

基于改进的加权最小二乘支持向量机的 空间桁架建模

欧阳军, 闫桂荣, 王腾

(西安交通大学机械结构强度与振动教育部重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对空间桁架结构的非线性因素导致其建模困难的问题, 利用基于 Hilbert 变换的动力学系统非线性检测因子作为加权因子, 提出了一种改进的加权最小二乘支持向量机非线性建模方法, 不仅使支持向量机的解具有稀疏性和鲁棒性, 而且对系统动力学参数变化敏感, 从而能比较快速而精确地实现动力学系统的非线性动态建模. 数值仿真和桁架结构建模试验结果表明, 该方法能较好地模拟结构的非线性特性, 适用于动力学系统的非线性动态建模.

关键词: 加权最小二乘支持向量机; 非线性建模; 希尔伯特变换

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)01-0119-03

Space Truss Modeling Based on Improved Weighted Least Square Support Vector Machines

Ouyang Jun, Yan Guirong, Wang Teng

(Key Laboratory of Mechanical Structural Strength and Vibration of Ministry of Education,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

桁架结构由于固有频率低、低频模态密集和非线性等特点, 导致系统建模困难^[1]. 最小二乘支持向量机将最小二乘线性系统引入支持向量机, 通过非线性映射将原空间不等式约束的二次优化问题转化为特征空间等式约束的线性系统, 具有泛化能力强、不存在局部极小点和维数灾难等问题的优点^[2], 可解决非线性建模问题^[3]. 然而, 这种转化使解丧失了稀疏性和鲁棒性, 而文献^[4]提出的加权最小二乘支持向量机(Weighted Least Square Support Vector Machines, WLS-SVM)在一定程度上克服了这两个缺陷. 系统的非线性使得输入与输出关系具有动态特性^[1], 但利用常规 SVM 方法建模不能体现出这种特点. 文献^[1]中提出的基于 Hilbert 变换的非线性检测因子可作为输入输出关系动态特性的量度. 本文将基于 Hilbert 变换的非线性检测因子作为加权因子, 提出了一种改进的加权最小二乘支持向量机, 对于复杂非线性结构(如桁架结构)可快速

得到非线性动态模型.

1 加权最小二乘支持向量机

对 n 维样本向量 $\{\mathbf{x}_i, y_i\}_{i=1}^N$, $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$, $y_i \in \mathbf{R}$, WLS-SVM 的函数估计问题描述为求解

$$\min J(\mathbf{w}^*, \mathbf{e}^*) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^{*T} \mathbf{w}^*\| + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^N v_i (e_i^*)^2$$

$$y_i = \mathbf{w}^{*T} \phi(\mathbf{x}_i) + b^* + e_i^* \quad i = 1, 2, \dots, N$$

式中: γ 是正则化参数. 定义

$$L(\mathbf{w}^*, b^*, \mathbf{e}^*, \boldsymbol{\alpha}^*) = J(\mathbf{w}^*, \mathbf{e}^*) -$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \alpha_i^* \{\mathbf{w}^{*T} \phi(\mathbf{x}_i) + b^* + e_i^* - y_i\} \quad (1)$$

式中: α_i^* 是拉格朗日乘子, $\alpha_i^* \in \mathbf{R}$. 令 L 对 $\mathbf{w}^*$ 、 b^* 、 $\mathbf{e}^*$ 、 $\boldsymbol{\alpha}^*$ 的偏导数为 0, 消除变量 $\mathbf{w}^*$ 、 $\mathbf{e}^*$, 得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{v}_\gamma & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}^* \\ b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{K}=\{K_{ij}=K(x_i, x_j)\}_{i,j=1}^N$; $\mathbf{1}=(1, 1, \dots, 1)^T$; $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_N)^T$; $\mathbf{v}_\gamma=(1/\gamma v_1, 1/\gamma v_2, \dots, 1/\gamma v_N)^T$.

