

二维管道内交变流动的格子-Boltzmann 方法模拟研究

王 勇, 何雅玲, 唐桂华, 陶文铨

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 采用格子-Boltzmann 方法(LBM)对二维管道内不可压缩交变流动——Womersley 流的流动与换热进行了数值模拟研究. 结果表明:管道内压力梯度呈周期性变化,在周期较小时,管道的绝大部分区域速度分布相当平坦,在靠近壁面附近出现了速度的峰值,且靠近壁面处速度变化剧烈;在周期较大时,速度分布近似于抛物线,管道中心速度总大于壁面附近速度,且不同周期下的模拟结果与解析解都吻合得很好. 另外,当速度交变时,温度表现为波动变化. 速度与温度的相位差、温度的分布特性、温度的波动特性等都与压力梯度交变周期及幅值有关. 研究结果表明, LBM 可以用于交变流动的模拟. 鉴于 LBM 的众多优点,该方法有望成为求解复杂流动与换热的一种有效的数值模拟手段.

关键词: 格子-Boltzmann;交变流动;换热;数值模拟

中图分类号: TK124 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2006)01-0014-04

A Numerical Simulation of Oscillating Flow in a Two Dimensional Channel Using Lattice-Boltzmann Method

Wang Yong, He Yaling, Tang Guihua, Tao Wenquan

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A numerical study was performed for incompressible oscillating flow in a two-dimensional channel, the so-called Womersley flow, using lattice-Boltzmann method (LBM). The pressure gradient varies periodically. The major results are as follows. When the cycle is short, annular effects exist in the velocity profiles. The amplitudes of the velocity along the centerline are less than those near the wall, and the gradients of the velocity near the wall are larger than those in the center region. However, when the cycle is long the velocity profiles are of parabolic type, and the amplitudes of velocity along the centerline are larger than those near the wall. The results of the velocity fields agree well with the analytical solution. The phase difference between the velocity and temperature, the profiles of the temperature, and the fluctuating characteristics of the temperature mainly depend on the cycle and amplitude of the pressure gradient. From this study, it can be concluded that the LBM is an efficient approach for simulation of oscillating flow.

Keywords: lattice-Boltzmann; oscillating flow; heat transfer; numerical simulation

格子-Boltzmann 方法(LBM)是由格子气自动机(LGA)发展而来的一种新的流体数值模拟方法,被认为是一种介观的动理论格式^[1]. 与传统的计算

流体力学(CFD)及数值传热学(NHT)方法相比, LBM 具有许多独特的优点,并因此引起了众多领域学者的研究兴趣.

收稿日期: 2005-05-11. 作者简介: 王 勇(1982~),男,硕士生;何雅玲(联系人),女,教授,博士生导师. 基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(50425620);全国博士学位论文作者专项资金资助项目(200436).

最初的 LBM 方法只能用于等温不可压缩流动的模拟^[1,2]. 最近 10 年,新的热格子模型成功实现了对有温度变化的热力学问题的模拟. 其中,应用最广泛的热格子模型为双分布函数(DDF)模型^[3-5]. DDF 模型是在密度分布函数的基础上引入了温度分布函数,用密度分布函数演化得到速度场,用温度分布函数演化得到温度场,该模型具有与非热流体模型相同的数值稳定性,而且从根本上解决了压缩功和耗散热问题. 文献[4]所提出的 CLBGK 模型即属于此类热格子模型,它在模拟速度场时有效地克服了可压缩效应,在模拟温度场时更简单易行.

二维管道内流动与换热问题,如具有工程背景的脉动流、交变流等,目前主要采用传统的计算流体力学或数值传热学方法进行研究,而采用 LBM 方法模拟的文献尚不多见. 文献[2,6]对简单的交变流动——Womersley 流进行了模拟,以此作为对 LBM 模型或边界条件模拟非稳态问题性能的考核. 但是,这些文章都只模拟了 Womersley 流的速度场,并未对温度场进行研究. 本文采用 LBM 方法对二维管道内不可压缩流体的这种交变流动进行了模拟,研究了其速度场、温度场的分布情况,分析了压力交变周期和幅值对流动与换热的影响,以尝试将 LBM 这一新兴的数值模拟方法应用于新的领域.

1 LBM 模拟方法的实施

本文使用二维九速的 LBM 模型(CLBGK),其基本思路如下所述.

