代的 A_i^t , 观测解生成机制^[10]如图 3 所示, 产生一个 $[0, 1]$ 间的随机数, 若它小于 k_i , 则观测值取 1, 否则取 0. 为使产生的吸引子能更全面综合群体优秀基因, A_i^t 产生时每一位以概率 ϵ 直接等于当代最优解的相应位. 这种方式产生的吸引子能更全面反映群体的优秀基因

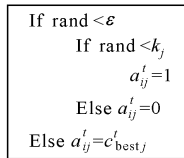


图 3 吸引子产生算法

信息. 概率向量 $\mathbf{K}$ 初始化为 $(0.5, 0.5, \dots, 0.5)$.

1.3 算法流程

SLQEA 在经典 QEA 基础上通过对个体历史最优解进行统计分析的方式构造算法的学习目标, 下面描述算法的流程步骤^[1].

BEGIN

step1 $t=0$, 初始化种群 $Q(0)$, 所有 $q_i^0 (i=1, \dots, n)$ 中的 α_i^0, β_i^0 都被初始化为 $(2^{1/2}, 2^{1/2})$; 初始化概率 ϵ 、学习率 λ 的值.

step2 对初始种群中的各个体实施测量, 得到一组状态 $C(0) = \{C_1^0, C_2^0, \dots, C_i^0, \dots, C_n^0\}$, $C_i^0 (i=1, \dots, n)$ 是长度为 m 的串, $C_i^0 = \{c_{i1}^0, c_{i2}^0, \dots, c_{ij}^0, \dots, c_{im}^0\}$ 的每一位 $c_{ij}^0 (j=1, 2, \dots, m)$ 为 0 或 1 是根据量子比特的概率 $|\alpha_{ij}^0|^2$ 或 $|\beta_{ij}^0|^2$ 测量得到, 测量过程为: 随机产生一个数 $r, r \in [0, 1]$, 若 $r > |\alpha_{ij}^0|^2$, 测量结果 $c_{ij}^0 = 1$, 否则取 0.

step3 对各状态 $f(C_i^0)$ 进行适应度评价.

step4 记录 $C(0)$ 中最佳个体的状态 $C_{\text{best}}(0)$.

step5 令每个个体的 $b(0)$ 等于 $C(0)$.

step6 While 非结束状态 do

Begin

step7 $t=t+1$.

step8 对种群 $Q(t-1)$ 测量得到一组状态 $C(t)$.

step9 对各状态进行 $f(C_i^t)$ 适应度评价.

step10 利用量子门 $U(t)$ 及 $A(t-1)$ 更新 $Q(t)$.

step11 保存 $C(t)$ 中的最佳解到 $C_{\text{best}}(t)$.

step12 保存 $b(t-1)$ 中和 $C(t)$ 中较大者为 $b(t)$.

step13 利用个体的 $b(t)$ 和 $C_{\text{best}}(t)$ 生成 $\mathbf{K}$.

step14 由 λ, ϵ 及 $\mathbf{K}$ 生成 $A(t)$.

End

END

算法中 $C_{\text{best}}(t)$ 表示第 t 代适应度值最好的 $C(t)$. 量子个体的更新采用量子旋转门方式, 本文量子旋转门采用的 U 门^[1]为

$$U = \begin{bmatrix} \cos \Delta \theta & -\sin \Delta \theta \\ \sin \Delta \theta & \cos \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

更新操作描述为

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ij}^t \\ \beta_{ij}^t \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \alpha_{ij}^{t-1} \\ \beta_{ij}^{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Delta \theta & -\sin \Delta \theta \\ \sin \Delta \theta & \cos \Delta \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{ij}^{t-1} \\ \beta_{ij}^{t-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\Delta \theta$ 为旋转角, 其取值根据 q_{ij}^{t-1} 的观测解 C_{ij}^{t-1} 与 $A(t-1)$ 的信息确定, 见表 1, 总体原则是 q_{ij}^{t-1} 向 $A(t-1)$ 学习. 另外, 整个算法的吸引子每代更新, 这种方式可使算法的进化更加平滑, 避免精英保留策略易陷入局部极值的问题^[11].

