

一类具有未知干扰的 Markov 跳变系统故障检测

何舒平, 刘飞

(江南大学自动化研究所, 214122, 无锡)

摘要: 针对一类具有未知扰动的 Markov 跳变系统的故障检测问题, 设计出了系统的优化故障检测观测器. 通过对系统进行重构, 获取了包括未知扰动、建模误差等未知输入信号和故障信号的残差动态特性, 分别选取残差的扰动信号和故障信号的能量范数指标来体现其对抗扰动的抑制作用和对故障的灵敏性, 并将故障检测观测器的设计描述为一个优化问题. 利用构造的 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式, 证明并给出了故障检测观测器有解的充分条件, 提出了优化设计方法. 所设计的观测器使系统具有随机稳定性, 抑制干扰能力强, 满足所给的范数指标. 仿真算例结果表明, 在故障发生时, 优化观测器可以很灵敏地检测出故障, 并能将未知扰动对残差的影响有效地抑制在给定的范围内.

关键词: Markov 跳变系统; 故障检测; 优化观测器; 随机稳定性; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP277 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)04-0458-05

Fault Detection for a Class of Markov Jump Systems with Unknown Disturbances

He Shuping, Liu Fei

(Institute of Automation, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China)

Abstract: An optimized fault detection observer is designed for a class of Markov jump systems with unknown disturbances. By re-constructing the system, the residual error dynamic characteristics of unknown input and fault signals including unknown disturbances and modelling error are obtained. The energy norm indexes of disturbance and fault signals of residual error are selected separately to reflect the restraint of disturbance and the sensitivity of faults, and the design of fault detection observer is described as an optimization problem. By using the constructed Lyapunov function and linear matrix inequalities, a sufficient condition that the solution of the fault detection observer exists is given and proved, and an optimized design approach is presented. The designed observer makes the systems have random stability and better capability of restraining disturbances, and the given norm index is satisfied. Simulation results demonstrate that the proposed observer can detect the faults sensitively, and the influence of unknown disturbance on residual error can be restrained to a given range.

Keywords: Markov jump system; fault detection; optimized observer; random stability; linear matrix inequality

Markov 跳变系统可以抽象为时间演化和事件驱动两类动态机制. 此类系统可由一系列可以相互转化的子系统切换组成, 子系统间通过基于有限

模态集的 Markov 链发生转化. 在针对跳变系统的研究中, 稳定性分析^[1-2]、 H_∞ 控制^[3]和滤波^[4]等方面已经取得了很好的成果, 但对其故障检测^[5]关注

较少.

本文主要针对含未知扰动的跳变系统进行故障检测,结合线性系统故障检测的相关理论^[6-9],构造优化观测器,对系统重新建模,并利用构造的 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式(LMIs),证明并给出故障检测观测器有解的充分条件和优化设计方法.

1 系统描述

考虑如下—类 Markov 线性跳变系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\mathbf{r}_t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{r}_t)\mathbf{u}(t) + \\ &\quad \mathbf{B}_f(\mathbf{r}_t)\mathbf{f}(t) + \mathbf{B}_d(\mathbf{r}_t)\mathbf{d}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\mathbf{r}_t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_f(\mathbf{r}_t)\mathbf{f}(t) + \mathbf{D}_d(\mathbf{r}_t)\mathbf{d}(t) \\ \mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}_0, \mathbf{r}_t = \mathbf{r}_0, t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是系统的状态向量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^l$ 是测量输出; $\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^p$ 是系统的加性故障; $\mathbf{d}(t) \in \mathbf{R}^q$ 是不确定的未知输入信号包括扰动、噪声等,且有 $\mathbf{d}(t) \in L_2^q[0, +\infty)$; $\mathbf{x}_0, \mathbf{r}_0$ 分别是系统的初始状态和初始模态; $\mathbf{A}(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}_d(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}_f(\mathbf{r}_t), \mathbf{C}(\mathbf{r}_t), \mathbf{D}_d(\mathbf{r}_t), \mathbf{D}_f(\mathbf{r}_t)$ 分别是与模态 $\mathbf{r}_t$ 相关的适当维数的系数矩阵. 跳变转移概率的定义为

