

采用综合学习粒子群算法的有限冲激响应 数字滤波器设计

赵安新^{1,2}, 陈明³, 张钟华^{1,4}, 刘君华¹,

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 西安科技大学通信工程学院, 710054, 西安;
3. 西安邮电学院电子工程系, 710061, 西安; 4. 中国计量科学研究院电学量子基准实验室, 100013, 北京)

摘要: 针对标准粒子群优化算法在求解复杂多模问题时容易陷入局部极值点和有限冲击响应数字滤波器(FIR DF)设计时减少误差的问题,将综合学习粒子群优化算法(CLPSO)应用于 FIR DF 设计中. CLPSO 在每一代更新中采用所有粒子全局最优值代替粒子本身的个体历史最优值,当粒子停止更新时,重置粒子最优值,保证粒子学习最优和在错误方向上花费最少计算时间. 数值结果显示,在满足算法复杂度、计算时间、逼近误差等设计指标的前提下,CLPSO 在低通和高通频率采样法 FIR DF 设计中比传统查表法、遗传算法和标准粒子群优化算法具有一定的优势.

关键词: 综合学习粒子群算法;滤波器;频率采样;遗传算法

中图分类号: TN911. **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)08-0071-05

Design of Finite Impulse Response Digital Filter by Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization

ZHAO Anxin^{1,2}, CHEN Ming³, ZHANG Zhonghua^{1,4}, LIU Junhua¹,

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Communication Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China; 3. Department of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China; 4. Electricity and Quantum Standard Lab, National Institute of Metrology, Beijing 100013, China)

Abstract: Because standard particle swarm optimization is prone to fall into local extreme points in solving complex multi-mode, and for reducing the error in the digital filter design of finite impulse response (FIR DF), the comprehensive learning particle swarm optimization algorithm is applied to designing FIR DF. In each updating generation, the global optimum values of all particles are taken instead of the individual history optimal one. When the particle updating stops, the optimal value of the particle gets reset to ensure particle to learn best with shortest computing period in wrong directions. The numerical results show the advantages in the low-pass and high-pass frequency sampling FIR filter design, over the traditional look-up table method, genetic algorithm and standard particle swarm optimization algorithm for the same design requirements, such as the calculating task and algorithm complexity.

Keywords: comprehensive learning particle swarm optimization; filter; frequency sampling; genetic algorithm

频率采样是有限冲激响应数字滤波器(FIR DF)设计的一种常用方法^[1-2],其原理是直接从频域

对理想频响 $H_d(e^{j\omega})$ 进行 N 点等间隔采样, 采样值 $H(k) = H_d(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k} = H_d(k)$, 根据采样值 $H_d(k)$ 求出对应的 z 变换 $H(z)$, 令 $z = e^{j\omega}$, 此时系统的实际频率响应 $H(e^{j\omega})$ 将逼近理想频响 $H_d(e^{j\omega})$. 对如何使实际频响 $H(e^{j\omega})$ 逼近理想频响 $H_d(e^{j\omega})$, 国内外学者尝试各种不同的优化算法来解决该问题. 其中, 文献[3-5]利用标准遗传算法(SGA)、改进遗传算法, 以通带最大波动、阻带最小衰减为 SGA 的适应度函数来优化过渡带样本值的选择, 并通过 FIR DF 设计实例与传统的查表法做了对比, 结果优于传统的查表法, 但遗传算法运算复杂度较高, 同时遗传算子对不同的竞争法则其计算结果不同, 需要一定的尝试; 文献[6]利用粒子群优化算法来进行频率采样法滤波器设计, 其运算结果比传统查表法和 SGA 具有一定优越性, 但标准粒子群容易陷入局部极值点; 文献[7]利用结构子代分解的方法来进行频率采样法滤波器的设计, 设计结果比传统查表法具有一定优势, 但算法复杂度较高; 文献[8-9]采用神经网络算法进行低通、高通、带通、带阻 FIR 设计, 对于高阶滤波器设计具有很大优势, 但神经网络输入维数有限, 同时体系结构比较差.