表 1 量子旋转角取值

c'_{ij}	a'_{ij}	$f(C'_i) \geq f(A'_i)$	$\Delta\theta$
0	0	假	0
0	0	真	0
0	1	假	0.01π
0	1	真	0
1	0	假	-0.01π
1	0	真	0
1	1	假	0
1	1	真	0

2 SLQEA 收敛性分析

假设最优化问题: $\max f(x), x \in D$. 其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n, D \subset R^n. f(x) : D \rightarrow R$ 是连续正目标函数, 所以 $\forall x, \exists x^* \in D$, 使得 $f(x) \leq f(x^*)$. x^* 称为全局最优解, $G^* = f(x^*)$. 假设当 $V < G^*$ 时, $H = \{x | x \in D, f(x) > v\}$ 的 Borel 测度为正. 为分析算法收敛性, 有以下定义^[12-13].

定义 1 SLQEA 中第 t 代群体表示为 $\text{Pop}(t)$, $S(t)$ 表示从 $\text{Pop}(t)$ 中选择的部分历史优秀群体, 每一个体 q'_i 定义一个概率模型, 表示观测值 x_i 的概率分布 $\mathcal{P}_i(x_i, t) = (|\beta_i^1|^2, |\beta_i^2|^2, \dots, |\beta_i^m|^2)$
 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ (9)

定义 2 SLQEA 中第 t 代群体 $\text{Pop}(t)$ 的概率分布 $\mathcal{P}(x, t) = (\mathcal{P}_1(x_1, t), \mathcal{P}_2(x_2, t), \dots, \mathcal{P}_n(x_n, t))$ (10)
 $\mathcal{P}^j(x, t)$ 表示 $\mathcal{P}(x, t)$ 的第 j 分量概率, 由算法知^[3]
 $\mathcal{P}^j(x, t) = \frac{1}{n} \sum_i^n \mathcal{P}_{ij}(x_i, t) = \frac{1}{n} \sum_i^n |\beta_i^j|^2$
 $i \in \{1, 2, \dots, n\}; j \in \{1, 2, \dots, m\}$ (11)

定义 3 将 $S(t)$ 群体概率分布表示为 $\mathcal{P}^S(x, t)$, 那么吸引子 $A(t)$ 为 $\mathcal{P}^S(x, t)$ 的观测值.

由以上定义可知, SLQEA 描述为如下概率分布的迭代^[3].

(1) 构造吸引子的过程是将优秀个体选择出来生成优秀个体的概率分布过程

$$\mathcal{P}(x, t) \rightarrow \mathcal{P}^S(x, t)$$

(2) 量子群体进化

$$\mathcal{P}(x, t) \rightarrow \mathcal{P}(x, t+1)$$

根据 SLQEA 的迭代, 状态转移概率为^[3]

$$\mathcal{P}(x, t+1) = \mathcal{P}(x, t) + \Delta \mathcal{L}(x, t) \mathcal{P}^S(x, t) \tag{12}$$

式中: $\Delta \mathcal{L}$ 为量子 U 门对量子做旋转操作的变异概率, $\Delta \mathcal{L}(x, t) = \sin^2(\theta_i^j + \Delta\theta) - \sin^2(\theta_i^j) =$

$$2\cos(\theta_i^j)\sin(\theta_i^j)\Delta\theta, \text{ 且 } \Delta \mathcal{L}(x, t) > 0.$$

定义 4 第 t 代群体 $\text{Pop}(t)$ 的适应度均值为

$$E(t) = \int_D f(x) \mathcal{P}(x, t) dx \tag{13}$$

定义 5 若 $\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = G^*$, 则称 SLQEA 收敛.

比例选择中个体被选中的概率与该个体的适应度大小成正比, 因此个体 x 被选择的概率为^[12-13]

$$\mathcal{P}^S(x, t) = \frac{f(x)}{E(t)} \mathcal{P}(x, t) \tag{14}$$

定理 1 如果 $\mathcal{P}(x, 0)$ 为域空间 D 中的正连续函数, 则采用比例选择构造吸引子的 SLQEA 收敛^[12-13].

