

DOI: 10.7652/xjtuxb201809001

重载下滚动直线导轨副的接触特性

田红亮, 余媛, 杜义贤
(三峡大学机械与动力学院, 443002, 湖北宜昌)

摘要: 针对现有数控机床滚动直线导轨副的研究仅限于外力小于临界力时的情况,求解了当外力大于临界力时的静力学特性参数。假设在轻载下,滑块和直线导轨都给滚珠施加相等的压力,则滚珠的压缩变形量是传统结果的2倍,据此对外力小于临界力时的刚度公式进行了改进。考虑在重载下上滚珠受力但下滚珠不受力,建立了滚动直线导轨副的刚度公式,从而构建了外力小于临界力以及大于临界力时的完整刚度公式,并通过有限元法获得了滚珠与滚道之间的接触应力和接触变形量。理论分析表明:导轨副在轻载下,上滚珠力是外力的隐函数,但外力是上滚珠力的显函数;在轻载和重载的整个范围内,导轨副的所有静力学特性参数都是上滚珠力的显函数。仿真结果表明:当外力小于临界力时,上滚珠力和刚度均随预载荷等级的提高而增大;当外力大于临界力时,导轨副刚度随外力的增大而增大,上滚珠力和刚度都不依赖预载荷等级;上滚珠力随外力的增大而增大,下滚珠力随外力的增大或预载荷等级的降低而减小;上滚珠刚度随外力的增大而增大,下滚珠刚度随外力的增大而减小。推导的完整刚度公式可为分析数控机床滚动直线导轨副的接触特性提供参考。

关键词: 数控机床;直线导轨;滚珠;滑块;接触;刚度;临界力
中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)09-0001-09

Contact Characters of Rolling Linear Guide Way Pair Under Heavy Load

TIAN Hongliang, YU Yuan, DU Yixian
(College of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: The current researches about the rolling linear guide way pair of a CNC machine tool are usually set within the limit of outer force less than the critical force, thus the static characteristic parameters are solved for the case of outer force larger than the critical force. Provided that the carriage and linear guide way transfer the equivalent compressive force to the ball under light load, the ball's compressive deformation is two times the traditional result, hence the stiffness formulas for the case of outer force less than the critical force are improved. The rolling linear guide way pair's stiffness formulas are established considering that the upper ball bears force but no force on the lower ball under heavy load. As a result, the general stiffness formulas are set up for the outer force less than or larger than the critical force. The contact stress and contact deformation between the ball and race are attained through finite element method. Theoretical analysis shows that the upper ball force is an implicit function of the outer force, but the outer force is an explicit function of the upper ball force when the guide way pair is

under light load. All static characteristic parameters of the guide way pair are explicit functions of the upper ball force within the whole ranges of light and heavy loads. Simulation shows that: 1) when the outer force is smaller than the critical force, the upper ball force and stiffness increase with the improvement of preload grade; 2) when the outer force is larger than the critical force, the guide way pair's stiffness increases with the increase of outer force, and the upper ball force and stiffness are independent of preload grade; 3) the upper ball force increases with the increase of outer force, and the lower ball force decreases with the increase of outer force or with the reduction of preload grade; and 4) the upper ball stiffness increases and the lower ball stiffness decreases with the increase of outer force. These general stiffness formulas may be applied to the analysis of the contact characteristics of rolling linear guide way pair for CNC machine tools.

Keywords: CNC machine tool; linear guide way; ball; carriage; contact; stiffness; critical force

滚动直线导轨副具有运动灵敏度高、定位精度高、牵引力小、磨损小和润滑维修简便等优点,已逐渐取代了传统的滑动直线导轨副(重载机床除外),成为目前数控机床的重要功能部件。滚动直线导轨副通常连接工作台和主轴箱,其动力学特性直接影响机床的加工精度和加工效率,因此,对滚动直线导轨副的动力学特性进行测试、建模和分析是机床整机动力学分析的基础,对于数控机床的抗振性和稳定性设计具有重要的作用。因为滑块沿直线导轨运动的方向是工作方向,所以在进行受力分析时不在此方向上施加力,视为在此方向上是固定约束^[1]。

多年以来,科研人员在实验和理论上对滚动直线导轨副的接触特性进行了许多研究。例如:毛宽民等基于赫兹接触理论分析了滚珠和滚道之间接触量与接触力的关系,将滑块简化为一个刚体,建立了滑块的力学方程^[2],还将滚动直线导轨副的可动结合部视为一个独立无质量的八结点六面体单元,每个结点之间相互耦合,利用刚度影响系数法建立了动力学模型^[3];王禹林等通过将变形量和偏心载荷等效分解,实现了导轨副5种静刚度的同时测量^[4];马雅丽等分析了滚动直线导轨副固有频率与滚珠切向接触刚度影响因素之间的关系,建立了综合考虑切向与法向接触刚度的滚珠接触力学模型^[5];田红亮等借助赫兹点接触形成椭圆接触区域的计算机制,考虑外加法向工作总载荷和法向预紧力,构建了滚动直线导轨副的运动结合部法向接触力学模型^[6];刘耀等建立了滚珠直线导轨副的圆柱面-球面结合面数学模型,用解析方法求解外载荷作用时结合面的变形,研究了不同外载荷作用下滚珠直线导轨副圆柱面-球面结合面的静特性^[7];孙伟等基于赫兹接触原理,对滚动直线导轨副进行了赫兹接触建模及接触刚度求解^[8];王民等建立了滚珠直

