

新型内啮合齿轮压缩机的齿间接触力研究

冯诗愚, 高秀峰, 李云, 张旭东, 郁永章
(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了使内啮合压缩机的材料选择准确、摩擦功耗减小、运行可靠性提高等, 采用线弹性理论, 在分别考虑缸体与外转子无间隙和有间隙的2种情况下, 建立了齿面接触力计算的数学模型, 该模型比有限元方法求解简单, 并可得到接触力随转角的变化关系, 特别是易于根据计算得到的结果合理设计和优化型线参数. 研究表明: 间隙会在很大程度上影响接触力的大小和变化规律; 有间隙模型所得到的接触力数值比无间隙模型大10倍以上. 考虑到实际转子压缩机中外转子和缸体之间不可避免地存在间隙, 因此有间隙模型更接近于实际情况, 而且在设计该压缩机时宜采用有间隙模型.

关键词: 内啮合; 型线; 接触力; 转子压缩机; 间隙

中图分类号: TH45 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)01-0046-04

Contact Force Between Gears for a New Type of Internal-Meshing Gear Compressor

Feng Shiyu, Gao Xiufeng, Li Yun, Zhang Xudong, Yu Yongzhang
(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The contact force of internal-meshing gear compressor between gears directly affects the choice of gears' materials, friction power and operating reliability. Linear-elastic theory was employed to set up two different mathematical models with or without consideration of the gap between the cylinder and the outer gear, respectively. The present models were more simple than finite element method and could obtain the relationship between the contact force and the rotate angle. In particular, calculating results could guide and optimize the design of profiles. The research result shows the gap will influence the magnitude and variation of the contact force. The contact force calculated with the gap model is almost 10 times higher than that with the non-gap one. The gap model is close to the actual situation and is recommended in the design of this type of compressors.

Keywords: internal-meshing; profile; contact force; rotary compressor; gap

文献[1]介绍了一种新型内啮合齿轮压缩机, 其工作时由多个啮合点将各个工作腔分割开. 由其工作特性可知, 外转子是由内转子推动和气体力的共同作用下产生回转运动, 因此啮合点之间势必会有接触力(或称啮合力), 该接触力直接影响着齿面之间的磨损和摩擦功耗. 然而, 由于多个啮合点的存在, 该压缩机接触受力为一种超静定受力问题, 虽然理

论上可以由有限元方法来相对准确地计算各个接触力的大小, 但由于有限元建模和计算的复杂性以及计算时间的冗长, 并不适合工程应用和型线参数的优化. 此外, 实际的产品在加工过程中不可避免地有一些误差, 特别是在这个压缩机中, 外转子和缸体之间的间隙是比较大的, 故内外转子将偏离理论位置, 这将影响接触力的大小. 本文对外转子与缸体无间

隙和有间隙 2 种情况建立了合适的超静定受力数学模型,并引入一个实例对接触力的大小进行了计算。

1 基本假设及计算准备

为了简化计算的复杂性,作如下假设:

- (1) 内外转子转速恒定,并处于平衡状态;
- (2) 两部件接触力沿着接触点的法线方向;
- (3) 除外转子和缸体之间,忽略其他部件的间隙,由于该间隙很小,不会影响工作腔压力分布;
- (4) 忽略摩擦力的作用;
- (5) 认为内转子是刚体,不会产生变形,弹性变形只发生在外转子;
- (6) 力方向同坐标轴相同,逆时针力矩为正。

内转子的型线方程为^[1]

$$\begin{bmatrix} x_{in}(t, \theta_i) \\ y_{in}(t, \theta_i) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} R \cos(t) - e \cos(Z_2 t) \\ R \sin(t) - e \sin(Z_2 t) \end{bmatrix} - a \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{N}(t)$ 是法向量,其计算方法参见文献[1]; R 、 Z_2 、 θ_i 、 e 分别是内转子型线发生圆的半径、外转子齿数、转子转角以及偏心距^[1]; $\mathbf{M}$ 是旋转矩阵,按下式计算

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i + \pi/Z_1) & -\sin(\theta_i + \pi/Z_1) \\ \sin(\theta_i + \pi/Z_1) & \cos(\theta_i + \pi/Z_1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

在任意转角下,啮合点的坐标为

$$\mathbf{P}_{m,j} = \begin{bmatrix} x_{m,j}(\theta_i) \\ y_{m,j}(\theta_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{in}(t_j, \theta_i) \\ y_{in}(t_j, \theta_i) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: t_j 是各啮合点对应的内转子发生角, $j=1, 2, \dots, Z_2$ 。