针对当前研究情况, 本文采用综合学习粒子群算法(CLPSO)来改进频率采样法 FIR DF 设计. 研究表明, CLPSO 在低通和高通频率采样法 FIR DF 设计中具有一定优势.

1 粒子群优化算法

粒子群算法^[10-11]源于对鸟类捕食行为的模拟, 其基本原理是利用 m 个粒子组成的粒子群在 D 维目标搜索空间中搜索最优解, 粒子 i 具有两个属性: 位置 $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^D)$ 与速度 $V_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^D)$, 其中 X_i 对应所求问题的一个潜在解. 粒子 i 记录它曾经历过的最好位置, 即个体最优位置 $P_{bi} = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^D)$, 以及它的所有邻域个体曾经历过的最好位置, 即全局历史最优位置 $G_{bi} = (g_i^1, g_i^2, \dots, g_i^D)$. 每次迭代中, 粒子 i 第 d 维的速度与位置按下面的表达式更新

$$v_i^d(t+1) = \alpha v_i^d(t) + c_1 r_1^d(t)(p_i^d - x_i^d(t)) + c_2 r_2^d(t)(g_i^d - x_i^d(t)) \quad (1)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (2)$$

式中: $i=1, \dots, m$; $d=1, \dots, D$; α 为惯性权重; c_1 和 c_2 为加速度系数; r_1^d 和 r_2^d 为在 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数.

粒子群优化算法又称标准粒子群优化算法

(SPSO), 其在求解复杂多模问题时容易陷入局部最优. 文献[12]提出一种基于学习策略的综合学习粒子群优化算法, 其速度更新原理为

$$v_i^d(t+1) = \alpha v_i^d(t) + c_1 r_1^d(t)(p_{f_i(d)}^d - x_i^d(t)) \quad (3)$$

式中: $f_i = [f_i(1), f_i(2), \dots, f_i(D)]$ 为第 i 个粒子必须遵守的个体粒子最优值; $p_{f_i(d)}^d$ 为相应维包含自己的任何粒子的个体最优值, 由学习概率 p_c 决定. p_c 对不同的粒子取不同的值, 对于粒子 i 的每一维, 产生一个随机数, 如果该随机数大于 p_{c_i} , 相应维从它本身个体最优值学习, 否则从另外一个粒子个体最优值来学习. 当从另外一个粒子个体最优值来学习时, 文中采用竞争选择法则在剩余粒子中选择粒子. 竞争法则选择过程如下:

- (1) 随机从种群中选择两个速度未更新的粒子;
- (2) 比较两个粒子的适应值, 选择适应值更好的那个粒子;

(3) 对上一步选择粒子所在维使用优胜者个体最优值作为学习依据, 如果所有的粒子学习依据都是他们自己的个体最优值, 就随机挑选任意维的个体最优值作为学习依据.

在搜索空间, 为确保粒子学习最优和在错误方向花费最少的时间, 规定当粒子停止改进 m 代时, 重置 f_i . CLPSO 有如下特点:

(1) 在 CLPSO 中, 使用所有粒子的个体最优值代替标准粒子群算法中的粒子个体最优值和全局最优值;

(2) 每个粒子的每一维在原理上都可以从不同粒子个体最优值的不同维进行数代的学习;

(3) 与 SPSO 中每一代同时从个体最优值和全局最优值学习的方法不同, 每个粒子的每一维仅仅通过一个样本点来进行数代的学习.

以上为 CLPSO 基本原理, 该算法已在文献[12]中经过标准函数验证, 文献[13]证明了该算法在解决复杂多模问题方面的有效性. 因此, 本文选择 CLPSO 进行 FIR 设计.