证明 已知 $\forall x \in D, f(x) > 0, \mathcal{P}(x, 0) > 0$ 且 $f(x), \mathcal{P}(x)$ 连续, $\forall t \geq 0, E(t) < G^*$. 由于采用比例选择,

$$\mathcal{P}^S(x, t) = \frac{f(x)}{E(t)} \mathcal{P}(x, t), \text{ 由概率转移有 }^{[12-13]}$$

$$\mathcal{P}(x, t+1) = \mathcal{P}(x, t) + \Delta \mathcal{L}(x, t) \frac{f(x)}{E(t)} \mathcal{P}(x, t) \tag{15}$$

$$\begin{aligned} E(t+1) &= \int_D f(x) \mathcal{P}(x, t+1) dx \Rightarrow \\ &\int_D \left[f(x) \mathcal{P}(x, t) + \Delta \mathcal{L}(x, t) \frac{f^2(x)}{E(t)} \mathcal{P}(x, t) \right] dx = \\ &\frac{\int_D \mathcal{P}(x, t) f(x) [E(t) + \Delta \mathcal{L}(x, t) f(x)] dx}{E(t)} \end{aligned} \tag{16}$$

所以有

$$E(t+1) - E(t) = \frac{\int_D \Delta \mathcal{L}(x, t) f(x) dx}{E(t)} \tag{17}$$

由上式可知 $E(t+1) - E(t) \geq 0$, 所以 $E(t+1) \geq E(t)$, 对于 $\forall t > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} E(t)$ 存在^[12-13].

令 $G \triangleq \lim_{t \rightarrow \infty} E(t)$, 只需证明 $G = G^*$ ^[12-13]. 下面用反证法证明 $G = G^*$. 假设 $G < G^*$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(x, t) &= \mathcal{P}(x, 0) \frac{E(t-1) + \Delta \mathcal{L}(x, t-1) f(x)}{E(t-1)} \cdot \\ &\frac{E(t-2) + \Delta \mathcal{L}(x, t-2) f(x)}{E(t-2)} \dots \frac{E(0) + \Delta \mathcal{L}(0) f(x)}{E(0)} \end{aligned} \tag{18}$$

当 $f(x) > G$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{E(t)} = \frac{f(x)}{G} > 1$, 而 $\mathcal{P}(x) > 0$, 所以对于所有 $f(x) > G$ 的 $x, \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}(x, t) = +\infty$.

令 $S = \{x | x \in D, f(x) > G\}$, 由 Borel 测度为正假设, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_S \mathcal{P}(x, t) dx = +\infty \tag{19}$$

这显然与 $\mathcal{P}(x, t)$ 为概率密度函数相矛盾. 假设 $G <$

G^* 不成立,即 $G=G^*$, 所以 SLQEA 收敛^[12-13].

截断和竞赛选择的证明与以上证明类似,故省略. 由收敛分析可以看到, SLQEA 的实质是通过构建优秀个体的概率分布来引导量子群体的概率分布转移,算法最终概率分布将是 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}(x, t+1) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}^S(x, t)$.

3 实验验证

3.1 对比实验

为验证 SLQEA 的性能,采用与文献[1]同样的测试用例 0/1 背包问题(KP). KP 属于 NP 难问题,在信息密码学领域数论等中具有极重要的应用. 问题描述如下:从 m 个物品中选一定数量物品放入一个包中,使包中物品收益 $f(x)$ 最大, p_i 为物品 i 的收益, w_i 为物品 i 的质量, C 为包的容量,数学表示为

$$f(x) = \sum_{i=1}^m p_i x_i \sum_{i=1}^m w_i x_i \leqslant C$$
$$X = (x_1, \cdots, x_m), \quad x_i \in \{1, 0\} \quad (20)$$

所有参数采用与文献[1]同样设置

$$C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m w_i$$

$$w_i = \text{random}[1, 10); p_i = \text{random}[1, 10)$$

SLQEA 采用与文献[1]同样的修补算子以满足背包约束. 文献[3]已测试表明, QEA、vQEA 比 sGA、cGA、PBIL、UMDA 等算法性能更优,本文选择最具代表性的 QEA^[1]、vQEA^[3] 作为与 SLQEA 比较的算法. 实验中相关参数的设置见表 2.