由于内外转子之间的接触力是大小相等、方向相反的,故此在本文中只研究内转子对外转子的接触力。该压缩机在工作时,由于气体压力的作用,除接触力以外,外转子还受到气体力 F_g 、缸体对外转子的支撑力 F_d 以及气体力作用在外转子上的气体力矩 M_g ,这些力和力矩的计算公式可参见文献[2]。

外转子处于平衡状态,故力和力矩方程为

$$\left. \begin{aligned} F_{d,x}(\theta_0) + F_{g,x}(\theta_0) + \sum_{j=1}^{Z_2} F_{m,j,x}(\theta_0) &= 0 \\ F_{d,y}(\theta_0) + F_{g,y}(\theta_0) + \sum_{j=1}^{Z_2} F_{m,j,y}(\theta_0) &= 0 \\ F_{g,y}x_g - F_{g,x}y_g - \sum_{j=1}^{Z_2} F_{m,j,x}(\theta_0)[y_m(j, \theta_0) - y_{o_2}] + \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{Z_2} F_{m,j,y}(\theta_0)[x_m(j, \theta_0) - x_{o_2}] = 0 \quad (5)$$

式中: F_x 、 F_y 代表该 F 力在坐标系 x 和 y 轴方向的分量。

2 外转子和缸体之间无间隙模型

由于外转子和缸体之间无间隙,因此缸体对外转子的支撑力可以在任意方向,其大小和方向未知。气体力和气体力矩的方向和大小是确定的。显然,接触力的大小也是未知的,但每个啮合点的接触力方向是在啮合点公法线方向,因此当外转子和缸体之间无间隙时,存在 3 种未知变量,即缸体支撑力 F_d 、支撑力方向 θ_d 以及接触力大小 $F_{m,j}$ 。但是,由于多个啮合点的存在,各个啮合点间都可能存在接触力,外转子受力为一个超静定问题,无法直接求解,必须加入一定的约束将各个啮合点之间的接触力关联起来^[3]。

如图 1 所示,由于气体力矩的作用,外转子有沿该力矩方向转动的趋势,故在保持内转子不动的情况下,将外转子转动一个极小的角度 $\Delta\alpha$,各啮合点由 $\mathbf{P}_{m,j}$ 移动到新的位置 $\mathbf{P}'_{m,j}$,按下式计算

$$\mathbf{P}'_{m,j} = \begin{bmatrix} x'_{m,j}(\theta_i) \\ y'_{m,j}(\theta_i) \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\Delta\alpha) \cdot \begin{bmatrix} x_{m,j}(\theta_i) \\ y_{m,j}(\theta_i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

新啮合点和旧啮合点的距离为

$$l_j(\theta) = |\mathbf{P}'_{m,j} - \mathbf{P}_{m,j}| \quad (7)$$

该距离在啮合点法线方向的投影为

$$l_{N,j}(\theta_i) = l_j(\theta_i) \cos(\beta_{i,j} - \beta_{N,j}) \quad (8)$$

式中: $\beta_{i,j}$ 为新旧啮合点连线和 x 轴的夹角,按下式计算

$$\beta_{i,j} = \arctan\left(\frac{y'_{m,j}(\theta_i) - y_{m,j}(\theta_i)}{y'_{m,j}(\theta_i) - x_{m,j}(\theta_i)}\right) \quad (9)$$

$\beta_{N,j}$ 为啮合点法线和 x 轴的夹角,按下式计算

$$\beta_{N,j} = \arctan\left(\frac{y_{m,j}(\theta_i) - y_p}{x_{m,j}(\theta_i) - x_p}\right) \quad (10)$$

其中 x_p 、 y_p 为瞬心坐标^[1]。

因为在任意时刻,并非所有啮合点都受力,因此必须判断出哪些点受力,哪些点不受力:

(1) 当气体力矩方向为正时,如果 $l_{N,j}(\theta_i) < 0$,就表明该啮合点不受力,因此让 $l_{N,j}(\theta_i) = 0$;

(2) 当气体力矩方向为负时,如果 $l_{N,j}(\theta_i) > 0$,就表明该啮合点不受力,因此让 $l_{N,j}(\theta_i) = 0$ 。