$$\begin{aligned} P_{ij}\{\mathbf{r}_{t+\Delta} = j \mid \mathbf{r}_t = i\} = \\ \left\{ \begin{aligned} \pi_{ij}\Delta t + o(\Delta t), & \quad i \neq j \\ 1 + \pi_{ii}\Delta t + o(\Delta t), & \quad i = j \end{aligned} \right. \quad (2) \end{aligned}$$

式中: 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $o(\Delta t)/\Delta t \rightarrow 0$; π_{ij} 表示从模态 i 跳变到模态 j 的转移概率, 当 $i \neq j$ 时, $\pi_{ij} \geq 0$, 并且有 $\sum_{j=1, j \neq i}^N \pi_{ij} = -\pi_{ii}$ 成立. 为了方便起见, 当 $\mathbf{r}_t = i$ 时, 分别用 $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{B}_{di}, \mathbf{B}_{fi}, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_{di}, \mathbf{D}_{fi}$ 表征 $\mathbf{A}(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}_d(\mathbf{r}_t), \mathbf{B}_f(\mathbf{r}_t), \mathbf{C}(\mathbf{r}_t), \mathbf{D}_d(\mathbf{r}_t), \mathbf{D}_f(\mathbf{r}_t)$, 并假设 $(\mathbf{C}_i, \mathbf{A}_i)$ 可观测, $\mathbf{B}_{fi}$ 取列满秩阵.

定义 1 当跳变系统式(1)中 $\mathbf{u}(t) = 0, \mathbf{f}(t) = 0, \mathbf{d}(t) = 0$ 时, 系统称为随机稳定的. 对于所有初始状态 $\mathbf{x}_0$ 和初始模态 $\mathbf{r}_0$ 有

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^T \|\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{r}_0)\|^2 dt \mid \mathbf{x}_0, \mathbf{r}_0\right\} < \infty \quad (3)$$

式中: $E\{\cdot\}$ 表示数学期望.

定义 2 在空间 $\{\mathbf{R}^n \times M \times \mathbf{R}^+\}$ 上, 引入系统的随机 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}(\mathbf{x}(t), \mathbf{r}(t) = i, t > 0) = \mathbf{V}(\mathbf{x}, i)$, 定

义其弱无穷小算子为

$$\Gamma_{V(x,i)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [E\{(x(t + \Delta t), \mathbf{r}(t + \Delta t), t + \Delta t)\} - \mathbf{V}(\mathbf{x}(t), i, t)] \quad (4)$$

一般来说, 基于解析模型的故障检测系统包含残差生成器和评价器, 而残差评价器则由残差评价函数、阈值选择和逻辑实现等组成. 以下将就这两部分进行分析讨论.

针对跳变系统式(1), 构造一个线性全阶输出观测器

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_i(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 和 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ 分别为系统的状态和输出估计值; $\mathbf{H}_i$ 为观测器增益, 选择 $\mathbf{H}_i$ 要满足系统稳定性、故障灵敏性等要求. 定义系统状态估计误差 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, 输出估计误差 $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)$, 考虑到状态通常不可以测量, 将 $\boldsymbol{\gamma}$ 定义为残差, 则有残差生成器

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{D}_{fi}\mathbf{f} + \mathbf{D}_{di}\mathbf{d} \quad (6)$$

它描述了加性故障和未知干扰对系统残差的影响. 为了分析方便, 可将未知干扰对残差的影响记作 $\boldsymbol{\gamma}_d$, 而将故障对残差的影响记作 $\boldsymbol{\gamma}_f$, 同时将二者对状态估计误差的影响分别记作 $\boldsymbol{\varepsilon}_d, \boldsymbol{\varepsilon}_f$.