1.1 速度场

速度场演化方程为

$$g_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [g_i(x, t) - g_i^{(eq)}(x, t)] \quad (1)$$

式中: g_i 为密度分布函数; $g_i^{(eq)}$ 为平衡态密度分布函数; c_i 为粒子速度; τ 为密度分布函数趋于其平衡态分布的松弛时间. 平衡态密度分布函数定义为

$$g_i^{(eq)} = \begin{cases} -\frac{4\sigma p}{c^2} - \frac{2u^2}{3c^2}, & i = 0 \\ \frac{\beta p}{c^2} + \frac{c_i \cdot u}{3c^2} + \frac{(c_i \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{u^2}{6c^2} \\ \frac{\gamma p}{c^2} + \frac{c_i \cdot u}{12c^2} + \frac{(c_i \cdot u)^2}{8c^4} - \frac{u^2}{24c^2} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

式中: σ, β, γ 为模型参数; u, p 分别为流体的宏观速度和压力, 定义为

$$u = \sum c_i g_i, \quad p = \frac{c^2}{4\sigma} \left[\sum_i g_i + \frac{4}{9} \left(-1.5 \frac{u^2}{c^2} \right) \right] \quad (3)$$

利用 Chapman-Enskog 展开方法, 可以从式(1)导出 Navier-Stokes 方程

$$\begin{cases} \nabla \cdot u = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\nabla p + \nu \nabla^2 u \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\nu = (2\tau - 1)(\Delta x)^2 / (6\Delta t)$ 为运动黏性系数, $\Delta x, \Delta t$ 分别为格子宽度和时间步长.

1.2 温度场

温度场演化方程为

$$T_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - T_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [T_i(x, t) - T_i^{(eq)}(x, t)] \quad (5)$$

式中: T_i 为温度分布函数; $T_i^{(eq)}$ 为平衡态温度分布函数; τ 为温度分布函数趋于平衡态分布的松弛时间. 平衡态温度分布函数定义为

$$T_i^{(eq)} = \frac{T}{4} \left[1 + 2 \frac{c_i \cdot u}{c^2} \right], \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (6)$$

式中: T 为流体的宏观温度, 由温度分布函数确定

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i \quad (7)$$

利用 Chapman-Enskog 展开方法, 可以从式(5)导出温度场的控制方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (uT) = a \nabla^2 T \quad (8)$$

式中: $a = (2\tau - 1)(\Delta x)^2 / (4\Delta t)$ 为温度扩散系数.

模型中速度场和温度场的耦合是通过引入 Boussinesq 近似来实现的, 详见文献[4], 此处不再介绍.

2 数值分析的物理模型

物理模型如图 1 所示, 管道的长和高 L_x, L_y 分别为 2.0、1.0 (本文中的量全为无量纲), 壁面恒定温度 $T_w = 20$, 左右端口截面给定温度 $T_l = 10$. 流动靠压力梯度驱动, 压力梯度呈如下周期变化

$$\partial p / \partial x = \text{Re}[A e^{i\omega t}] \quad (9)$$

式中: A 为振幅; $\omega = 2\pi / T_p$ 为频率. 这种交变流动即 Womersley 流, 具有如下的解析解^[7]

$$\begin{cases} U(X, Y, t) = \\ \text{Re} \left[i \frac{A}{\omega} \left(1 - \frac{\cos[\lambda(2y/L_y - 1)]}{\cos \lambda} \right) e^{i\omega t} \right] / u_{\max} \\ V(X, Y, t) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

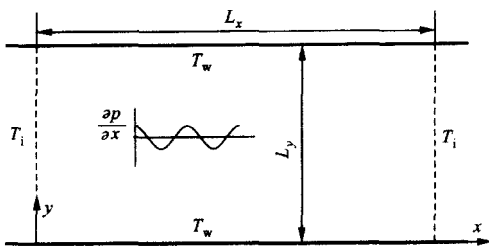


图1 物理模型

式中: $\lambda^2 = -i\alpha^2$, α 为 Womersley 数, $\alpha^2 = L_y^2 \omega \nu$.