当气体力矩方向不一样时, $l_{N,j}(\theta_i)$ 有正有负,

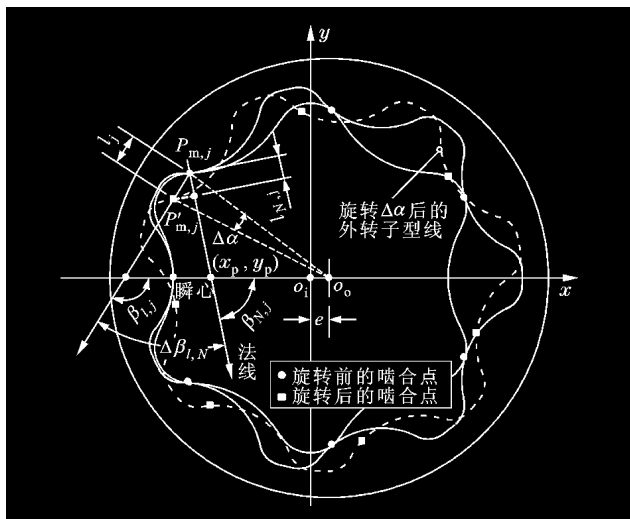


图1 无间隙模型中啮合点的变化关系

为了简化以后的计算,取 $l_{N,j}(\theta_i)$ 的绝对值,使其始终为正.

取 $l_{N,j}(\theta_i)$ 中的最大值将其归一化,即

$$\lambda_j(\theta_i) = l_{N,j}(\theta_i) / l_{N,\max}(\theta_i) \quad (11)$$

显然,按线弹性理论

$$F_{m,j}(\theta_i) = F_{m,\max}(\theta_i) \lambda_j(\theta_i) \quad (12)$$

将式(12)代入式(4)、式(5)中,可得

$$\left. \begin{aligned} F_{d,x}(\theta_o) + F_{g,x}(\theta_o) + F_{m,\max,x}(\theta_o) \sum_{j=1}^{Z_2} \lambda_j &= 0 \\ F_{d,y}(\theta_o) + F_{g,y}(\theta_o) + F_{m,\max,y}(\theta_o) \sum_{j=1}^{Z_2} \lambda_j &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &F_{g,y}x_g - F_{g,x}y_g - \\ &F_{m,\max,x}(\theta_o) \sum_{j=1}^{Z_2} \lambda_j [y_m(j, \theta_o) - y_{o_2}] + \\ &F_{m,\max,y}(\theta_o) \sum_{j=1}^{Z_2} \lambda_j [x_m(j, \theta_o) - x_{o_2}] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

根据式(13)、式(14)可求出 $F_{m,\max}(\theta_i)$, 并代入式(12)可求出各啮合点的接触力大小. 同样,缸体对外转子的接触力大小也可以相应地求出.

3 外转子和缸体之间有间隙模型

在以上模型中,并没有考虑缸体和外转子之间的间隙,因此缸体对外转子的支撑力可以在任意方向. 也就是说,齿面之间的接触力只是克服外转子上的气体转矩,故无间隙模型得到的接触力比较小.

实际上,外转子和缸体之间存在间隙,因此外转子的中心将偏离理论位置,外转子顺时针或逆时针偏转,直到外转子和缸体接触于某点. 缸体对外转子

的支撑力将通过接触点并指向外转子中心. 在这种情况下,缸体对外转子的支撑力并不能完全克服气体对外转子的作用力,额外的部分将由接触力克服.

首先,需求出外转子中心的新位置. 因为根据假设,认为内外转子之间无间隙,因此内外转子中心的距离保持为偏心距 e . 另外,接触点的法线通过外转子中心. 根据以上2个条件,并考虑到内外转子的转动方向为逆时针方向,故外转子新的中心可惟一确定.

假设外转子的外径为 D_o , 缸体内径为 D_c , 即间隙为 $\delta = (D_c - D_o)/2$, 那么这时外转子圆心的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{o_2} \\ y_{o_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \cos \left(2 \arcsin \frac{\delta}{2e} \right) \\ e \sin \left(2 \arcsin \frac{\delta}{2e} \right) \end{bmatrix} \quad (15)$$

与无间隙模型类似,在气体力矩的作用下,外转子有旋转的趋势. 但是,由于缸体对外转子的支撑力不能完全克服气体对外转子的作用力,外转子还有沿气体力方向移动的趋势,该趋势在无间隙模型中是不存在的. 因此,啮合点之间的接触力应当分解为两部分,即由旋转趋势产生的旋转接触力 $F_{mr,j}(\theta_i)$ 和移动趋势产生的移动接触力 $F_{mp,j}(\theta_i)$, 总的接触力为

$$F_{m,j}(\theta_i) = F_{mr,j}(\theta_i) + F_{mp,j}(\theta_i) \quad (16)$$

在有间隙模型中,未知变量也有3种,即缸体对外转子的支撑力 F_d 、旋转接触力 $F_{mr,j}$ 和移动接触力 $F_{mp,j}$. 同样,该模型也是一个超静定问题,也需要引入合适的约束关联各个接触力. 旋转接触力的约束方法和无间隙模型一致,以下建立移动接触力约束方法.