进而通过系统式(5)和系统式(1)重构如下观测器系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\varepsilon} + \bar{\mathbf{B}}_{fi}\mathbf{f} + \bar{\mathbf{B}}_{di}\mathbf{d} \\ \boldsymbol{\gamma} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{D}_{fi}\mathbf{f} + \mathbf{D}_{di}\mathbf{d} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中

$$\bar{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A}_i - \mathbf{H}_i\mathbf{C}_i; \quad \bar{\mathbf{B}}_{fi} = \mathbf{B}_{fi} - \mathbf{H}_i\mathbf{D}_{fi}$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{di} = \mathbf{B}_{di} - \mathbf{H}_i\mathbf{D}_{di}$$

引理 1 如果存在一组正定对称矩阵 $\mathbf{P}_i, i \in M$, 使得

$$\boldsymbol{\Xi}_i = \bar{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \bar{\mathbf{A}}_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j < 0 \quad (8)$$

则重构系统式(7)是随机稳定的.

为了描述残差生成器对未知干扰信号的抑制作用, 要求使得由于干扰引起的残差响应的 2-范数与干扰信号的 2-范数的商值不超过某一上限, 即满足

$$E\left\{\int_0^t \boldsymbol{\gamma}_d^T \boldsymbol{\gamma}_d dt\right\} \leq r_1^2 E\left\{\int_0^t \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt\right\} \quad (9)$$

本文设计的目标是希望 r_1 尽可能地小, 即要求

残差生成器对未知干扰信号的鲁棒性达到最好.

类似地,为了确保残差生成器对故障的灵敏性,要求由故障信号引起的残差响应的 2-范数与故障信号的 2-范数的商值不小于某一下限,即满足

$$E\left\{\int_0^t \gamma_f^T \gamma_f dt\right\} \geq r_2^2 E\left\{\int_0^t f^T f dt\right\} \quad (10)$$

本文设计的目标是希望 r_2 尽可能地大,即要求残差生成器对未知故障信号的灵敏性达到最好.

按上面的分析方法,应尽可能地抑制干扰对残差响应的影响,而将故障对残差响应的影响扩大化.只要选取合适的阈值,就可以将二者对残差的影响很好地区分开来,从而达到故障检测和分离的目的.

若设 $\|d\|_2 \leq \Delta d$,此故障检测的阈值问题可根据噪声信号选取,即可以转化为寻求阈值

$$J_{th} = \sup_{d \in L_2, f=0} E\int_0^t \gamma^T \gamma dt = r_1^2 \Delta d \quad (11)$$

根据以上选择,故障检测的实现为

$$\left. \begin{aligned} f(\gamma) &= E\int_0^t \gamma^T \gamma dt > J_{th} \rightarrow \text{发生故障} \\ f(\gamma) &= E\int_0^t \gamma^T \gamma dt \leq J_{th} \rightarrow \text{正常} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left[\begin{array}{cc} A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j + C_i^T C_i - C_i^T \bar{H}_i^T - \bar{H}_i C_i & P_i B_{di} + C_i^T D_{di} - \bar{H}_i D_{di} \\ B_{di}^T P_i + D_{di}^T C_i - D_{di}^T \bar{H}_i^T & -r_1^2 I + D_{di}^T D_{di} \end{array} \right] > 0 \quad (15)$$

式中: $\bar{H}_i = P_i H_i$.

证明 取正定对称矩阵 $P_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$,对系统式(7),取 Lyapunov 函数 $V(\epsilon_d, i) = \epsilon_d^T P_i \epsilon_d \geq 0$.