线导轨副接触刚度模型,基于赫兹接触理论对滚珠和滚道的接触面进行了力学与变形分析^[9]。在上述研究中,分析滚动直线导轨副接触力学行为的方法有4个方面的不足:①文献[1]认为法向接触变形随法向外载荷的变化较好地符合幂函数规律,但文献[7]认为法向接触变形与法向外载荷成指数关系;②没有区分单个滚珠受到的预紧力与预载荷等级所对应的总预紧力;③只计算了滚动体与单个刚体的接触变形量,而更合理的是将滑块和直线导轨视为刚体,将滚珠视为弹性体,滑块和直线导轨沟槽的半径相等,这样滚珠与滑块沟槽之间的变形量等于滚珠与直线导轨沟槽之间的变形量^[10];④只考虑了导轨副轻载时的情况,没有分析导轨副重载时的情况。

本文考虑滚珠与滑块、直线导轨的沟槽同时接触,计算了滚珠的接触变形量,对导轨副轻载时的各种静力学特性参数进行了改进计算,进而计算了导轨副重载时的各种静力学特性参数,最后给出了导轨副轻载和重载时多种参数的完整表达式。

1 滚动直线导轨副的接触

1.1 外力小于临界力时的改进算法

滚动直线导轨副由直线导轨、滑块和滚动体(滚珠或滚柱)组成,用作直线运动导向和支承的部件。假设滚动直线导轨副总共有4排通道沟槽,每排通道沟槽的滚珠数皆为 N 。滚动直线导轨副的滑块在垂直方向横截面上的整体受力接触情况如图1所示,其中 O_1 和 O_2 分别为滑块和直线导轨的静平衡位置, z_1 和 z_2 分别为滑块和直线导轨向下的压缩量, F 为整个滚动直线导轨副所受到的外力, F_u 为直线导轨上排任意一个滚珠对滑块的斜上支反力, F_l 为直线导轨下排任意一个滚珠对滑块的斜下支反力。

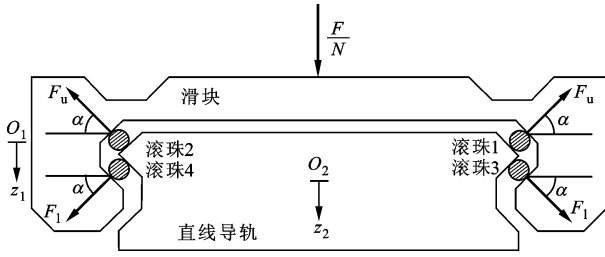


图1 滑块在垂直方向横截面上的受力情形

如果4排滚珠在外力作用下始终处于压缩状态,滑块在垂直方向上的静力平衡方程为

$$\frac{F}{N} + 2F_l \sin \alpha = 2F_u \sin \alpha \quad (1)$$

强调作用力和反作用力必须在同一直线上是牛顿第三定律的强形式。作用力与反作用力相等而方向相反,是以力的传递不需要时间即传递速度为无限大为前提的。滑块对直线导轨上排任意一个滚珠的斜下压缩力

$$F_u = H\delta_u^{1.5} \quad (2)$$

式中: H 为赫兹类接触刚度; δ_u 为直线导轨上排任意一个滚珠在滑块作用下的斜下压缩量,也是该滚珠在直线导轨作用下的斜上压缩量,故该滚珠的总压缩量为 $2\delta_u$ 。

滑块对直线导轨下排任意一个滚珠的斜上压缩力

$$F_l = H\delta_l^{1.5} \quad (3)$$

式中: δ_l 为直线导轨下排任意一个滚珠在滑块作用下的斜上压缩量,也是该滚珠在直线导轨作用下的斜下压缩量,则该滚珠的总压缩量为 $2\delta_l$ 。

单个滚珠受到滑块或直线导轨的预紧力

$$F_0 = H\delta_0^{1.5} \quad (4)$$

式中: δ_0 为单个滚珠在滑块或直线导轨作用下的初始压缩量,即该滚珠的总初始压缩量为 $2\delta_0$ 。

滚珠1和4在受预紧力前、后和在受外力时的变形协调情况如图2所示。当滚珠1承受外力后,因所受的压缩力增大而继续被压缩,其压缩变形量增大 δ 。当滚珠4承受外力后,因所受的压缩力减小而被放松,其压缩变形量减小 δ 。

由图2可得

$$\delta = 2\delta_u - 2\delta_0 = 2\delta_0 - 2\delta_l \quad (5)$$

由式(5)可得导轨副发生的垂直变形量^[11]

$$z = \delta \sin \alpha = 2(\delta_u - \delta_0) \sin \alpha = 2(\delta_0 - \delta_l) \sin \alpha \quad (6)$$