如图2所示,将外转子沿气体力方向移动一微小距离 $\Delta\zeta$, 各啮合点由 $P_{m,j}$ 移到新位置 $P''_{m,j}$

$$P''_{m,j} = \begin{bmatrix} x''_{m,j}(\theta_i) \\ y''_{m,j}(\theta_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{m,j}(\theta_i) \\ y_{m,j}(\theta_i) \end{bmatrix} + \Delta\zeta \begin{bmatrix} \cos\theta_g \\ \sin\theta_g \end{bmatrix} \quad (17)$$

新旧啮合点的距离为 $k_j(\theta_i)$, 其在法线方向的投影为

$$\begin{aligned} k_{N,j}(\theta_i) &= k_j(\theta_i) \cos \Delta\beta_{k,N} = \\ &k_j(\theta_i) \cos(\theta_g - \beta_{N,j}) \end{aligned} \quad (18)$$

同无间隙模型类似,在任意时刻,某些啮合点存在移动接触力,某些啮合点不承受移动接触力. 如果 $k_{N,j}(\theta_i) < 0$, 就表明该啮合点不受力,因此让

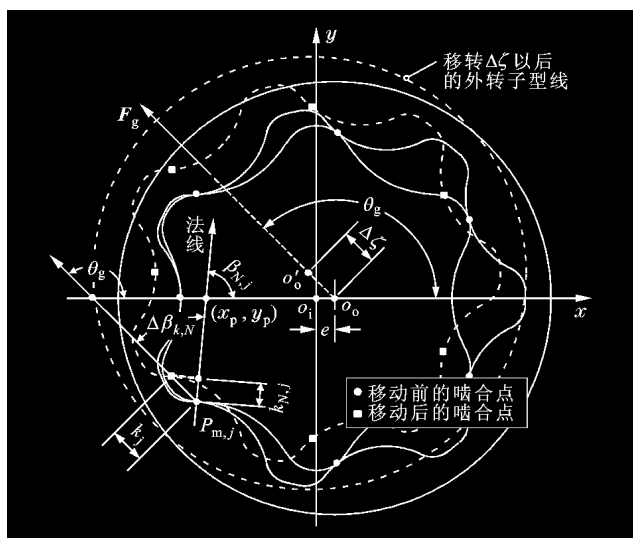


图2 有间隙模型中啮合点的变化关系

$$k_{N,j}(\theta_i)=0.$$

取 $k_{N,j}(\theta_i)$ 中的最大值 $k_{N,\max}(\theta_i)$, 并将其归一化, 即

$$\nu_j(\theta_i) = \frac{k_{N,j}(\theta_i)}{k_{N,\max}(\theta_i)} \quad (19)$$

$$F_{mp,j}(\theta_i) = F_{mp,\max}(\theta_i) \nu_j(\theta_i) \quad (20)$$

将式(20)代入式(4)、式(5)中, 变换后可求出 $F_{mr,\max}(\theta_i)$ 和 $F_{mp,\max}(\theta_i)$, 再代入式(12)和式(20)中, 可求出各啮合点的接触力大小. 同样, 缸体对外转子的支撑力也可以相应地求出.

4 计算实例及分析

结合一个具体实例对2种模型进行求解. 结构参数如下: 内外转子齿数 $Z_1/Z_2=6/7$; 内转子发生圆半径 $R=28$ mm; 偏心距 $e=2.2$ mm; 短幅距离 $a=9.5$ mm; 外转子外径 $D_o=60$ mm; 缸体内径 $D_c=60.1$ mm. 热力参数: 工质为 CO_2 ; 吸气压力为 3 MPa; 排气压力为 9 MPa.

图3是2种模型计算得到的第一个啮合点的接触力 $F_{m,r}$ (其他啮合点是类似的, 只是相位不同), 从图中可见, 当转子和缸体之间不存在间隙时, 啮合点的接触力很小, 而且该啮合点在一个周期内, 只是部分转角时刻受力, 该接触力主要用于平衡外转子受到的气体力矩. 当有间隙存在时, 总接触力由旋转接触力和移动接触力两部分构成, 此时啮合力不仅仅是承受气体转矩, 同时还要承受一部分气体力, 从而使接触力大幅度增加. 此外, 由于需要承受一部分气体力, 又导致了旋转接触力除了要克服气体力产生的转矩外, 还需要克服移动接触力产生的转矩, 因此

虽然旋转接触力的计算方法和无间隙模型类似, 但其数值却大幅度地增加, 其变化规律和无间隙模型也完全不同.