模拟中采用均匀网格, 格子数 $N_x \times N_y = 100 \times 50$. 进出口采用周期性边界条件, 上下壁面采用外推格式边界条件, 模型参数 σ, β, γ 分别取值为 $5/12, 1/3, 1/12$. 此外, 取 $\tau = 1.0, \tau' = 0.975, Pr = 0.701$. 并采用如下参数

$$(X, Y) = \left(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y} \right); P = \frac{p}{\rho u_{\max}^2}; (U, V) = \frac{(u, v)}{u_{\max}}$$

$$\theta = \frac{T - T_i}{T_w - T_i}; Pr = \frac{\nu}{a}; Re = \frac{L_y u_{\max}}{\nu}; T_k = T_p \frac{t}{\Delta t}$$

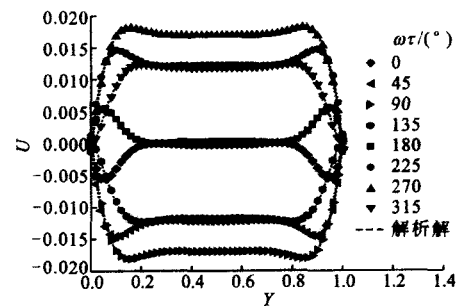
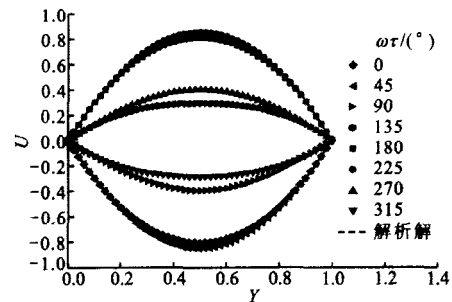
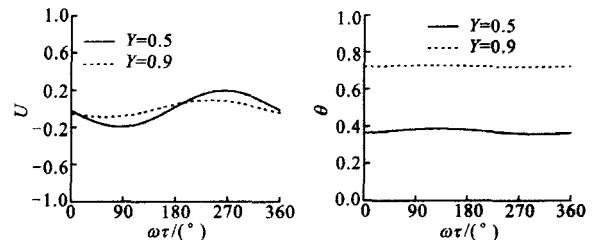
式中: $u_{\max} = -AL_y^2/(8\nu)$ 为管道中心速度.

3 模拟结果及讨论

从模拟结果可以发现, 整个模拟区域任何位置的压强、速度、温度都随时间周期变化, 表现为非稳态. 由图2可以看出: 当周期较小 ($T_k = 200$) 时, 速度呈环形分布, 在管道的绝大部分区域速度分布相当平坦, 而在靠近壁面附近出现了速度的峰值, 且靠近壁面处速度变化非常大; 当周期较大 ($T_k = 20\,000$) 时, 速度的瞬时分布近似于抛物线, 管道中心的速度大于壁面附近速度, 且周期越大, 速度交变的幅度也越大. 此外, 2种周期下模拟的结果与解析解均吻合得很好.

从图3、图4可看到, 在速度 U 与温度 θ 耦合的情况下, 当速度为交变时, 温度表现出波动变化, 且周期越大, 速度交变的幅度越大, 对应温度波动的幅度也越大. 此外, 在管道中心 ($Y = 0.5$ 处), 当周期 $T_k = 2\,000$ 时, 速度与温度的相位差为 139° ; 周期 $T_k = 8\,000$ 时, 相位差为 165° ; 在壁面附近 ($Y = 0.9$ 处), 对应的相位差分别为 $129^\circ, 160^\circ$; 可见在管道中心以及壁面附近, 速度与温度的相位差都随着周期的增大而增大, 且壁面附近速度与温度的相位差增大得更快. 这是因为在壁面附近, 换热率随着周期的增大而减小, 故而温度对速度变化也响应得更慢.

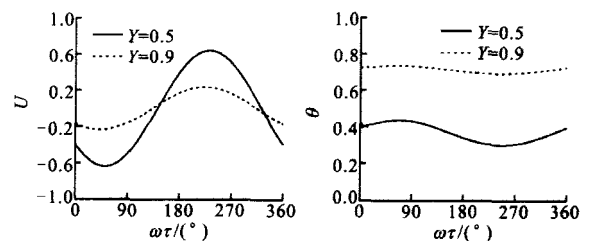
由图5可见, 随着周期的增大, 温度的波动更加剧烈. 由图6可知, 随着幅值的增大, 温度的波动也