2 改进的加权最小二乘支持向量机方法

文献[5]中将混沌信号的 Lyapunov 指数作为加权系数应用于混沌信号非线性建模,但该方法仅对特定信号有效,并不具备普遍性. 系统的动力学特性由非线性起决定作用,本文使用系统非线性度量指标作为加权系数,提出一种通用的加权最小二乘支持向量机方法(Hilbert Transform WLS-SVM,简称 HWLS-SVM).

已知待建模系统的输入、输出为 $x(t)$ 、 $y(t)$, 系统的频率响应函数为 $G(\omega)=F(y(t))/F(x(t))$, $F(\cdot)$ 代表傅里叶变换算子. 对 $G(\omega)$ 作 Hilbert 变换^[1],有 $H(\omega)=H(G(\omega))$, $H(\cdot)$ 代表 Hilbert 变换算子. 若系统是非线性系统,有 $H(\omega)\neq G(\omega)$. 使用频率响应函数和其 Hilbert 变换统计矩,系统非线性检测因子 $\lambda=|m_G^{(n)}-m_H^{(n)}|/m_G^{(n)}$, 式中 $m_G^{(n)}=\int_{f_1}^{f_2} f^n |G(f)| df$, $m_H^{(n)}=\int_{f_1}^{f_2} f^n |H(f)| df$, $[f_1, f_2]$ 为所研究的频带, n 为统计矩阶数.

对于样本数据向量 $\mathbf{D}=\{x_i, y_i\}_{i=1}^{N+m}$, $G_k=F(y_k)/F(x_k)$, $\mathbf{x}_k=(x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+m})$, $\mathbf{y}_k=(y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+m})$, $k=1, 2, \dots, N$. 计算出 $m_{G,k}^{(n)}$ 、 $m_{H,k}^{(n)}$, 可得到不同时刻的非线性检测因子

$\lambda_k=|m_{G,k}^{(n)}-m_{H,k}^{(n)}|/m_{G,k}^{(n)}$, $k=1, 2, \dots, N$ (3)

重新构造目标函数

$$\min J(\mathbf{w}, \mathbf{e}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^T \mathbf{w}\| + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=m+1}^{N+m} \lambda_i e_i^2$$

定义

$$L^*(\mathbf{w}, b, \mathbf{e}, \boldsymbol{\alpha}) = J(\mathbf{w}, \mathbf{e}) - \frac{1}{2} \sum_{i=m+1}^{N+m} \alpha_{i-m} \{\mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(x_i) + b + e_i - y_i\}$$

令 L^* 对 $\mathbf{w}$ 、 b 、 $\mathbf{e}$ 、 $\boldsymbol{\alpha}$ 的偏导数为 0, 消除变量 $\mathbf{w}$ 、 $\mathbf{e}$, 有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{v}_\gamma & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix}$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}=(\alpha_{m+1}, \alpha_{m+2}, \dots, \alpha_{m+N})$; $\mathbf{y}=(y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{m+N})^T$; $\mathbf{v}_\gamma=(1/\gamma \lambda_1, 1/\gamma \lambda_2, \dots, 1/\gamma \lambda_N)^T$.

具体建模方法如下:

(1) 因为待建模系统的未知性, 通常用系统以前的 n 个输入和 m 个输出表示系统输出(NARMAX 模型), 模型阶次由损失函数来确定.

(2) 对包含先验信息较少的问题, 常选用高斯核

函数 $K(x, x_i)=\exp(-\|x-x_i\|/2\sigma^2)$, σ 为核参数.

(3) 在众多 SVM 参数选择方法中, 贝叶斯推理方法提供了一种简捷自动的有效手段^[6]. 对样本空间 D , 设 H 为模型空间, 具体过程如下: 将优化问题的目标函数除以 γ , 并用 ξ 代替 $1/\gamma$, 通过贝叶斯规则推断 ω 的后验, $p(\omega/D, \xi, H) \propto p(D/\omega, \xi, H) \cdot p(\omega/\xi, H)$; 最大化正则化参数 ξ 的后验 $p(\xi/D, H)$, 可求得 ξ 的最佳值; 通过最大化后验概率 $p(H/D) \propto p(D/H)p(H)$ 选择最优核参数.

(4) 对于复杂动力学建模问题, 采用最小序列优化算法可快速有效地获得待建模系统的模型.

