

一种含有镜面反射由明暗恢复形状的新算法

杨磊, 韩九强

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 提出了一种基于混合反射模型的由明暗恢复形状的离散算法。采用有限差分近似微分运算, 将一阶非线性微分方程所描述的反射图方程转化为关于未知表面高度的代数方程, 再由反射图方程和图像梯度信息构造目标方程, 进而用 Newton 迭代算法求出该方程的数值解, 得到表面三维形状。所提出的新算法具有快速准确的特点, 在恢复物体的细节和边缘时, 比同类算法更准确。合成半球图像的实验结果表明, 与三角形面元算法相比, 新算法恢复高度的平均相对误差和 CPU 运行时间分别减少了 37.2% 和 20.22%。

关键词: 三维形状恢复; 混合反射模型; 反射图方程

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)04-0435-05

New Algorithm of Shape-from-Shading with Specular Reflectance

Yang Lei, Han Jiuqiang

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A discrete shape-from-shading (SFS) algorithm based on hybrid reflectance model is proposed. The finite difference is used to approximate differential operation; the reflectance map equation described by the first order nonlinear differential equation is transformed into an algebraic equation about the unknown surface heights, and then the objective equation is constructed by the reflectance map equation and gradient information of image. Moreover, the Newton iterative algorithm is utilized to obtain the numerical solution and 3D shape of the surface. The proposed SFS algorithm is fast and effective and can recover more edges and details of objects than other same kind of methods. The experimental results of the synthesized hemisphere image show that the relative height error and CPU time of the proposed SFS are dropped by 37.2% and 20.22% respectively compared with the triangular-facet-based algorithm.

Keywords: 3D shape reconstruction; hybrid reflectance model; reflectance map equation

由单幅图像灰度明暗变化恢复物体三维形状 (Shape-From-Shading, SFS) 是计算机视觉中被动三维测量技术的重要方法之一, 广泛应用于工业生产自动化测量、医学、SAR 图像地形测量及月球或星球表面形状恢复^[1-3]。SFS 算法在 20 世纪 70 年代由 Horn 等人提出并发展^[4-6]。在此基础上, 提出了多种改进算法, 如有限元算法、神经网络算法等^[7-8]。然而, 目前的算法普遍存在两方面问题: 一是反射模型过于简单, 通常的 SFS 算法使用漫反射模

型, 在实际成像过程建模时存在误差^[1-4]; 二是先求表面梯度再积分的两步间接算法的数值积分误差比较大^[9]。

本文提出了一种基于混合反射模型的 SFS 直接算法以克服上述两方面不足。新算法使用既含有漫反射又含有镜面反射的混合反射模型, 采用有限差分运算近似微分运算, 使用表面高度表示的反射图及其图像梯度信息构造目标方程, 并使用 Newton 迭代算法求解目标方程, 得到新的三维形状恢

复直接算法.

1 光照反射模型及目标方程

设像平面为 xy 平面, 摄像机方向与 z 轴重合, 在正交投影成像条件下, SFS 问题是求解图像的反射图方程^[4]

$$R(p(x, y), q(x, y)) = I(x, y) \quad (1)$$

式中: $R(p(x, y), q(x, y))$ 是反射模型确定的反射图; $I(x, y)$ 是采集的灰度图像. $[p(x, y), q(x, y), -1]^T$ 是表面高度函数 $z = z(x, y)$ 的梯度向量, 其中

$$p(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} \quad (2)$$

以下 $p(x, y), q(x, y)$ 分别简记为 p, q .