(a) $T_k = 200, A = 50$ (b) $T_k = 20\,000, A = 50$ 图2 $X = 0.5$ 截面2种周期下的瞬时速度分布

(a) 速度

(b) 温度

$X = 0.1, A = 50$

图3 $T_k = 2\,000$ 时不同径向位置速度与温度随时间的变化规律

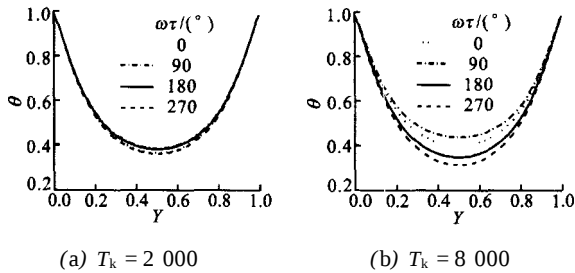
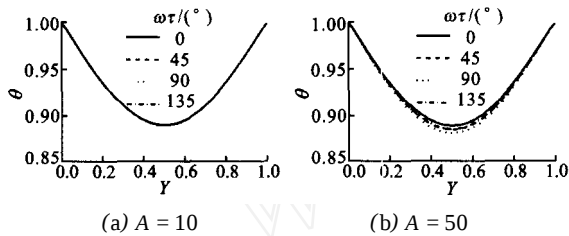
(a) 速度

(b) 温度

$X = 0.1, A = 50$

图4 $T_k = 8\,000$ 时不同径向位置速度与温度随时间的变化规律

剧烈. 此外, 由图5b及图6b可知, 在相同的周期和幅值下, 管道中间截面的温度分布比靠近进出口的截面的温度分布更平坦, 也即温度梯度更小. 这是因为流体离进出口越远, 强制对流影响越小, 瞬时温度的分布主要靠扩散作用决定, 因此温度梯度就越小.

图5 $A = 50$ 时 $X = 0.1$ 截面的瞬时温度分布图6 $T_k = 8000$ 时 $X = 0.5$ 截面的瞬时温度分布

4 结 论

(1) 管道内压力梯度呈周期性变化,当周期较小时,速度呈环形分布,管道内的绝大部分区域速度分布相当平坦,而在靠近壁面附近出现了速度的峰值,且靠近壁面处速度变化非常大.当周期较大时,速度分布近似于抛物线,管道中心速度总大于壁面附近速度.不同周期下模拟结果与解析解吻合得很好.

(2) 当压力梯度周期变化时,速度表现为交变,温度表现为波动,且压力梯度变化周期越大,速度交变的幅度就越大,对应温度波动的幅度也越大.在管道中心以及壁面附近,速度与温度的相位差都随着周期的增大而增大,且壁面附近速度与温度的相位差增大得更快.

(3) 周期越大,温度的波动越强,幅值越大,温度的波动也越强,在相同的周期和幅值下,管道中间截

面的温度分布比靠近进出口截面的温度分布更平坦,也即温度梯度更小.

(4) 模拟获得的速度分布与温度分布均可得到合理解释.由此可见,LBM可以用于交变流动的模拟研究.

由于LBM方法是一种新兴的数值模拟方法,在很多方面还不成熟,要将其推广到工程实际领域,还需要做大量的工作,但由于其相对于传统的数值模拟方法又有多种优点,故该方法有望成为研究复杂流动与换热的一种有效的数值模拟手段.

参考文献:

- [1] McNamara G, Zanetti G. Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata [J]. Phys Rev Lett, 1988, 61(20): 2332-2335.
- [2] He X Y, Luo L S. Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation [J]. J Stat Phys, 1997, 88(3): 927-944.
- [3] He X Y, Chen S Y, Doolen G D. A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit [J]. J Comput Phys, 1998, 146(1): 282-300.
- [4] Guo Z L, Shi B C, Zheng C G. A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equation [J]. Int J Num Fluids, 2002, 39(4): 325-342.
- [5] Tang G H, Tao W Q, He Y L. Simulation of the fluid flow and heat transfer in a plane channel using the lattice Boltzmann method [J]. Int J Mod Phys: B, 2003, 17(1): 183-187.
- [6] 胡心臂, 郭照立, 郑楚光. 格子 Boltzmann 模型的边界条件分析[J]. 水动力学研究与进展: A, 2003, 18(2): 127-134.
- [7] Currie I G. Fundamental mechanics of fluids [M]. 3rd edition. New York: Marcel Dekker, 2003. 269-271.

(编辑 王焕雪)