表 2 测试算法相关参数设置

种群规模	迭代次数	测试次数	迁移策略			其他参数
			QEA	VQEA	SLQEA	SLQEA
20	1 000	30	局部/1 代	无	无	$\lambda=0.4$
			全局/100 代			$\epsilon=0.2$
						$N=\lceil n/5 \rceil$
						$\eta(t)=20\%$

分别用 SLQEA_1、SLQEA_2、SLQEA_3 表示用截断、比例、竞赛选择构造吸引子的算法. 从表 3 给出的测试结果(其中黑体为较优解)可看出, SLQEA_1 在 4 个测试问题中有 3 个问题的结果都优于其他几种算法,仅在 $m=250$ 时比 SLQEA_2 略差. SLQEA 性能明显好于 QEA 和 vQEA,尤其随着背包问题维数的增加、优化难度加大的情况下, SLQEA 性能的优越性更明显.

表 3 背包问题测试结果

m	适应度	QEA	vQEA	SLQEA_1	SLQEA_2	SLQEA_3
100	平均值	608	618	632	625	
	标准差	11.20	8.73	7.77	8.22	8.17
	最好	627	638	643	638	639
	最差	569	596	613	613	612
250	平均值	1 480	1 520	1 530	1 530	1 530
	标准差	16.80	16.70	13.30	12.60	14.60
	最好	1 530	1 550	1 560	1 560	1 560
	最差	1 450	1 490	1 510	1 510	1 500
500	平均值	2 930	3 050	3 090	3 070	3 050
	标准差	23.20	21.40	17.10	19.80	20.50
	最好	2 970	3 070	3 190	3 090	3 080
	最差	2 870	3 000	3 010	3 020	2 990
1 000	平均值	5 730	6 020	6 150	6 080	6 060
	标准差	46.10	32.40	30.60	31.80	32.30
	最好	5 850	6 090	6 200	6 130	6 110
	最差	5 650	5 960	6 090	6 010	5 960

图 4 为各算法最优解的平均值曲线, SLQEA 明显好于 QEA 和 vQEA,收敛速度也更快,特别是 500 维和 1 000 维时更明显. 图 5 为各算法种群的平均值曲线, SLQEA 整个种群的质量更好, QEA 采用 100 代一次全局迁移,会出现一次波动,而 vQEA 最终整个种群的平均值几乎接近 SLQEA,表明 vQEA 的性能也很优异. SLQEA 采用截断选择构造吸引子效果更好.

图 6 给出了 vQEA 和 SLQEA 吸引子的平均值,可以看出 SLQEA 构造的 3 种吸引子都好于 vQEA 的吸引子. 由于 SLQEA 的吸引子代表整个种群的优秀基因,而不是 vQEA 中的个体优秀基因,因此以群体信息构建的吸引子好于以个体信息构建的吸引子.

图 7 为一次典型运行时各算法吸引子变化的曲线, vQEA 的吸引子波动更大, SLQEA 的吸引子更稳定,且全部好于 vQEA. 吸引子每代变化,避免了采用精英保留策略易陷入局部极值的问题.

3.2 参数分析

SLQEA 中 λ 和 ε 为重要参数,反映了算法向群体和精英学习的强度. 当 λ 较大时,学习新知识越弱,而 ε 越大,表明向群体学习越弱、向精英学习越强^[14]. 令 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_6 = (0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1)$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_6 = (0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1)$, 固定 $\eta(t) = 20\%$, 对 500 维背包问题测试,结果见图 8. 可以看出, $\lambda=0.4 \sim 0.8$, $\varepsilon=0.2 \sim 0.4$ 时 SLQEA 性能较好,随着 ε 趋于 1,算法类似 QEA,求解精度明显降低.