已知点光源方向向量为 $[p_0, q_0, -1]^T$, 摄像机方向向量为 $[p_c, q_c, -1]^T$, 其中 p_0 和 q_0 分别是光源方向向量在 x 轴和 y 轴方向的分量, p_c 和 q_c 分别是摄像机方向向量在 x 轴和 y 轴方向的分量. 光源与摄像机中垂线的方向向量为 $[(p_c + p_0)/2, (q_c + q_0)/2, -1]^T$, 记为 $[p_h, q_h, -1]^T$. 理想漫反射表面和理想镜面反射表面的反射图常用 Lamertian 模型^[4]和 Phong 模型表示^[6]. 由理想漫反射模型和理想镜面反射模型的线性组合构成的接近实际的混合反射模型的反射图可描述为^[8]

$$R(p, q) = (1 - w) \frac{pp_0 + qq_0 + 1}{(p^2 + q^2 + 1)^{1/2} (p_0^2 + q_0^2 + 1)^{1/2}} + w \left[\frac{pp_h + qq_h + 1}{(p^2 + q^2 + 1)^{1/2} (p_h^2 + q_h^2 + 1)^{1/2}} \right]^K \quad (3)$$

式中: $w \in [0, 1]$ 是光滑因子; $K \in \mathbf{Z}^+$ 是镜面反射指数因子.

设图像 $I(x, y)$ 在 x, y 方向的梯度分别是 $I_x(x, y)$ 和 $I_y(x, y)$, 则由式(1)得

$$\begin{cases} I_x(x, y) = \frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial R}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x} \\ I_y(x, y) = \frac{\partial I}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial y} \end{cases} \quad (4)$$

图像的梯度反映表面的细节, 故本文使用含有图像梯度信息的目标方程作为求解对象

$$F(p, q) = 0 \quad (5)$$

式中

$$F(p, q) = R(p, q) + \alpha(R_x(p, q) + R_y(p, q)) - I(x, y) - \alpha(I_x(x, y) + I_y(x, y)) \quad (6)$$

其中 $\alpha \geq 0$ 为图像梯度加权因子. 通过多次实验得到最佳图像梯度加权因子 $\alpha = 0.12$.

2 目标方程离散化

经典 SFS 方法多为两步算法^[1-4, 8], 先使用变分方法求梯度向量, 然后由梯度向量经过数值积分得到高度函数. 然而, 由梯度恢复高度的积分误差比较大^[9], 因此本文采用中心差分近似微分运算, 将式(6)直接转化为关于高度的非线性方程组, 求出高度函数, 从而避免梯度积分误差.

设图像的分辨率为 $M \times N$. 离散域坐标 $(i, j) \in [1, M] \times [1, N]$ 对应连续域坐标 $(x, y) \in D^2$, 其中 D^2 为图像区域. 内部像素点用中心差分有

$$p(x, y) \approx p_{i,j} = \frac{z_{i+1,j} - z_{i-1,j}}{2}$$

$$q(x, y) \approx q_{i,j} = \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j-1}}{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}{2} = \frac{z_{i+2,j} - 2z_{i,j} + z_{i-2,j}}{4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial x} \approx \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j-1}}{2} =$$

$$\frac{z_{i+1,j+1} - z_{i-1,j+1} - z_{i+1,j-1} + z_{i-1,j-1}}{4}$$

$$\frac{\partial q}{\partial y} \approx \frac{q_{i,j+1} - q_{i,j-1}}{2} = \frac{z_{i,j+2} - 2z_{i,j} + z_{i,j-2}}{4}$$

$$I_x(i, j) = \frac{I(i+1, j) - I(i-1, j)}{2}$$

$$I_y(i, j) = \frac{I(i, j+1) - I(i, j-1)}{2}$$

在 4 个角点和 4 条边界上用前向差分或后向差分近似偏导数进行离散化, 再由式(3)~式(6)得

$$F_{i,j}(z_{i-2,j}, z_{i-1,j}, z_{i+1,j}, z_{i+2,j}, z_{i,j-2}, z_{i,j-1}, z_{i,j}, z_{i,j+1}, z_{i,j+2}, z_{i-1,j-1}, z_{i-1,j+1}, z_{i+1,j-1}, z_{i+1,j+1}) = 0 \quad (7)$$

设 $\mathbf{Z} = [z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1N}, z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2N}, \dots, z_{M1}, z_{M2}, \dots, z_{MN}]^T$, 将式(7)写成向量形式

$$\mathbf{F}(\mathbf{Z}) = \mathbf{0} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{F}(\mathbf{Z}) = [F_{11}, F_{12}, \dots, F_{1N}, F_{21}, F_{22}, \dots, F_{2N}, \dots, F_{M1}, F_{M2}, \dots, F_{MN}]^T$. 下面用 Newton 迭代算法求解式(8)所示的非线性方程组.