将式(2)~(4)代入式(5),得

$$F_u^{2/3} - F_0^{2/3} = F_0^{2/3} - F_l^{2/3} \quad (7)$$

$$F_l = (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1.5} \quad (8)$$

$$F_u = (2F_0^{2/3} - F_l^{2/3})^{1.5} \quad (9)$$

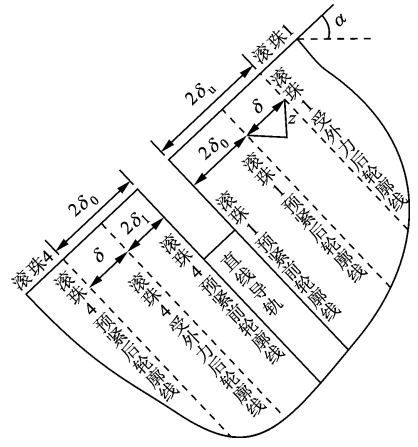


图2 滚珠1和4的变形协调情况

将式(8)代入式(1),得

$$F = 2N[F_u - (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1.5}] \sin \alpha \quad (10)$$

$$\frac{dF}{dF_u} = 2N \frac{F_u^{1/3} + (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}}{F_u^{1/3}} \sin \alpha \quad (11)$$

将式(9)代入式(1),得

$$F = 2N[(2F_0^{2/3} - F_l^{2/3})^{1.5} - F_l] \sin \alpha \quad (12)$$

将式(2)~(4)代入式(6),得

$$z = 2 \frac{F_u^{2/3} - F_0^{2/3}}{H^{2/3}} \sin \alpha = 2 \frac{F_0^{2/3} - F_l^{2/3}}{H^{2/3}} \sin \alpha \quad (13)$$

$$\frac{dz}{dF_u} = \frac{4 \sin \alpha}{3H^{2/3} F_u^{1/3}} \quad (14)$$

$$\frac{dz}{dF_l} = -\frac{4 \sin \alpha}{3H^{2/3} F_l^{1/3}} = -\frac{4 \sin \alpha}{3H^{2/3} (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}} \quad (15)$$

由式(14),得上排滚珠的接触刚度

$$k_u = \frac{dF_u}{dz} = \frac{0.75H^{2/3}F_u^{1/3}}{\sin \alpha} \quad (16)$$

由式(15),得下排滚珠的接触刚度

$$k_l = -\frac{dF_l}{dz} = \frac{0.75H^{2/3}F_l^{1/3}}{\sin \alpha} = \frac{0.75H^{2/3}(2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}}{\sin \alpha} \quad (17)$$

将式(11)除以式(14),得导轨副的垂直接触刚度

$$k = \frac{dF}{dz} = 1.5NH^{2/3}[F_u^{1/3} + (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}] \quad (18)$$

当 F 从0开始增大时, F_u 也从 F_0 开始增大(见式(10)), F_l 从 F_0 开始减小(见式(12))。当下排滚珠刚好均不受载时,有

$$F_l = 0 \quad (19)$$

将式(19)代入式(12),可求解出 F ,即临界力

$$F_c = 4\sqrt{2}NF_0 \sin \alpha \quad (20)$$

导轨副预紧一般通过调节钢球直径来实现,而

调节预紧力可以提高导轨副的初始接触力,从而提高其刚性和定位精度。预载荷等级所对应的每排滚珠所受到的总预紧力

$$F_{0\Sigma} = NF_0 \Rightarrow F_c = 4\sqrt{2}F_{0\Sigma}\sin\alpha \quad (21)$$

将式(20)代入式(10),得

$$F_u = 2\sqrt{2}F_0 \quad (22)$$

因此,当 F 从 0 增大到 $4\sqrt{2}F_{0\Sigma}\sin\alpha$ 时, F_u 从 F_0 增大到 $2\sqrt{2}F_0$, F_l 从 F_0 减小到 0。

1.2 外力大于临界力时的静力学特性参数

当 $F > F_c$ 时, $F_l = 0$ 。将式(19)代入式(1),可得^[12]

$$F = 2NF_u\sin\alpha \quad (23)$$

$$\frac{dF}{dF_u} = 2N\sin\alpha \quad (24)$$

将式(24)除以式(14),可得导轨副的垂直接触刚度

$$k = \frac{dF}{dz} = 1.5NH^{2/3}F_u^{1/3} \quad (25)$$

1.3 在整个外力范围内的静力学特性参数

由式(13)得

$$z = 2\frac{F_u^{2/3} - F_0^{2/3}}{H^{2/3}}\sin\alpha, F_u \geq F_0 \quad (26)$$

由式(10)和式(23)得

$$F = \begin{cases} 2N[F_u - (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1.5}]\sin\alpha, & F_0 \leq F_u \leq 2\sqrt{2}F_0 \\ 2NF_u\sin\alpha, & F_u \geq 2\sqrt{2}F_0 \end{cases} \quad (27)$$

由式(8)得

$$F_l = (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1.5}, F_0 \leq F_u \leq 2\sqrt{2}F_0 \quad (28)$$

由式(16)得

$$k_u = \frac{0.75H^{2/3}F_u^{1/3}}{\sin\alpha}, F_u \geq F_0 \quad (29)$$

由式(17)得

$$k_l = \frac{0.75H^{2/3}F_l^{1/3}}{\sin\alpha} = \frac{0.75H^{2/3}(2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}}{\sin\alpha}, F_0 \leq F_u \leq 2\sqrt{2}F_0 \quad (30)$$

将式(18)和式(25)合写为

$$k = \begin{cases} 1.5NH^{2/3}[F_u^{1/3} + (2F_0^{2/3} - F_u^{2/3})^{1/2}], & F_0 \leq F_u \leq 2\sqrt{2}F_0 \\ 1.5NH^{2/3}F_u^{1/3}, & F_u \geq 2\sqrt{2}F_0 \end{cases} \quad (31)$$