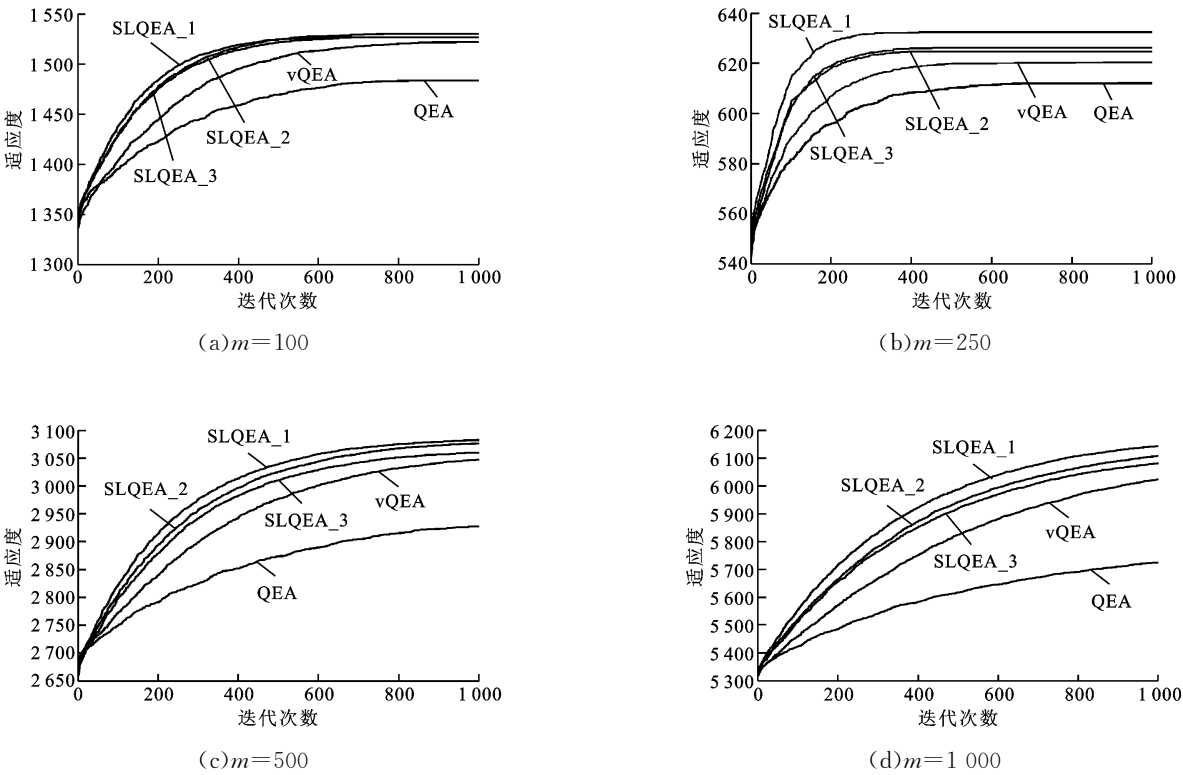


图 4 各算法平均最优解比较

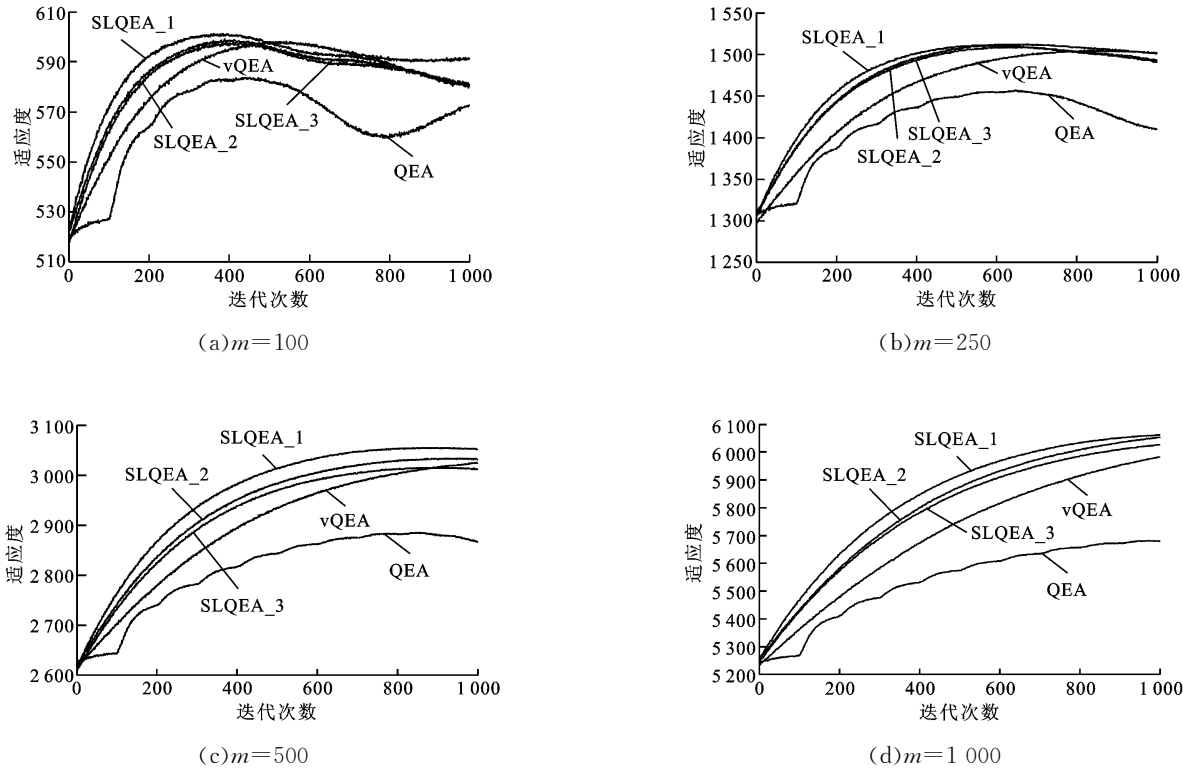