3 SFS 算法

已知点光源方向和摄像机的方向, 计算光源与摄像机中垂线的方向, 归一化图像得到 $I(i, j)$. 对于某种材质的表面确定其光滑因子 w 和镜面反射指数因子 K 的值. 设初始高度为 $\mathbf{Z}^{(0)}$, $\mathbf{Z}^*$ 是满足方程组(8)的真解, 由 Taylor 公式展开第 k 个方程, 得

$$F_k(\mathbf{Z}^*) \approx F_k(\mathbf{Z}^{(0)}) + \sum_{m=1}^{M \times N} \left. \frac{\partial F_k}{\partial z_m} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(0)}} (z_m^* - z_m^{(0)}) = 0 \quad (9)$$

式中: k 为 $(1,1), (1,2), \dots, (1,N), (2,1), (2,2), \dots, (2,N), \dots, (M,1), (M,2), \dots, (M,N)$. 如果直接用 Newton 法求非线性方程组(8),则需要计算维数是 $MN \times MN$ 的 Jacobi 矩阵及维数达到 $MN \times MN$ 的逆矩阵,这不易求解. 因此,本文采用投影 Newton 算法,在迭代计算 $\mathbf{Z}$ 的某一个分量 $z_{i,j}$ 时,使其他像素点的高度不变,即得到 $M \times N + 1$ 维空间的曲线 $F(\mathbf{Z})$ 沿下降方向在 $M \times N$ 维空间的投影. 这样式(9)简化为

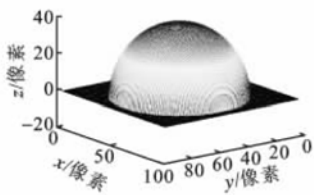
$$F_k(\mathbf{Z}^*) \approx F_k(\mathbf{Z}^{(0)}) + \left. \frac{\partial F_k}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(0)}} (z_{i,j}^* - z_{i,j}^{(0)}) = 0$$

假设 $\left. \frac{\partial F_k}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(0)}} \neq 0$, 得到 Newton 迭代计算公式

$$z_{i,j}^{(l+1)} = z_{i,j}^{(l)} - \frac{F_k(\mathbf{Z})}{\left. \frac{\partial F_k(\mathbf{Z})}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} \quad (10)$$

式中: $l=1, 2, \dots$ 是迭代次数. 观察式(9),对于内部像素点 (i,j) ,与 $z_{i,j}$ 有关的反射图方程只有相邻的 13 个像素点,即 $k=(i,j), (i-2,j), (i-1,j), (i+1,j), (i+2,j), (i,j-2), (i,j-1), (i,j+1), (i,j+2), (i-1,j-1), (i-1,j+1), (i+1,j-1), (i+1,j+1)$,因此采用平均计算效果,得到 SFS 新算法迭代计算公式

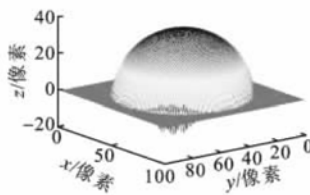
$$z_{i,j}^{(l+1)} = z_{i,j}^{(l)} - \frac{1}{13} \left(\frac{F_{i-2,j}}{\left. \frac{\partial F_{i-2,j}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i-1,j}}{\left. \frac{\partial F_{i-1,j}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i+1,j}}{\left. \frac{\partial F_{i+1,j}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i+2,j}}{\left. \frac{\partial F_{i+2,j}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j-2}}{\left. \frac{\partial F_{i,j-2}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j-1}}{\left. \frac{\partial F_{i,j-1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j+1}}{\left. \frac{\partial F_{i,j+1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j+2}}{\left. \frac{\partial F_{i,j+2}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} \right)$$