2 频率采样法滤波器 FIR 设计

2.1 基本原理

频率采样法滤波器设计是从频域出发, 在频域进行采样的一种滤波器设计方法^[14]. 假设滤波器理想频响为 $H_d(e^{j\omega})$, 取频域 $0 \sim 2\pi$ 之间 N 个等间隔采样点, 得到 N 个离散采样值

$$H_d(k) = H_d(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

由 $H_d(k)$ 经离散傅里叶逆变换得到 N 点序列

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_d(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, n = 0, 1, \dots, N-1 \tag{5}$$

$h(n)$ 作为所设计的滤波器的单位冲击响应,其系统函数为

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} = \frac{1-z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H_d(k)}{1-z^{-1}e^{j\frac{2\pi}{N}k}} \tag{6}$$

2.2 逼近误差分析及改进方法

设 FIR 数字滤波器的理想频率响应为

$$H_d(j\omega) = H_d(\omega) e^{-j\varphi(\omega)}, \omega \in [-\pi, \pi] \tag{7}$$

其对应的单位采样响应为

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \tag{8}$$

由频率采样定理可知,在频域 $0 \sim 2\pi$ 之间等间隔采样 N 点,利用离散傅里叶逆变换得到的 $h(n)$ 应是理想 $h_d(n)$ 以 N 为周期延拓加窗 $R_N(n)$ 的截断信号

$$h(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} h_d(n+rN) R_N(n) \tag{9}$$

由于时域混叠,导致设计 $h(n)$ 和 $h_d(n)$ 有偏差。

下面,从频域角度分析其误差来源,将 $z=e^{j\omega}$ 代入式(6),得

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{N-1} H_d(k) \varphi\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right) \tag{10}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega \frac{N-1}{2}} \tag{11}$$

式(10)表明,在采样点 $\omega=\frac{2\pi k}{N}, k=0, 1, 2, \dots, N-1$ 处,有 $\varphi(\omega-2\pi k/N)=1$,因此采样点处 $H(e^{j\omega_k})$ 与 $H_d(k)$ 相等,误差为 0。但是,在采样点 $\omega=2\pi k/N, k=0, 1, 2, \dots, N-1$ 之间, $H(e^{j\omega})$ 由有限项 $H_d(k)$ 和 $\varphi\left(\omega-\frac{2\pi k}{N}\right)$ 之和形成,其值不再为 0,从而 $H(e^{j\omega_k})$ 与 $H_d(k)$ 存在误差。其误差与 $H_d(e^{j\omega})$ 特性的平滑程度有关,特性愈平滑的区域误差愈小,特性曲线间断点处误差最大。若采样点之间用斜线来处理,会出现振荡现象,不能满足技术要求。

提高阻带衰减最有效的方法是在频率间断点 ($\omega=2\pi k/N, k=0, 1, 2, \dots, N-1$) 之间插若干个过渡采样点,使不连续点变成缓慢过渡。本文设计的目的是优化选择过渡带采样点对应的幅值 $T_1、T_2$,使阻带衰减最大,以满足设计要求。阻带衰减表达式为

$$A_s = 20\lg(\text{abs}H(e^{j\omega})/\max(\text{abs}H(e^{j\omega}))) \tag{12}$$

$$A_{\text{smax}} = \max(A_s) \tag{13}$$

本文选择适应度函数 f 为阻带最大衰减

$$f = A_{\text{smax}} \tag{14}$$

3 基于 CLPSO 的频率采样 FIR 滤波器设计

本文采用自适应惯性权重的综合学习粒子群算法来进行 FIR 数字滤波器的优化设计,其设计步骤及流程结合示例 1 给予说明。

3.1 示例 1:频率采样 FIR 低通滤波器设计

设计指标:通带临界频率 $\omega_p=0.2\pi \text{ rad/s}$,阻带临界频率 $\omega_s=0.3\pi \text{ rad/s}$,通带最大衰减 $R_p=0.25 \text{ dB}$,阻带最大衰减 $A_{\text{smax}}=-50 \text{ dB}$ 。