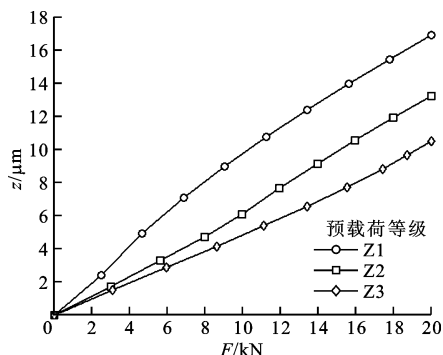
式(31)在 $F_u = 2\sqrt{2}F_0$ 或 $F = F_c$ 处连续。

2 滚动直线导轨副的数值算例

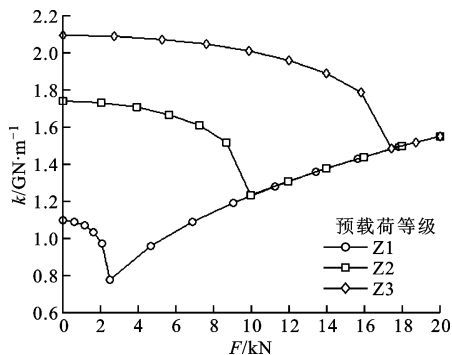
THK 公司生产的 SHS-35R 型商业滚动直线导轨副的主要技术参数如下:滑块材料为淬透滚动轴承钢,弹性模量为 206 GPa,泊松比为 0.3;滚珠材料也为淬透滚动轴承钢,弹性模量为 206 GPa,泊松比为 0.3,半径 $r_b = 3.175$ mm;直线导轨材料为感应淬火滚动轴承钢,弹性模量为 206 GPa,泊松比为 0.3;沟槽半径系数 $f = 0.52$,接触角为 45° ,沟槽数为 4,每排滚珠数为 12;基本额定动载荷 $C = 62.3$ kN;预载荷等级 Z1 所对应的总预紧力为 $0.01C$,预载荷等级 Z2 所对应的总预紧力为 $0.04C$,预载荷等级 Z3 所对应的总预紧力为 $0.07C$ 。

2.1 预载荷等级对导轨副静力学特性的影响

图 3 显示了预载荷等级对导轨副静力学特性的影响。从图 3a 可见,在相同的外力作用下,预载荷等级越高,导轨副的垂直变形量就越小。从图 3b 可见:当外力小于临界力(即每条曲线最低点所对应的横坐标,预载荷等级 Z1、Z2、Z3 对应的临界力分别为 2 492、9 968 和 17 444 N)时,随外力增大导轨副的垂直接触刚度减小,因为较大的外力导致导轨副表现出明显的阻尼特性,而导轨副的垂直接触刚度



(a) 导轨副的垂直变形量-外力曲线



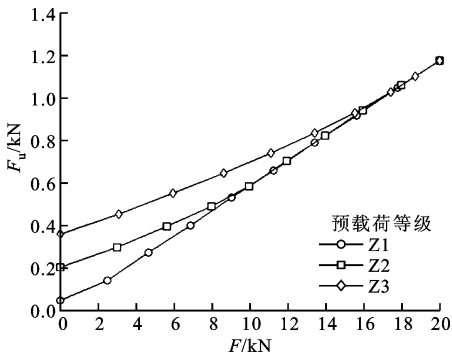
(b) 导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图 3 导轨副的静力学特性曲线

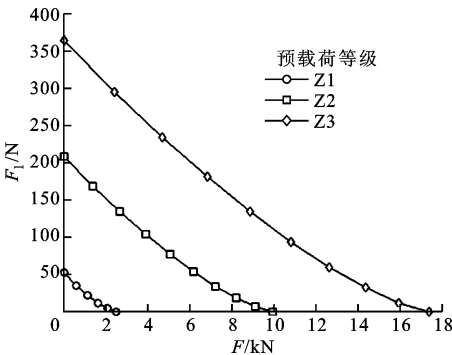
随预载荷等级的提高而增大;当外力大于临界力时,随外力增大导轨副的垂直接触刚度增大,因为 F_u 线性增大(参见式(23)),最终使导轨副的垂直接触刚度 k 增大(参见式(25)),但导轨副的垂直接触刚度与预载荷等级无关。

2.2 预载荷等级对单个滚珠受力的影响

图 4 显示了预载荷等级对单个滚珠受力情况的影响。从图 4a 可见:随外力的增大,上排滚珠的接触压力增大;在相同的外力作用下,当外力小于临界力时,预载荷等级越高,则上排滚珠的接触压力越大(参见式(10)),而当外力大于临界力时,上排滚珠的接触压力与预载荷等级无关(参见式(23))。从图 4b 可见:随外力的增大,下排滚珠的接触压力减小;预载荷等级越高,下排滚珠的接触压力就越大。