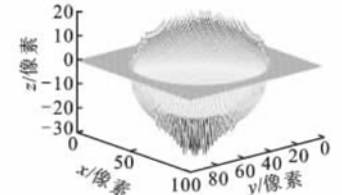
(a) 半球的形状



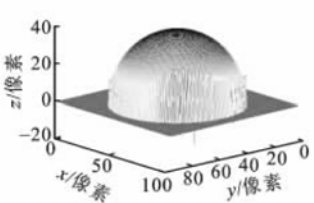
(b) 合成的灰度图像



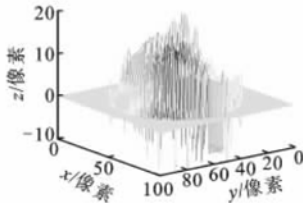
(c) 文献[7]算法恢复的形状



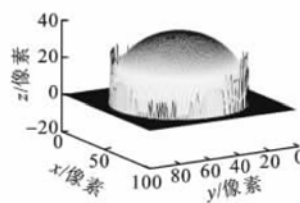
(d) 图 1c 与半球的误差



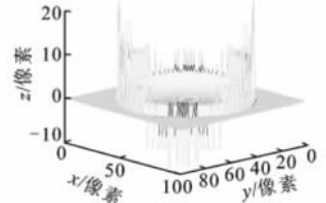
(e) 文献[10]算法恢复的形状



(f) 图 1e 与半球的误差



(g) 本文算法恢复的形状



(h) 图 1g 与半球的误差

图 1 半球合成图像的三维形状恢复比较

$$\begin{aligned} & \frac{F_{i,j-1}}{\left. \frac{\partial F_{i,j-1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j+1}}{\left. \frac{\partial F_{i,j+1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j+2}}{\left. \frac{\partial F_{i,j+2}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \\ & \frac{F_{i-1,j-1}}{\left. \frac{\partial F_{i-1,j-1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i-1,j+1}}{\left. \frac{\partial F_{i-1,j+1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i+1,j-1}}{\left. \frac{\partial F_{i+1,j-1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \\ & \frac{F_{i+1,j+1}}{\left. \frac{\partial F_{i+1,j+1}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} + \frac{F_{i,j}}{\left. \frac{\partial F_{i,j}}{\partial z_{i,j}} \right|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}}} \Big|_{\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^{(l)}} \quad (11) \end{aligned}$$

同样,对于图像边界上的点,可以用前向或后向差分得到迭代计算公式(11).

4 实验

4.1 合成图像的三维形状恢复

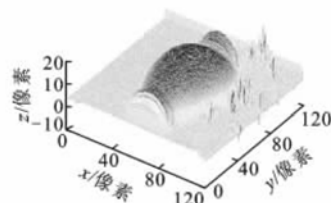
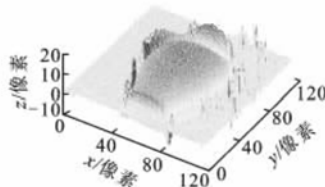
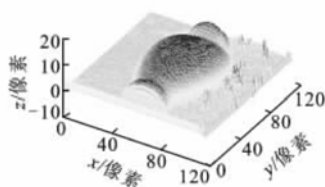
本文实验运行环境如下: CPU 为 AMD1.7 GHz, RAM 是 256 MB; 软件为 Windows 2000 及 Matlab 6.5. 三维图中的单位均为像素. 用混合反射模型式(3)生成半径为 40 像素的半球图像(如图 1a 所示),图像分辨率为 100×100 像素,光源方向为 $[0.01, 0.10, -1]^T$,摄像机的方向为 $[0, 0, -1]^T$,选取 $w=0.1, K=15$. 图 1c~图 1h 是用本文和其他两种同类的不同重构算法对合成半球三维形状恢复的结果.

由图 1 可见,本文算法的重构误差比较小,而且分布均匀,而文献[7]和文献[10]算法的重构误差积累在图像的一条对角线上. 这是由于本文算法采用对称中心差分,在重构过程中利用了与重构点相邻的 12 个邻域点的图像信息,使误差尽量减小,且整体分布均匀,而文献[7]和文献[10]算法采用了基于前向差分的三角形面元方法,仅使用了与重构点相邻的 2 个邻域点的图像信息,从而使重构误差沿图像的对角线积累.