(1)初始参数的设定。本文在过渡带设置两个采样点,因此在频域特性过渡带取两个样本点 $(\omega_1, T_1), (\omega_2, T_2)$ 作为待优化粒子。其中 $T_1、T_2$ 分别是过渡带频率采样点 $\omega_1、\omega_2$ 对应的幅值,即待优化值,对应到粒子群算法中也就是粒子的位置,故粒子维度 $D=2, X_i=[T_1, T_2], i$ 为粒子的序号,即第 i 个粒子,取值范围分别设定为 $0.5 < T_1 < 1, 0 < T_2 < 0.5$ 。第 i 个粒子的速度设置为 V_i ,其边界 $[v_{\min}, v_{\max}]=[0.000\ 001, 0.999\ 999]$ 。

种群代表粒子的数量,每代群体代表一组可行解。种群规模一般设置在 $10 \sim 50$ 之间,本文根据计算需求设定为 10,即 $p_s=10$ 。

最大进化代数为 3 000,惯性权重 α 设定从 0.9 到 0.2 逐步线性递减,加速常数 $c_1=1$ 和 $c_2=1$ (c_2 为 SPSO 算法所用),随机数 r_1^d 和 r_2^d (r_2^d 为 SPSO 算法所用)为 $[0, 1]$ 内的均匀分布的随机数。

为使在过渡带 $0.2\pi \text{ rad/s} < \omega < 0.3\pi \text{ rad/s}$ 有两个采样点,采样间隔为 $\Delta\omega=(0.3-0.2)/3=1/30 \pi \text{ rad/s}$,所以设定采样点数 $N=2\pi/\Delta\omega=60$,则幅频特性的离散数字序列 $H_d(k)=[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, T_1, T_2, 0, \dots, 0, T_2, T_1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$,中间为 43 个 0。

(2)粒子初始化操作。对种群每个粒子的 X_i 和 V_i 按照 $0.5 < T_1 < 1, 0 < T_2 < 0.5$ 和 $[v_{\min}, v_{\max}]=[0.000\ 001, 0.999\ 999]$ 的要求随机赋值。

(3)适应度值的计算。根据随机初始化第一代的赋值,将其代入式(10)进行运算,可调用 MATLAB 中的 `FREQZ` 函数来实现。设定新的幅频特性离散数字序列序号上限值(计算机进行离散化处理,抽取离散值 $N=1\ 000$),即可得到不同于频率采样点处的幅频值 $H(e^{j\omega})$,也就是可得到采样间隔插值的幅频值。根据式(12)计算其阻带衰减,根据式(13)及式

(14),取其阻带 $\pi \geq \omega \geq \omega_s$ 内最大的衰减作为本粒子的适应度值.对比种群内每个粒子的适应度值,取最小者作为全局最优适应度值,其对应的粒子为全局最优粒子.

(4)迭代更新及终止.根据步骤(3)的结果,将上一代粒子的位置和速度按照式(2)和式(3)、式(2)和式(1)分别进行更新,重复步骤(3)的计算.其中,式(2)和式(3)是CLPSO的迭代更新公式,式(2)和式(1)是SPSO的迭代更新公式.

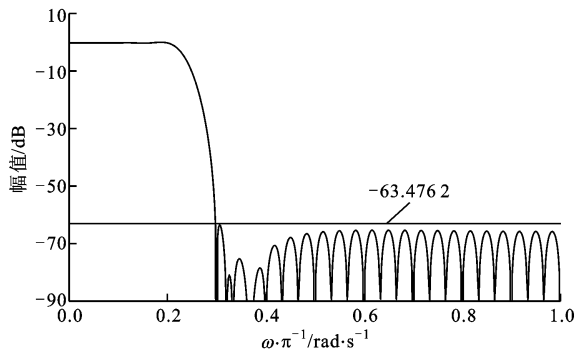
迭代终止条件可选择为某一固定进化代数进化完毕为止,也可选择适应度值经过 n 代不再改进为止,本文选择迭代代数3 000作为迭代终止条件.