图 5 各算法种群均值比较

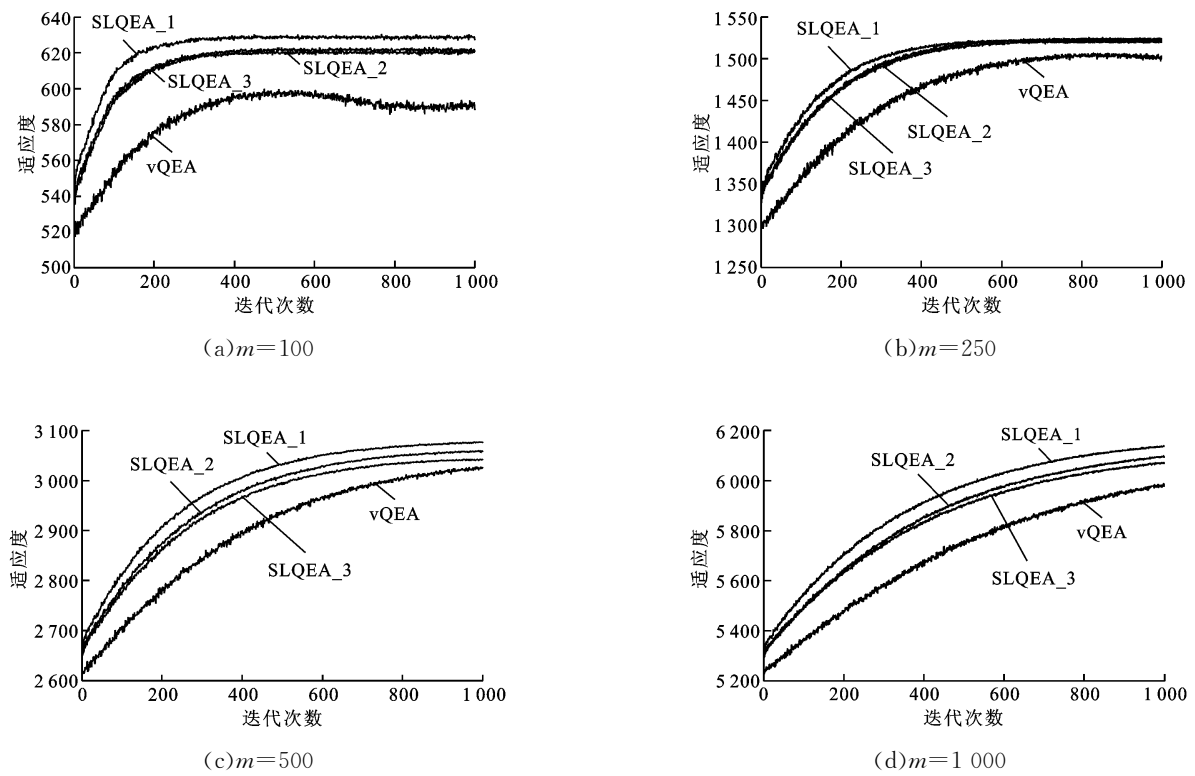


图 6 各算法吸引子均值比较