设 $f=0$,则式(7)等价于

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_d &= \bar{A}_i \epsilon_d + \bar{B}_{di} d \\ \gamma_d &= C_i \epsilon_d + D_{di} d \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

考虑到定义 2,有下式成立

$$\Gamma_{V(\epsilon_d, i)} = \epsilon_i^T \Xi_i \epsilon_d + d^T \bar{B}_{di} P_i \epsilon_d + \epsilon_i^T P_i B_{di} d \quad (17)$$

在 $0 \rightarrow t$ 上对式(17)积分,得到

$$E\left\{\int_0^t \Gamma_{V(\epsilon_d, i)} dt\right\} = E\{V(\epsilon_d, i)\} - V(\epsilon_0, i_0) \quad (18)$$

在零初始条件下,运用 Dynkin 公式,式(18)即为 $E\left\{\int_0^t \Gamma_{V(\epsilon_d, i)} dt\right\} = E\{V(\epsilon_d, i)\}$,结合式(9),取 $J_1 = E\int_0^t \gamma_d^T \gamma_d dt - r_1^2 E\int_0^t d^T d dt$,将 $\gamma_d = C_i \epsilon_d + D_{di} d$

式中: $f(\gamma)$ 为残差评价函数.为了与以上积分时间保持一致,选取 $0 \rightarrow t$ 为评价时间段,由于故障发生在有限时间段,故 t 的取值为有限值.

由于满足式(9)和式(10)的 r_1, r_2 存在很多对,据此设计的满足要求的观测器增益矩阵 H_i 也很多.为了保证观测器稳定的前提下,设计出优化的观测器 H_i ,对选定的同时满足式(9)、式(10)的 $r_2 > r_1 > 0$,使得如下性能指标最小

$$J_e = r_1 / r_2 \quad (13)$$

即达到鲁棒性和灵敏性的最佳平衡.

2 跳变系统观测器分析与设计

定理 1 对跳变系统式(1),重构观测器系统式(7)几乎渐近稳定,并满足式(9)的条件是,如果存在正定对称矩阵 $P_i > 0$ 和矩阵 $\bar{H}_i$,使得

$$\left[\begin{array}{cc} \Xi_i + C_i^T C_i & P_i \bar{B}_{di} + C_i^T D_{di} \\ \bar{B}_{di}^T P_i + D_{di}^T C_i & -r_1^2 I + D_{di}^T D_{di} \end{array} \right] < 0 \quad (14)$$

或者

代入,则有以下式成立

$$\begin{aligned} J_1 + E\{V(\epsilon_d, i)\} &= \\ E\int_0^t [\gamma_d^T \gamma_d - r_1^2 d^T d - \Gamma_{V(\epsilon_d, i)}] dt &= \\ E\int_0^t \{ \epsilon_d^T [\Xi_i + C_i^T C_i] \epsilon_d + \epsilon_d^T [P_i \bar{B}_{di} + C_i^T D_{di}] d + \\ d^T [\bar{B}_{di}^T P_i + D_{di}^T C_i] \epsilon_d + d^T [-r_1^2 I + D_{di}^T D_{di}] d \} dt & \end{aligned} \quad (19)$$

结合相关矩阵变换,式(19)可以表示为

$$\begin{aligned} J_1 + E\{V(\epsilon_d, i)\} &= E\int_0^t \{ (\epsilon_d^T, d^T) \cdot \\ \left[\begin{array}{cc} \Xi_i + C_i^T C_i & P_i \bar{B}_{di} + C_i^T D_{di} \\ \bar{B}_{di}^T P_i + D_{di}^T C_i & -r_1^2 I + D_{di}^T D_{di} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ d \end{bmatrix} \} dt & \end{aligned} \quad (20)$$

则 $J_1 \leq 0$ 可以由矩阵不等式(14)或式(15)保证.对于式(17),若不考虑外部的干扰信号,设 $d=0$,则 $\Gamma_{V(\epsilon_d, i)} < 0$,即 $\Xi_i < 0$,满足引理跳变系统随机稳定性

条件,即重构系统式(7)随机稳定.证毕.