3 数值仿真与桁架结构建模试验

为了验证方法的正确性与有效性, 本文研究了摩擦阻尼非线性系统的建模问题, 其方程为 $\ddot{y} + 2\mu\dot{y} + \omega_0^2 y + 1.5 \operatorname{sgn}(\dot{y}) = \epsilon u$, $\mu=7.85$, $\omega_0=20\pi$. 取 u 为高斯随机过程, ϵ 服从 $[1, 20]$ 的均匀分布, $u_k^* = \epsilon_k u_k$. 由于系统为二阶系统, 故取 $m=1, n=1$, 选取统计矩阶数为 1. 采样得到样本集 (u_k^*, y_k) , $k=1, \dots, 100$, 采用贝叶斯推理方法确定参数为 $\sigma=100$, $\epsilon=0.001$, $\gamma=50$. 图 1 给出了 λ_k 值, 图 2a 给出了 HWLS-SVM 模型输出与实际输出的比较结果. 为了对比, 在同样的参数下使用 WLS-SVM 进行训练, 图 2b 是两种方法的误差曲线. 计算误差的均方根值, HWLS-SVM 的为 0.005, 而 WLS-SVM 的为 0.012.

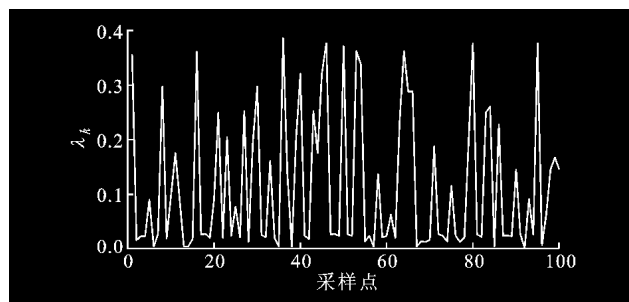
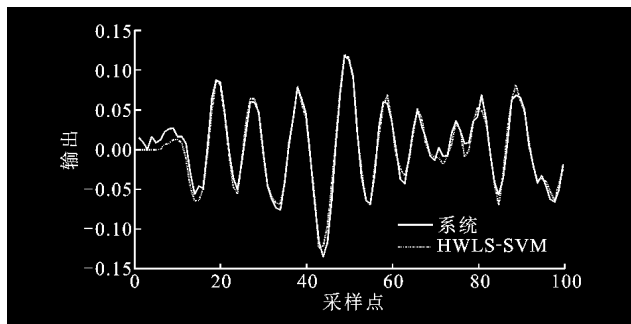
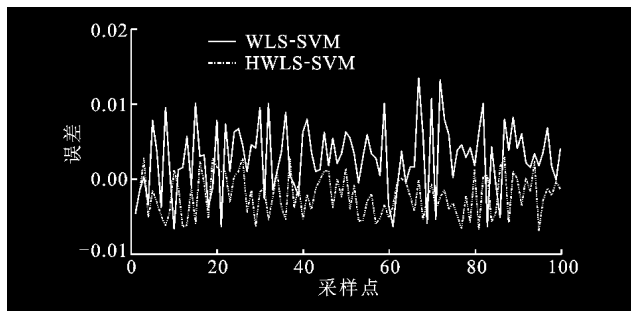


图1 不同时刻干摩擦阻尼非线性方程的 λ_k 值

图 3 所示桁架结构由空心球体、弹簧和空心杆组成, 结构轻柔, 尺度大, 阻尼小, 是一个柔性且带有一定间隙的复杂结构. 为了有足够的能量激振结构, 采用小振动台作为激振器. 在桁架结构中, 第 24 杆安装激振器, 第 8 杆安装传感器(激振器和传感器的位置由优化得出). 由信号发生器产生信号送入激振器, 传感器采集结构的振动信号, 经 A/D 变换送入计算机, 计算机同时接收信号发生器的信号, 得到结构的输入、输出. 选取统计矩阶数为 2, 根据采样值