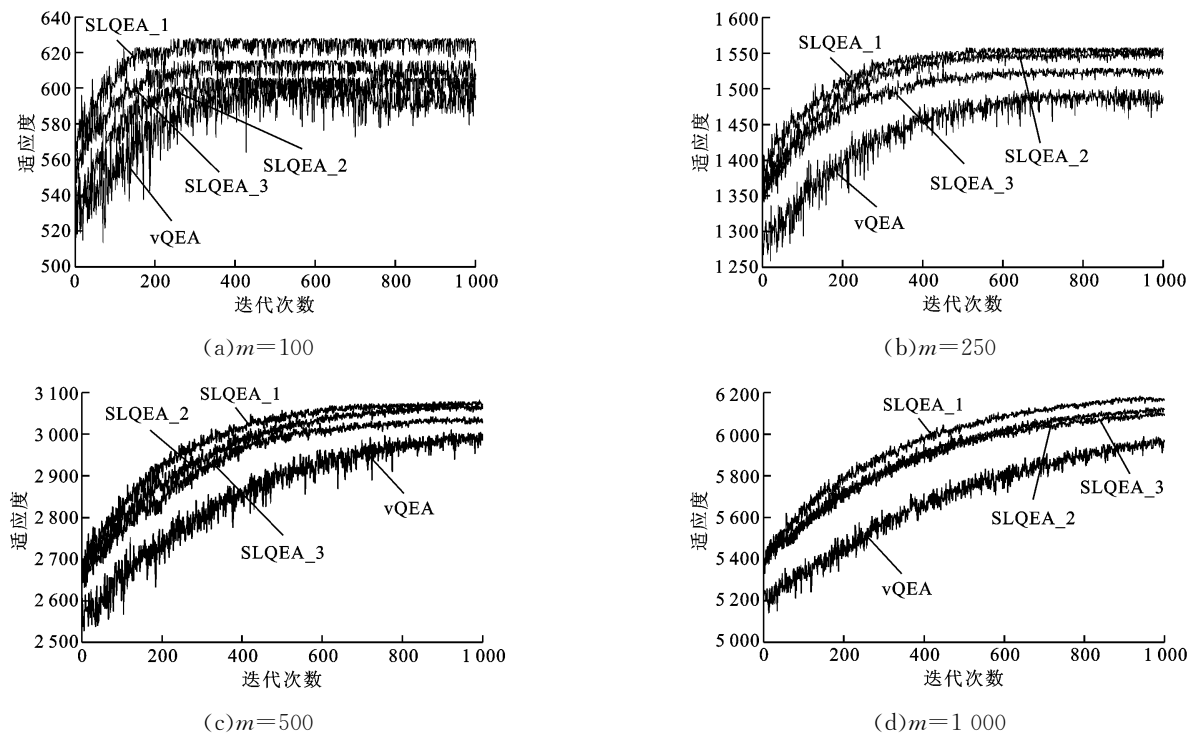
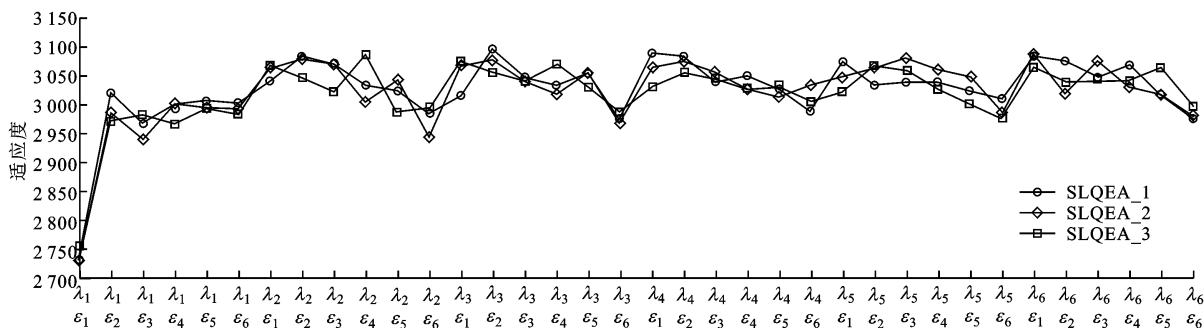