定理 2 对跳变系统式(1),重构观测器系统式(7)几乎渐近稳定并满足式(10)的条件是,如果存在正定对称矩阵 $\mathbf{P}_i > 0$ 和矩阵 $\bar{\mathbf{H}}_i$,使得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{P}_j - \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i - \mathbf{C}_i^T \bar{\mathbf{H}}_i^T - \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{C}_i & \mathbf{C}_i^T \mathbf{D}_{fi} + \bar{\mathbf{H}}_i \mathbf{D}_{fi} - \mathbf{P}_i \mathbf{B}_{fi} \\ \mathbf{D}_{fi}^T \mathbf{C}_i + \mathbf{D}_{fi}^T \bar{\mathbf{H}}_i^T - \mathbf{B}_{fi}^T \mathbf{P}_i & r_2^2 \mathbf{I} - \mathbf{D}_{fi}^T \mathbf{D}_{fi} \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

证明 取正定对称矩阵 $\mathbf{P}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$,对系统式(7),取 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}(\mathbf{e}_f, i) = \mathbf{e}_f^T \mathbf{P}_i \mathbf{e}_f \geq 0$,设 $d=0$,则式(7)等价于

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_f = \bar{\mathbf{A}}_i \mathbf{e}_f + \bar{\mathbf{B}}_{fi} \mathbf{f} \\ \mathbf{y}_f = \mathbf{C}_i \mathbf{e}_f + \mathbf{D}_{fi} \mathbf{f} \end{cases} \quad (23)$$

同样取 $J_2 = E \int_0^t \mathbf{y}_f^T \mathbf{y}_f dt - r_2^2 E \int_0^t \mathbf{f}^T \mathbf{f} dt$,以下证明过程类似定理 1,故从略.

从上述定理不难看出,若跳变系统式(1)和重构的观测器系统不含 Markov 模态,定理 1 和定理 2 即退化为线性时不变动态系统的结果^[6].

定理 3 对跳变系统式(1)和重构观测器系统式(7),以及残差生成器式(6)几乎渐近稳定,并满足式(13)的条件是,如果存在正定对称矩阵 $\mathbf{P}_i > 0$ 和矩阵 $\mathbf{H}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \bar{\mathbf{H}}_i$,对于 $r_2 > r_1 > 0$ 使得矩阵不等式(14)和式(21)同时成立,或者使得式(15)和式(22)同时成立.

根据以上定理,可以得到如下的优化观测器的设计步骤.

(1)分别求出满足定理 1 和定理 2 的 $r_{1\min}$ 和 $r_{2\max}$.

(2)取 $r_2 = r_{2\max}$,对于给定的 $r_{11} = r_{1\min}$,看矩阵不等式(15)和式(22)是否同时存在可行解,若不满足,对于给定的足够小的 $\eta_1 > 0$,取 $r_{1i} = r_{1i-1} + \eta_1$,依次迭代,看是否同时满足,若再不满足,对于给定的足够小的 $\eta_2 > 0$,取 $r_{2i} = r_{2i-1} - \eta_2$,依次迭代,看是否同时满足,直到 $J_{1e} = r_1/r_2$ 最小,记录 $r_1, r_2, \mathbf{P}_i$ 和 $\mathbf{H}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \bar{\mathbf{H}}_i$.

(3)取 $r_1 = r_{1\min}$,对于给定的 $r_{21} = r_{2\max}$,看矩阵不等式(15)和式(22)是否同时存在可行解,若不满足,对于给定的足够小的 $\xi_1 > 0$,取 $r_{2i} = r_{2i-1} - \xi_1$,依次迭代,看是否同时满足,若再不满足,对于给定的足够小的 $\xi_2 > 0$,取 $r_{1i} = r_{1i-1} + \xi_2$,依次迭代,看是否同时满足,直到 $J_{2e} = r_1/r_2$ 最小,记录 $r_1, r_2, \mathbf{P}_i$ 和