表1是对图1的定量比较,由表1可以看出,本文算法在运行时间和重构高度平均误差以及重构高度均方根误差整体上比文献[7]和文献[10]的算法有较大改进,本文算法的CPU运行时间比文献[7]的算法减少了20.22%,重构高度的平均相对误差比文献[10]的算法减少了37.2%.

表1 3种重构算法的性能比较

	高度平均 误差/像素	高度均方根 误差/像素	高度平均 相对误差/%	运行时间 /s
文献[7]算法	4.888 7	7.571 3	18.33	36.596
文献[10]算法	1.676 7	6.226 9	6.29	101.014
本文算法	0.624 4	1.398 7	2.34	29.248



(a)实际花瓶的灰度图像 (b)文献[7]算法恢复的形状 (c)文献[10]算法恢复的形状 (d)本文算法恢复的形状

图2 3种重构算法对实际花瓶图像的三维形状恢复比较

5 结 论

本文提出了一种基于混合表面反射模型的SFS直接算法,采用有限差分近似偏导数得到关于物体高度的反射图方程,再使用投影Newton迭代法直接求解目标方程,得到物体的三维表面形状.本文算法与经典SFS算法相比有如下优点:①属于直接恢复方法,不存在梯度数值积分误差;②考虑图像的梯度反映了形状的细节,使用含有图像梯度的目标函数以提高恢复精度;③使用混合反射模型更加接近实际.实验结果表明,本文提出的SFS算法是一种有效的快速算法.

参考文献:

- [1] Horn B K P. Height and gradient from shading [J]. Int J Computer Vision, 1990, 5 (1): 37-75.
- [2] Song Limei, Qu Xinghua, Xu Kexin, et al. Novel SFS-NDT in the field of defect detection [J]. International NDT&E, 2005, 38(5): 381-386.
- [3] Bors A G, Hancock E R, Wilson R C. Terrain analysis using radar shape-from-shading [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25 (8): 974-992.
- [4] Zhang R, Tsai P S, Cryer J E, et al. Shape from shading: a survey [J]. IEEE Trans Pattern Analysis

4.2 实际图像的三维形状恢复

图2是对一幅实际的花瓶图像^[4]进行表面恢复的情况.光源方向为 $[0.939, -1.867, -1]^T$,摄像机方向为 $[0, 0, -1]^T$,图像为 128×128 像素.反射模型的参数取 $w=0.2, K=10$.实际应用时,同类材质表面的 K 和 w 值可以通过非线性最小二乘回归法测得.

由图2可见,本文算法与文献[7]和文献[10]两种算法相比,重构的三维花瓶的形状更逼真.由文献[7]算法重构的花瓶形状存在沿图像对角线的形状形变,由文献[10]算法重构的花瓶形状边缘误差比较大,这与半球实验的结果一致.

and Machine Intelligence, 1999, 21 (8): 690-706.

- [5] Lee K M, Kuo C C J. Shape from shading with a linear triangular element surface model [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15 (8): 815-822.
- [6] Tagare H D, Defigueyredo R J P. A theory of photometric stereo for a class of diffuse non-Lambertian surfaces [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(2): 133-152.
- [7] Lee K M, Kuo C C J. Shape from shading with a generalized reflectance map model [J]. Computer Vision and Image Understanding, 1997, 67(2): 143-160.
- [8] Cho S Y, Chow T W S. A new color 3D SFS methodology using neural-based color reflectance models and iterative recursive method [J]. Neural Computation, 2002, 14(11): 2751-2789.
- [9] Karacali B, Snyder W. Noise reduction in surface reconstruction from a given gradient field [J]. Int J Computer Vision, 2004, 60(1): 25-44.
- [10] Kang Gewen, Gan Chunquan, Ren Wenwei. Shape from shading based on finite-element [C]// Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Piscataway, USA: IEEE, 2005: 5165-5169.

(编辑 刘杨)