(a) 上排滚珠接触压力-外力曲线

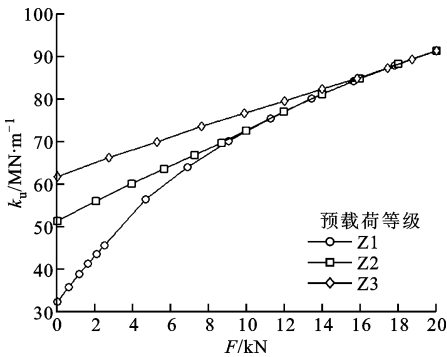


(b) 下排滚珠接触压力-外力曲线

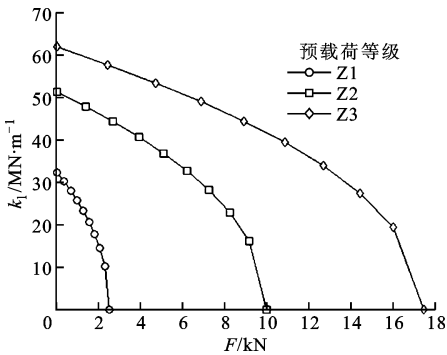
图 4 预载荷等级对单个滚珠受力的影响

2.3 预载荷等级对单个滚珠刚度的影响

图 5 显示了预载荷等级对单个滚珠接触刚度的影响。从图 5a 可见:随外力的增大,上排滚珠的接触刚度增大;在相同的外力作用下,当外力小于临界力时,预载荷等级越高,则上排滚珠的接触刚度越大,而当外力大于临界力时,上排滚珠的接触刚度与预载荷等级无关。从图 5b 可见,随外力的增大,下排滚珠的接触刚度减小。



(a) 上排滚珠的接触刚度-外力曲线

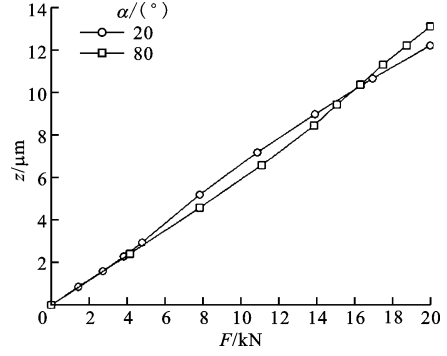


(b) 下排滚珠的接触刚度-外力曲线

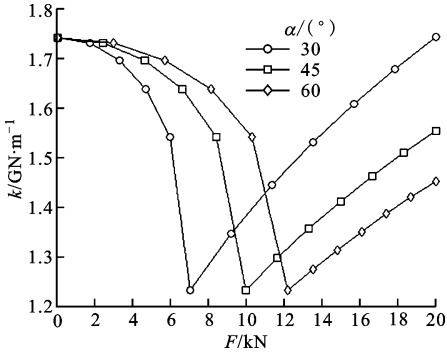
图 5 预载荷等级对单个滚珠接触刚度的影响

2.4 接触角对导轨副静力学特性的影响

图 6 显示了预载荷等级为 Z2 时接触角对导轨副静力学特性的影响。



(a) 导轨副的垂直变形量-外力曲线



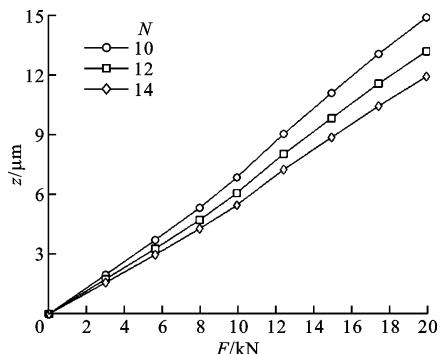
(b) 导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图 6 接触角对导轨副静力学特性的影响

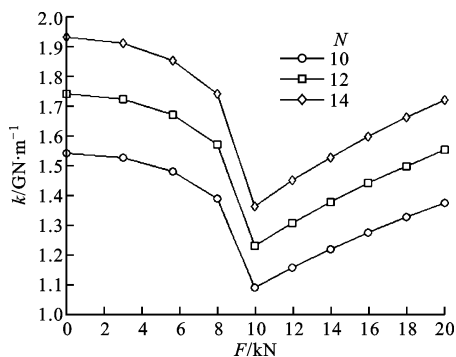
副静力学特性的影响。从图 6a 可见:当外力小于临界力时,导轨副的垂直变形量随接触角的增大而减小;当外力大于临界力时,导轨副的垂直变形量随接触角的增大而增大。从图 6b 可见:导轨副的临界垂直接触刚度(最小值)与接触角无关(参见式(31))。

2.5 滚珠数对导轨副静力学特性的影响

图 7 显示了预载荷等级为 Z2 时每排通道沟槽的滚珠数对导轨副静力学特性的影响,从中可以看出:随滚珠数增加,导轨副的垂直变形量减小,垂直接触刚度增大。



(a) 导轨副的垂直变形量-外力曲线



(b) 导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图 7 每排沟槽滚珠数对导轨副静力学特性的影响

2.6 滚珠半径对导轨副静力学特性的影响

图 8 显示了预载荷等级为 Z2 时滚珠半径对导轨副静力学特性的影响,从中可以看出:随滚珠半径增大,导轨副的垂直变形量减小,垂直接触刚度增大。

2.7 沟槽半径系数对导轨副静力学特性的影响

主曲率

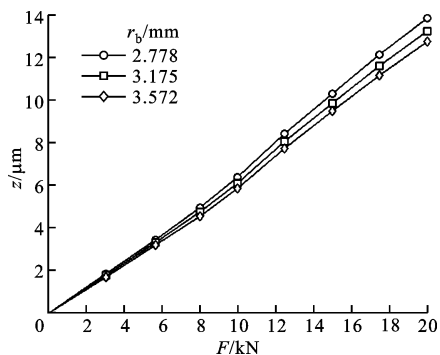
$$F(\rho) = 1 + \frac{2(1-M)}{M} \frac{E-K}{E} \quad (32)$$