(a)实际输出和 HWLS-SVM 训练模型输出



(b)HWLS-SVM 与 WLS-SVM 训练模型的误差

图2 系统的实际输出和 HWLS-SVM、WLS-SVM 训练模型输出及误差

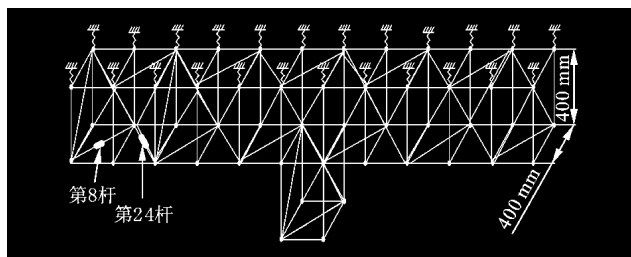
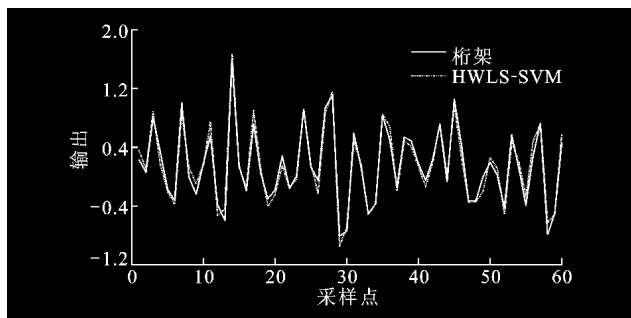
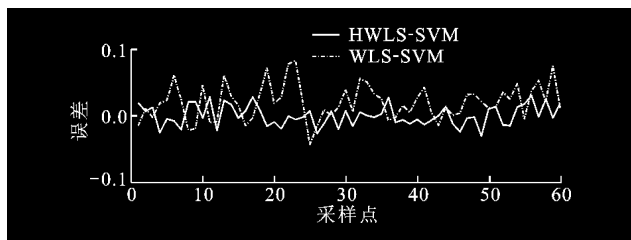


图3 空间柔性桁架结构



(a)实际输出和 HWLS-SVM 训练模型输出



(b)HWLS-SVM 与 WLS-SVM 模型的误差

图4 桁架的 HWLS-SVM 和 WLS-SVM 学习输出与实际输出比较

计算 λ 值,确定参数 $\sigma=400$, $\epsilon=0.01$, $\gamma=100$. 学习结果如图4所示,可见采用 HWLS-SVM 方法具有更好的效果,能更精确地拟合结构实际的动态特性.

4 结 论

基于 Hilbert 变换的加权最小二乘支持向量机方法适用于复杂动力学系统的非线性建模,与一般支持向量机方法相比,该方法所得到的非线性模型误差更小,能更加精确地拟合桁架结构的动态特性,从而为进一步研究提供了系统仿真对象,并为空间桁架结构的振动控制研究打下了基础.

参考文献:

- [1] 唐照千,黄文虎. 振动与冲击手册[M]. 北京:国防工业出版社,1990.
 - [2] Vapnik V N. 统计学习理论的本质[M]. 张学工,译. 北京:清华大学出版社,2000.
 - [3] Suykens J A K. Nonlinear modeling and support vector machine[C]//Proc of the 18th IEEE Conf on Instrumentation and Measurement Technology. Piscataway, USA: IEEE, 2001: 287-294.
 - [4] Suykens J A K, de Brabanter J, Lukas L, et al. Weighted least squares support vector machines robustness and sparse approximation[J]. Neurocomputing, 2002, 48(2): 85-105.
 - [5] Sun Jiancheng, Zhang Taiyi, Liu Feng. Modeling of chaotic systems based on modified weighted recurrent least squares support vector machines[J]. Chinese Physics, 2004, 13(12):2045-2053.
 - [6] 阎威武,常俊林,邵惠鹤. 一种贝叶斯证据框架下支持向量机建模方法的研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(5): 524-528.
- Yan Weiwu, Chang Junlin, Shao Huihe. Modeling method based on support vector machines within the Bayesian evidence framework[J]. Control and Decision, 2004, 19(5):524-528.

(编辑 葛赵青)