图4是无间隙和有间隙模型计算得到的缸体对外转子的支撑力. 显然, 在有间隙模型中, 由于啮合点的接触力克服了一部分气体力, 支撑力也相应减少. 图中还显示, 2种模型下缸体对外转子支撑力的方向是不同的. 在无间隙模型下, 支撑力方向和气体力的方向一致, 因为所有的气体力都由支撑力克服, 而实际的情况是, 外转子和缸体之间的接触点是固定的, 因此支撑力只能在一个特定的方向, 正是这个原因, 需要啮合点之间的接触力来克服一部分气体力.

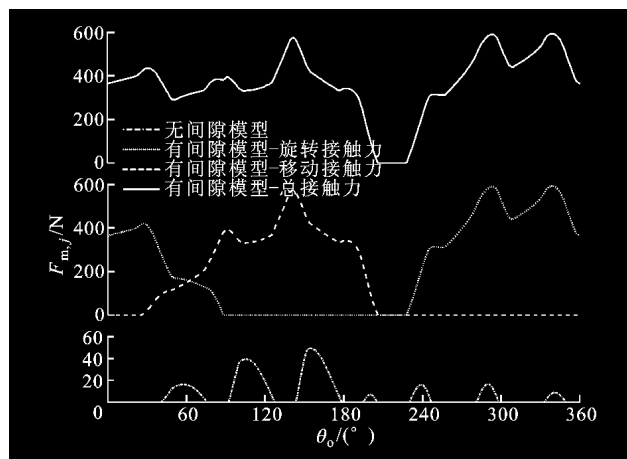


图3 接触力随外转子转角变化的关系

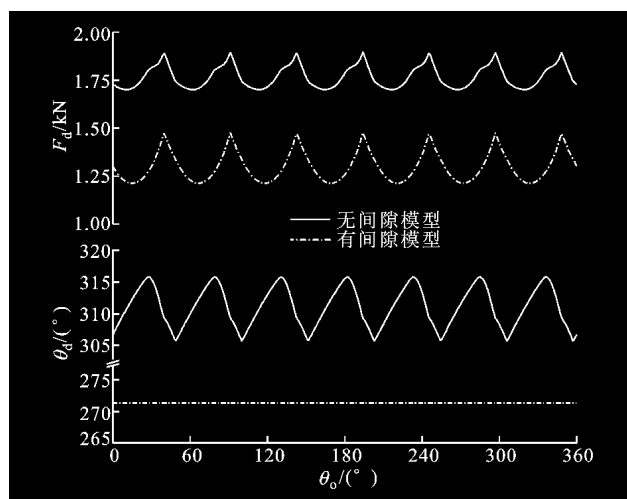


图4 支撑力及其方向随外转子转角变化的关系

5 结论

通过一个具体的实例计算后发现, 有间隙模型得到的接触力比无间隙模型大 10 倍左右.

进一步的分析表明, 实际齿面之间的接触力不

仅要克服气体转矩,还要克服一部分气体力,考虑到制造和设计过程中总是存在一定的误差,因此在设计 and 优化内啮合齿轮压缩机时,应当采用有间隙模型来计算齿间接触力。

本文的有间隙模型仅仅考虑了外转子和缸体之间存在间隙,但主轴和内转子、内转子和外转子之间都会存在间隙,因此如何计算都存在间隙的情况下的接触力还需要进一步研究。

参考文献:

- [1] 郁永章,张旭东. 一种新型全平衡高强度转子式压缩机的几何关系[J]. 西安交通大学学报, 2001,35(11): 1193-1197.

Yu Yongzhang, Zhang Xudong. Geometry relations of a new rotary compressor[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001,35(11):1193-1197.

- [2] 张旭东,郁永章. 一种新型全平衡高强度转子式压缩机的受力分析[J]. 西安交通大学学报, 2001, 35(12):1305-1309.

Zhang Xudong, Yu Yongzhang. Mechanical analysis of a new rotary compressor[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001,35(12):1305-1309.

- [3] 饶振纲. 行星传动机构设计[M]. 北京:国防工业出版社,1994:457-487.

(编辑 王焕雪)