式中: M 为积分模数 e 的平方^[13], 即

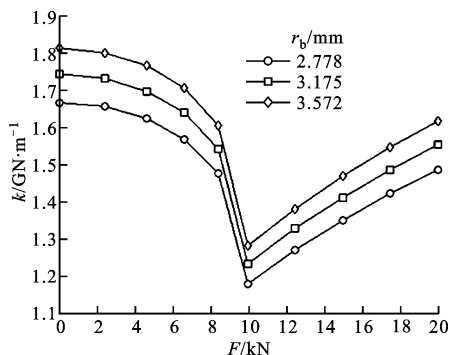
$$M = e^2, \quad 0 \leq e \leq 1 \quad (33)$$

K 为第一类完全椭圆积分

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{(1 - M \sin^2 \psi)^{1/2}} \quad (34)$$



(a) 导轨副的垂直变形量-外力曲线



(b) 导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图 8 滚珠半径对导轨副静力学特性的影响

E 为第二类完全椭圆积分

$$E = \int_0^{\pi/2} (1 - M \sin^2 \psi)^{1/2} d\psi \quad (35)$$

赫兹系数

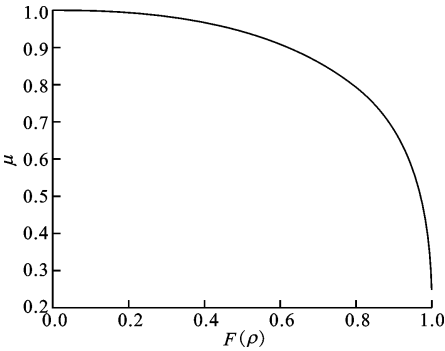
$$\mu = \frac{2K}{\pi} \left[\frac{\pi(1-M)}{2E} \right]^{1/3} \quad (36)$$

主曲率与沟槽半径系数 f 之间的关系为

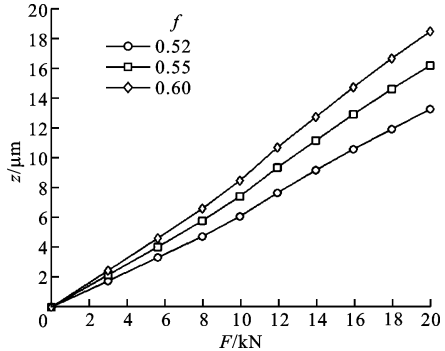
$$F(\rho) = \frac{1}{4f-1} \quad (37)$$

图 9 显示了预载荷等级为 Z2 时沟槽半径系数对导轨副静力学特性的影响。因为 f 和 μ 都是 M 的函数(涉及到第一类完全椭圆积分 K 和第二类完全椭圆积分 E , 复杂的是, 这 2 个定积分均没有解析解), 如果将 M 作为中间自变量, 就可得到图 9a。产生图 9a 的 Matlab® R2009b 程序代码见附录 A (仅 12 行源代码), e 从 0 增大到 1, 步长为 0.000 1, 即图 9a 所示的曲线有 10 000 个点, 巧妙的是, 通过源代码第 3 行的一个函数 `elliptke` 输出结果 K 和 E , 比文献[6]所使用的函数 `ellipticK` 和 `ellipticE` 都高效, 因为函数 `ellipticK` 和 `ellipticE` 每次只能计算 1 个数据, 且使用 `for` 和 `and` 循环结构, 导致程序运行时间长。

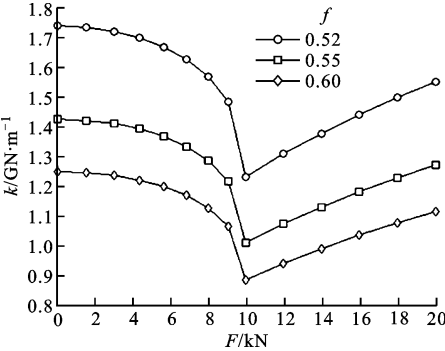
根据图 9a 和式(37), 可建立 μ 与 f 之间的函数



(a)赫兹系数-主曲率曲线



(b)导轨副的垂直变形量-外力曲线



(c)导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图 9 沟槽半径系数对导轨副静力学特性的影响

关系。例如:当 $f=0.52$ 时, $\mu=0.634\ 4$, 不同于文献[8]的 $\mu=0.634$ 和文献[11-12]的 $\mu=0.634\ 1$; 当 $f=0.60$ 时, $\mu=0.850\ 7$ 。由图 9a 可知:当 $F(\rho)=0.833\ 1$ 时, $\mu=0.762\ 1$; 当 $F(\rho)=0.833\ 6$ 时, $\mu=0.761\ 5$ 。因此, 当 $f=0.55$, 即 $F(\rho)=0.833\ 3$ 时, 用线性插值法^[14]可求得赫兹系数

$$\mu = 0.762\ 1 + \frac{0.761\ 5 - 0.762\ 1}{0.833\ 6 - 0.833\ 1} \times (0.833\ 3 - 0.833\ 1) = 0.761\ 9$$

同理, 根据图 9a 可知, 当 $F(\rho)=0.908\ 8$ 时, $\mu=0.665\ 7$, 当 $F(\rho)=0.909\ 5$ 时, $\mu=0.664\ 5$, 故当 $f=0.525$, 即 $F(\rho)=0.909\ 1$ 时, 用线性插值法可求得赫兹系数