(5)最终幅频特性的获得.经过CLPSO多次运

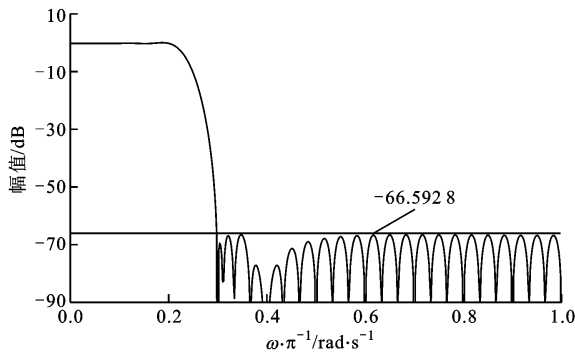
算,算法一般在350到500代之间收敛,收敛后的阻带最大衰减 $A_{\text{max}}=-66.5928\text{ dB}$,其对应的粒子优化值 $T_1=0.5906, T_2=0.1064$,如图1b所示,其结果满足设计指标阻带最大衰减 $A_{\text{max}}=-50\text{ dB}$ 的要求.图1a、图1b分别给出了采用查表法^[14]($T_1=0.5925, T_2=0.1099$)和CLPSO($T_1=0.5906, T_2=0.1064$)得到的滤波器幅值响应曲线.图2给出了利用SPSO和CLPSO进行优化运算时,阻带最大衰减随进化代数变化趋势图.表1给出查表法、GA、SPSO和CLPSO的优化结果,发现CLPSO计算结果优于查表法、GA和SPSO,并且从图2也可以看出,CLPSO收敛速度优于SPSO.

表1 CLPSO与查表法、GA、SPSO所得数据的比较

算法	示例 1			示例 2		
	T_1	T_2	A_{max}/dB	T_1	T_2	A_{max}/dB
查表法	0.592 5	0.109 9	-63.476 2	0.109 5	0.598 0	-55.255 4
GA	0.586 2	0.102 6	-64.176 1	0.093 0	0.547 8	-66.363 3
SPSO	0.589 3	0.105 3	-66.356 6	0.073 0	0.511 5	-75.835 0
CLPSO	0.590 6	0.106 4	-66.592 8	0.073 1	0.511 6	-75.871 6



(a)查表法($T_1=0.5925, T_2=0.1099$)



(b)CLPSO($T_1=0.5906, T_2=0.1064$)

图1 FIR低通滤波器幅值响应曲线

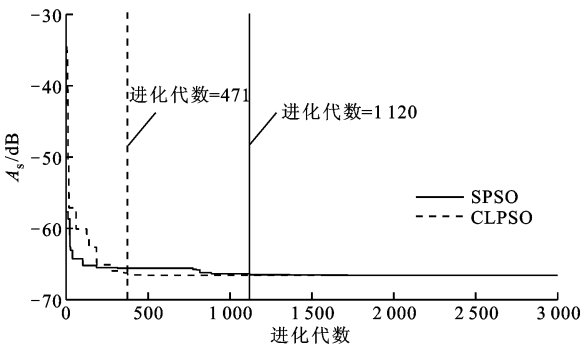


图2 SPSO和CLPSO阻带最大衰减随进化代数的变化趋势

3.2 示例2:频率采样FIR高通滤波器设计

设计指标:通带临界频率 $\omega_p=0.8\pi\text{ rad/s}$,阻带临界频率 $\omega_s=0.6\pi\text{ rad/s}$,通带最大衰减 $R_p=1\text{ dB}$,阻带最大衰减 $A_{\text{max}}=-50\text{ dB}$.

设计步骤及参数设定同示例1,本示例中为使在过渡带 $0.6\pi\text{ rad/s} < \omega < 0.8\pi\text{ rad/s}$ 有两个采样点,采样间隔 $\Delta\omega=(0.8-0.6)/3=2/30\pi\text{ rad/s}$,采样点数 $N \geq (2\pi/\Delta\omega)=30$,所以选取 $N=33$,则 $H_d(k)=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,T_1,T_2,1,1,1,1,1,1,1,1,T_2,T_1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0], k=0,1,2,\dots,N-1$.粒子位置边界即采样点幅值 $0 < T_1 <$

$0.5, 0.5 < T_2 < 1$.