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_i - \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i & \mathbf{C}_i^T \mathbf{D}_{fi} - \mathbf{P}_i \bar{\mathbf{B}}_{fi} \\ \mathbf{D}_{fi}^T \mathbf{C}_i - \bar{\mathbf{B}}_{fi}^T \mathbf{P}_i & r_2^2 \mathbf{I} - \mathbf{D}_{fi}^T \mathbf{D}_{fi} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

或者

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \bar{\mathbf{H}}_i.$$

(4)选取步骤(2)、(3)中最小的 $J_{\min} = \min(J_{1e}, J_{2e})$ 对应的 $r_1, r_2, \mathbf{P}_i$ 和 $\mathbf{H}_i$,再进行 SIMULINK 仿真.

3 数字示例

考虑一类 Markov 线性跳变系统式(1)的系数矩阵

模态 1

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_1 = [1 \quad 1]$$

$$\mathbf{B}_{f1} = \begin{bmatrix} 4.3 \\ 2.8 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_{f1} = [2.2]; \mathbf{B}_{d1} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{d1} = [0.5]$$

模态 2

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_2 = [1 \quad 1]$$

$$\mathbf{B}_{f2} = \begin{bmatrix} -3.6 \\ 2.1 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_{f2} = [2.2]; \mathbf{B}_{d2} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{d2} = [0.4]$$

反映各个模态间转移率的转移概率矩阵为 $\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$,运用 MATLAB 中 LMI 仿真工具,可以得到分别满足式(15)和式(22)的最小的 r_1 和最大的 r_2 ,分别为 0.25 和 2.19. 根据相应的优化设计步骤,可以得到满足式(13)的 r_1 和 r_2 分别为 0.92 和 1.48,得到相应的观测器增益阵分别为

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} -1.038 & 5 \\ 0.996 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 1.477 & 1 \\ 1.129 & 7 \end{bmatrix}$$

给定系统控制输入幅值为 1 V 的阶跃激励,假定故障为第 8 s 到第 12 s 之间幅值为 1 V 的方波信号,所加未知干扰是方差为 0.05 的白噪声,如图 1 所示,其系统模态、残差响应和残差评价函数分别如图 2~图 4 所示.

从图 4 可以看出,若假设 $\Delta d = 3.0$ V,则 $J_{th} =$

$r_1^2 \Delta d = 2.54$, 当 $t = 9.1$ s 时有 $f(\gamma) = E \int_0^t \gamma^T \gamma dt = 2.75 > J_{th}$, 故障发生 1.1 s 以后被检测到。