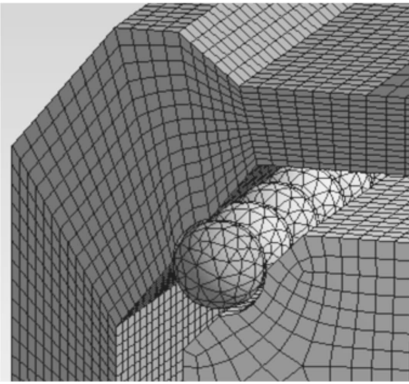
$$\mu = 0.665\ 7 + \frac{0.664\ 5 - 0.665\ 7}{0.909\ 5 - 0.908\ 8} \times (0.909\ 1 - 0.908\ 8) = 0.665\ 2$$

这与文献[9]中的 $\mu=0.665$ 也有所不同。

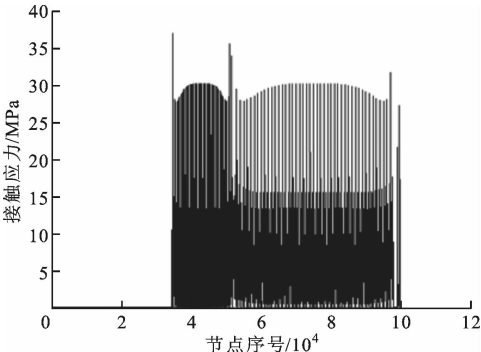
从图 9b 可见, 导轨副的垂直变形量随沟槽半径系数的增大而增大; 从图 9c 可见, 导轨副的垂直接触刚度随沟槽半径系数的增大而减小。

2.8 本文计算结果的验证

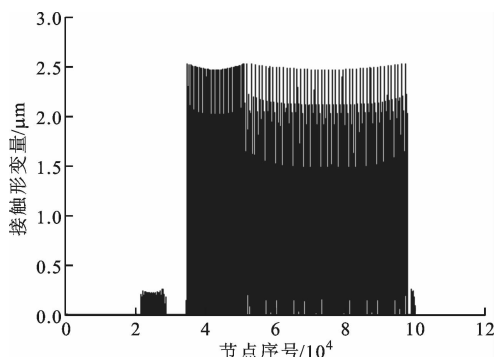
为验证本文计算结果的正确性, 建立了导轨副的有限元模型, 网格划分如图 10a 所示。本文计算结果以及与其他文献结果的比较见图 10(图 10b、10c 所示的曲线都有 100 316 个点)。从图 10b 可见, 滚珠与滚道之间的接触应力小于 40 MPa。从图 10d 可见, 本文计算的导轨副垂直变形量略小于实验值, 而采用有限元法所得的导轨副垂直变形量略大于实验值。从图 10e 可见, 本文计算的导轨副垂直接触刚度在轻载时与实验值相差较大, 这主要是因为文献[11]中只有 5 个实验数据(F 分别为 0、5、10、15、20 kN, $0 \leq F/\text{kN} \leq 5$ 属于轻载, $5 < F/\text{kN} \leq 20$ 属于重载), 且动态实验难以稳定控制, 数据波动较大, 在轻载阶段受实验条件限制, 未取得可靠实验数据, 但是本文计算的导轨副垂直接触刚度在重载时接近于实验值。此外, 本文计算的导轨副垂直接



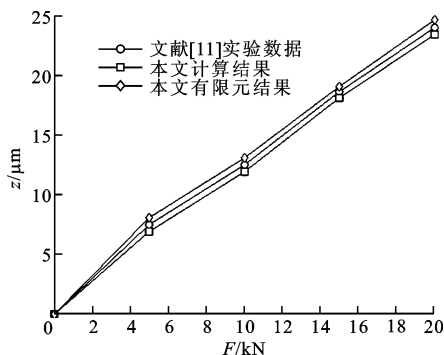
(a)划分网格后的导轨副



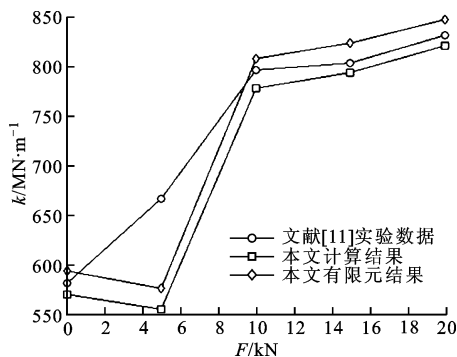
(b)滚珠与滚道的接触应力



(c) 滚珠与滚道的接触变形量



(d) 导轨副的垂直变形量-外力曲线



(e) 导轨副的垂直接触刚度-外力曲线

图10 本文计算结果与实验结果的比较

触刚度与采用有限元法所得的结果在曲线趋势上一致。

3 结论

本文考虑滚珠与滑块、直线导轨沟槽同时接触,计算了滚珠的接触变形量,对导轨副轻载时的多种静力学特性参数进行了改进计算,推导了导轨副重载时的各种静力学特性参数,获得的具体结论如下。