经过 CLPSO 多次运算,一般在 1 500 到 1 700 代之间收敛,收敛后 $A_s = -75.871\ 6\ \text{dB}$, $T_1 = 0.073\ 1$, $T_2 = 0.511\ 6$. 在 高通滤波器设计中,SPSO 收敛速度优于 CLPSO.

4 结 论

采用自适应惯性权重综合学习粒子群优化算法进行频率采样法 FIR 滤波器设计,在同样的设计指标要求下,4 种设计方法均能达到设计指标要求,采用 CLPSO 方法的设计结果在低通和高通滤波器设计中明显优于传统的查表法、遗传算法,稍优于标准的粒子群优化算法;CLPSO 在设计低通和高通滤波器中分别需要经过 471 代和 1 512 代运算,SPSO 算法分别需要 1 120 代和 1 128 代,由此可见 CLPSO 的收敛速度在低通滤波器设计中具有很大的优势,但在高通滤波器设计中略逊于 SPSO. 综上所述,CLPSO 方法在进行频率采样法 FIR 滤波器设计时比传统查表法、遗传算法和标准粒子群优化算法具有一定的优势.

参考文献:

- [1] PORKASIG J, MANOLAKIS D G. 数字信号处理:原理、算法与应用[M]. 张晓林,译. 北京:电子工业出版社,2004: 343-456.
- [2] 吴镇扬. 数字信号处理[M]. 北京:高等教育出版社,2004: 134-160.
- [3] LU Hung-Ching, TZENG Shian-Tang. Design of two-dimensional FIR digital filters for sampling structure conversion by genetic algorithm approach[J]. Signal Processing, 2000, 80(8): 1445-1458.
- [4] 陈小平,于盛林. FIR 滤波器设计:基于遗传算法的频率采样技术[J]. 南京航空航天大学学报,2000(3): 276-281.
CHEN Xiaoping, YU Shenglin. FIR filter design: frequency sampling technique based on genetic algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2000(3): 276-281.
- [5] 李成,李飞. 改进量子遗传算法及其在 FIR 滤波器设计中的应用[J]. 计算机工程与应用,2009(4): 239-241.
LI Cheng, LI Fei. Improved quantum genetic algorithm and its application in FIR filter design[J]. Com-

puter Engineering and Applications, 2009(4): 239-241.

- [6] Huang Wan-Ping, ZHOU Li-Fang, QIAN Ji-Xin. FIR filter design: frequency sampling filters by particle swarm optimization algorithm[C] // Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 2322-2327.
- [7] LIGHTSTONE M, MITRA S K, LIN Ing-Song, et al. Efficient frequency-sampling design of one-and two-dimensional FIR filters using structural sub band decomposition[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems: II Analog and Digital Signal Processing, 1994, 41(3): 189-201.
- [8] WANG X, HE Y. Optimal design study of high order FIR digital filters based on neural network algorithm[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2004, 15(2): 115-119, 130.
- [9] WEI H, CUI C, WANG L. Linear phase FIR filter design based on neural networks[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(23): 82-84.
- [10] EBERHART R C, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory[C] // Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995: 39-43.
- [11] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C] // IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [12] LIANG J J, QIN A K, SUGANTHAN P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.
- [13] GOUDOS S K, MOYSIADOU V, SAMARAS T, et al. Application of a comprehensive learning particle swarm optimizer to unequally spaced linear array synthesis with sidelobe level suppression and null control[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9: 125-129.
- [14] MITRA S K. Digital signal processing: a computer-based approach[M]. 3rd ed. New York: McGraw Hill, 2006: 457-488.

(编辑 杜秀杰)