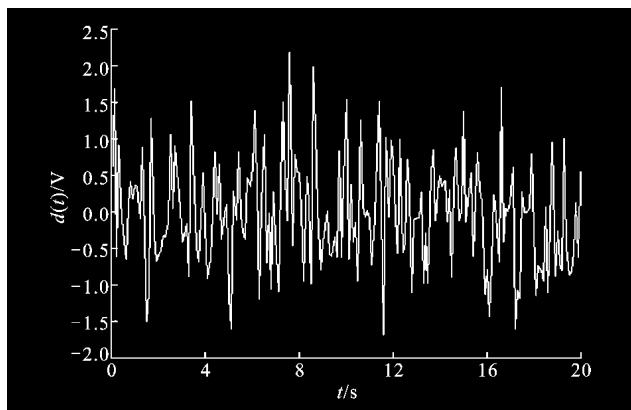


图1 未知干扰信号

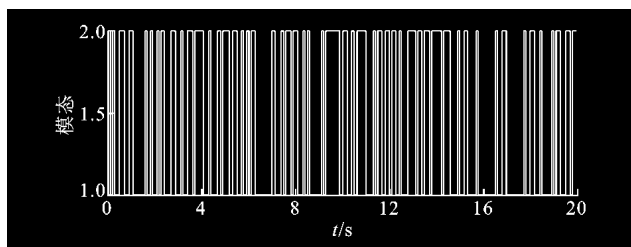


图2 系统的模态

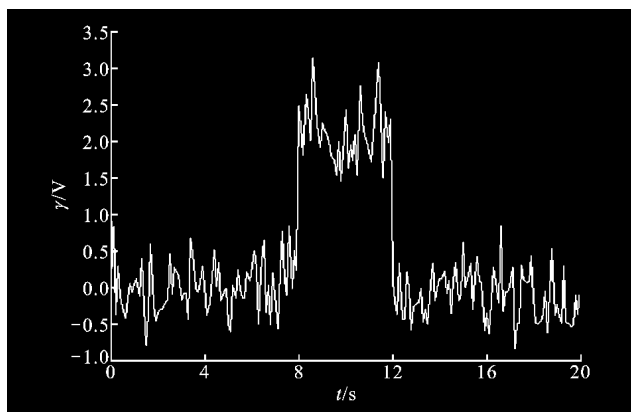


图3 系统残差响应

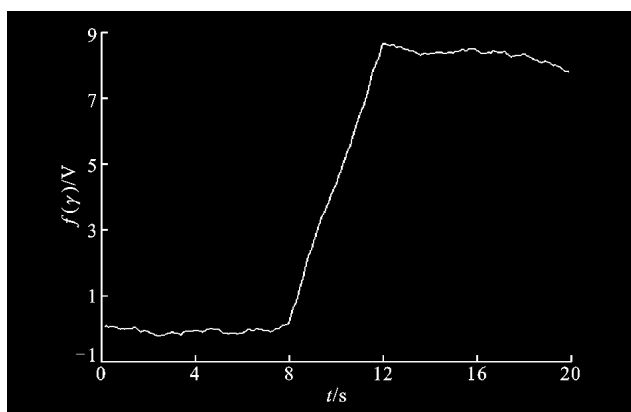


图4 残差评价函数

4 结束语

本文针对一类具有未知干扰的 Markov 跳变系统的故障检测问题, 基于范数理论, 设计了系统的优化观测器. 通过选定的性能指标, 证明并给出了故障检测观测器存在的条件, 并给出了设计方法. 仿真算例证明了本文方法的有效性.

参考文献:

- [1] Feng X, Loparo K A, Ji Y, et al. Stochastic stability properties of jump linear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(1): 1141-1146.
- [2] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stability and continuous time Markov jump linear quadratic control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(7): 777-788.
- [3] de Farias D P, Geromel J C, Do Val J, et al. Output feedback control of Markov jump linear systems in continuous-time [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5): 944-949.
- [4] 刘飞. 不确定跳变系统鲁棒 L_2/L_∞ 滤波 [J]. 控制与决策, 2005, 20(1): 32-40.
Liu Fei. Robust L_2/L_∞ filtering for uncertain jump systems [J]. Control and Decision, 2005, 20(1): 32-40.
- [5] Zhong M, Ye H, Shi P, et al. Fault detection for Markovian jump systems [J]. IEE Process Control Theory Appl, 2005, 152(4): 397-402.
- [6] 彭涛, 桂卫华, Steven X D, 等. 一种基于 LMI 的 H/H_∞ 故障检测观测器优化设计方法 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2004, 35(4): 628-631.
Peng Tao, Gui Weihua, Steven X D, et al. An LMI based H/H_∞ optimal design approach for fault detection observer [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2004, 35(4): 628-631.
- [7] Chen J, Patton R J. Robust model based fault diagnosis for dynamic systems [M]. Boston: Kluwer Academic Press, 1999.
- [8] Frank P M, Dings X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems [J]. J Proc Cont, 1997, 7(6): 403-424.
- [9] Zhong Maiying, Ding S X, Lam J, et al. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems [J]. Automatica, 2003, 39(3): 543-550.

(编辑 刘杨)