图 7 各算法吸引子值比较

4 结 论

在传统 QEA 中利用精英个体作为吸引子,存在种群学习范围狭窄、优秀基因易丢失的问题.为克服这一缺陷,本文抛弃了 QEA 的精英保留策略,通

过将进化过程中优秀群体统计分析后构建整个种群的吸引子,能以微观分量的形式保留群体的优秀基因.这种方式可使算法向整个优秀群体学习,避免了 QEA 中仅向单一个体学习的缺陷.吸引子每代更新,避免了采用精英保留策略易陷入局部极值的问

图8 λ 、 ϵ 对 SLQEA 性能的影响

题. 这种算法相比 QEA 和 vQEA 更有效, 通过对背包组合优化问题的测试, 证明算法产生的吸引子比 vQEA 的吸引子更好, 算法的搜索精度和效率提高, 收敛速度也更快, 比 QEA、vQEA 总体性能要好. 本文算法的提出为 QEA 的研究提供了新的思路, 下一步的工作是将其应用到其他优化问题中.

参考文献:

- [1] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580-593.
- [2] 钱洁, 郑建国, 张超群, 等. 量子进化算法研究现状综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(3): 321-326.
QIAN Jie, ZHENG Jianguo, ZHANG Chaoqun, et al. Reviews of current studying progress on quantum evolutionary computation [J]. Control and Decision, 2011, 26(3): 321-326.
- [3] DEFOIN P M, STEFAN S, NIKOLA K. Quantum-inspired evolutionary algorithm: a multimodel EDA [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(6): 1218-1231.
- [4] 谭立湘, 郭立. 基于全面学习的量子分布估计算法[J]. 模式识别与人工智能, 2010(3): 314-319.
TAN Lixiang, GUO Li. Quantum-inspired estimation of distribution algorithm based on comprehensive learning [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2010(3): 314-319.
- [5] ZHAO S, XU G, TAO T, et al. Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm for training of fuzzy neural networks[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2009, 57(11): 2009-2015.
- [6] WANG L, LI L. An effective hybrid quantum-inspired evolutionary algorithm for parameter estimation of chaotic systems [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1279-1285.
- [7] BABU G S S, DAS D B, PATVARDHAN C. Real-parameter quantum evolutionary algorithm for econom-

ic load dispatch[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2009, 2(1): 22-31.

- [8] 周雅兰, 王甲海, 印鉴. 一种基于分布估计的离散粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1242-1248.
ZHOU Yalan, WANG Jiahai, YIN Jian. A discrete particle swarm optimization algorithm based on estimation of distribution[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1242-1248.
- [9] FAN K, BRABAZON A, O'SULLIVAN C, et al. A comparative study of the canonical genetic algorithm and a real-valued quantum-inspired evolutionary algorithm[J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2009, 2(3): 494-512.
- [10] MOHAMMAD T, REZA A. Improvement of quantum evolutionary algorithm with a functional sized population[J]. Applications of Soft Computing, 2009, 58(3): 389-398.
- [11] 牛奕龙, 孙进才, 王毅, 等. 三维参数联合估计的免疫记忆量子克隆算法[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(4): 75-79.
NIU Yilong, SUN Jincai, WANG Yi, et al. Immune memory based quantum clone algorithm for joint estimation of 3-dimensional parameters [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(4): 75-79.
- [12] ZHANG Q, MUHLENBEIN H. On the convergence of a class of estimation of distribution algorithms[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(2): 127-136.
- [13] 武燕. 分布估计算法研究及在动态优化问题中的应用[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.
- [14] 夏克文, 苏昶, 沈钧毅, 等. 一种改进的 Grover 量子搜索算法[J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(10): 1127-1131.
XIA Kewen, SU Chang, SHEN Junyi, et al. Improved Grover's quantum searching algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(10): 1127-1131.

(编辑 荆树蓉)