(1) 导轨副的垂直变形量随预载荷等级的降低,滚珠数、滚珠半径的减小或沟槽半径系数的增大而增大。

(2) 导轨副的垂直接触刚度随滚珠数、滚珠半径

的增大或沟槽半径系数的减小而增大。当外力小于临界力时,导轨副的垂直接触刚度随外力的增大而减小,随预载荷等级的提高而增大;当外力大于临界力时,导轨副的垂直接触刚度随外力的增大而增大。

(3) 上排滚珠的接触压力随外力的增大而增大。当外力小于临界力时,上排滚珠的接触压力随预载荷等级的提高而增大;当外力大于临界力时,上排滚珠的接触压力与预载荷等级无关。下排滚珠的接触压力随外力的增大或预载荷等级的降低而减小。

(4) 上排滚珠的接触刚度随外力的增大而增大。当外力小于临界力时,上排滚珠的接触刚度随预载荷等级的提高而增大;当外力大于临界力时,上排滚珠的接触刚度与预载荷等级无关。下排滚珠的接触刚度随外力的增大而减小。

参考文献:

- [1] 毛宽民, 李斌, 雷声. 机床结合部动力学建模及应用 [M]. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2018: 36, 90.
- [2] 毛宽民, 龚灿, 李斌, 等. 考虑波纹度的滚珠直线导轨动力学建模研究 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2014, 42(6): 1-5.
MAO Kuanmin, GONG Can, LI Bing, et al. Dynamic modeling research of linear motion ball guide considering surface waviness [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(6): 1-5.
- [3] 毛宽民, 邢满禧, 李斌, 等. 滚动直线导轨副可动结合部动力学建模 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(7): 81-85.
MAO Kuanmin, XING Manxi, LI Bin, et al. Dynamic modeling for movable joint of rolling linear guide [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(7): 81-85.
- [4] 王禹林, 李作康, 仇进生, 等. 直线导轨副综合静刚度测量装置及方法 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(9): 58-63.
WANG Yulin, LI Zuokang, QIU Jinsheng, et al. Device and method for simultaneously measuring comprehensive static stiffness of linear guideway [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(9): 58-63.
- [5] 马雅丽, 宁昱超, 钱峰. 滚动直线导轨固有特性分析 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(9): 59-64.
MA Yali, NING Shichao, QIAN Feng. Natural vibration performance analysis of rolling linear guide [J].

- Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(9): 59-64.
- [6] 田红亮, 郑金华, 陈甜敏, 等. 直线运动滚动导轨副的法向接触力学模型 [J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(5): 1-11.
TIAN Hongliang, ZHENG Jinhua, CHEN Tianmin, et al. Normal contact mechanics model of linear motion rolling guideway pair [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(5): 1-11.
- [7] 刘耀, 黄玉美. 机床滚珠导轨中圆柱面-球面结合面静特性分析及试验研究 [J]. 机械工程学报, 2013, 49(21): 25-30.
LIU Yao, HUANG Yumei. Theoretical analysis and experimental study on static characteristics of the cylindrical-spherical joint surfaces of linear ball guide on machine tool [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(21): 25-30.
- [8] 孙伟, 孔祥希, 汪博, 等. 直线滚动导轨的 Hertz 接触建模及接触刚度的理论求解 [J]. 工程力学, 2013, 30(7): 230-234.
SUN Wei, KONG Xiangxi, WANG Bo, et al. Contact modeling and analytical solution of contact stiffness by Hertz theory for the linear rolling guide system [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(7): 230-234.
- [9] 王民, 乐兵兵, 裴二阳. 基于 Hertz 接触的滚珠直线导轨副接触刚度建模与分析 [J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(8): 1128-1132, 1150.
WANG Min, LE Bingbing, PEI Eryang. Contact stiffness modeling and analysis of linear ball guides based on Hertz contact theory [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(8): 1128-1132, 1150.
- [10] KONG Xiangxi, SUN Wei, WANG Bo, et al. Dynamic and stability analysis of the linear guide with time-varying, piecewise-nonlinear stiffness by multi-term incremental harmonic balance method [J]. Elsevier Journal of Sound and Vibration, 2015, 346: 265-283.
- [11] SUN Wei, KONG Xiangxi, WANG Bo, et al. Statics modeling and analysis of linear rolling guideway considering rolling balls contact [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(1): 168-179.
- [12] 孙伟, 汪博. 机械系统结合部数字化建模与分析 [M]. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2016: 166-167.
- [13] 《数学手册》编写组. 数学手册 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2016: 32, 601.
- [14] 濮良贵, 陈国定, 吴立言. 机械设计 [M]. 9 版. 北京: 高等教育出版社, 2016: 335.

附录 A 生成图 9a 的 Matlab 程序代码

```
e=0:0.0001:1;
M=e.^2; %式(33)
[K,E]=ellipke(M); %式(34)和式(35)
F=1+2*(1-M)./M.*(E-K)./E; %式(32)
mu=2*K/pi.*(pi*(1-M)./(2*E)).^(1/3);
%式(36)
plot(F,mu,'-black','LineWidth',1) %黑色实线,线宽为1 point
set(gca,'XTickLabel',{0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 '1.0'}) %在小竖线下面标注数值
set(gca,'YTickLabel',{0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 '1.0'})
box off %使当前坐标框敞开
xlabel('\itF\rm(\it\rho\rm)') %it 为斜体,rm 为正体
ylabel('\it\mu')
set(gcf,'color','white') %使当前坐标框外部的颜色为白色
```

(编辑 葛赵青)