

圆形微通道的热交换特性及其尺寸效应

刘焕玲, 贾建援, 邵晓东

(西安电子科技大学机电工程学院, 710071, 西安)

摘要: 基于圆形微通道的能量守恒及热传导方程, 在考虑速度滑移和温度跳跃的情况下, 利用逆解法得到了一个热充分发展的温度场计算式. 根据定热流边界条件, 推导了圆形微通道的努塞尔数和温度跳跃的新表达式. 通过计算努塞尔数和对流换热系数, 分析了圆形微通道的热交换特性及尺寸效应, 对纯净水在圆形微通道中的换热性能进行了数值仿真. 仿真结果表明: 在滑移流范围内, 随着管径减小, 换热系数增大, 流固界面的温度跳跃随着与入口端的距离增加而减小, 从而验证了理论推导的正确性.

关键词: 微通道; 温度跳跃; 努塞尔数

中图分类号: TK124 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)11-1288-05

Size Effects and Heat Transfer in Circular Microchannel

Liu Huanling, Jia Jianyuan, Shao Xiaodong

(School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Based on the energy and heat conductivity equations, an expression considering slip flow and temperature jump for fully developed temperature distribution of circular microchannel is achieved by means of the counter solution. New expressions for calculation of temperature jump efficient and Nusselt number are derived under the condition of uniform heat flux boundary. The heat transfer characteristic and size effects are analyzed by calculating Nusselt number and heat transfer efficient. Simulation of heat transfer of pure water in circular microchannel is conducted and it is revealed that in the slip flow region the heat transfer efficient increases with the decreasing tube radius. The temperature jump efficient in the wall increases with the decreasing entrance distance. The conclusion is confirmed by the experiments.

Keywords: microchannel; temperature jump; Nusselt number

符 号 表

λ	流体的热传导系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	Δp	压强沿流动方向的改变量,	t_o	出口处流体温度, $^{\circ}\text{C}$
ρ	流体的密度, kg/m^3		Pa	r	径向位置, m
t	温度, $^{\circ}\text{C}$	c_p	比定压热容, $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	R_o	圆形微通道的半径, m
λ_w	管壁的热传导系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	t_i	入口处流体温度, $^{\circ}\text{C}$	Pr	普朗特数
R_i	对流微通道的外径, m	Re	雷诺数	l_s	滑移系数
h_m	平均换热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	Nu	努塞尔数	μ	动力黏度, $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$
t_w	流固交界面管壁温度, $^{\circ}\text{C}$	L	管长, m	t_f	壁面处的流体温度, $^{\circ}\text{C}$

微流体的流动和换热特性与经典理论计算的结果有很大不同^[1-2], 普遍认为随着微通道尺寸越来越

小, Navier-Stokes(N-S)方程及能量方程不再适用, 即微尺度区域内的热流体行为将体现出强烈的尺寸效应. Morini^[3]的研究表明, 轴向热传导、共轭换热、以及与温度有关的一些参数和黏性力等因素对流体的换热及流动影响不容忽视.

微通道中的流体流动及其换热特性是近年来非常活跃的研究方向, 国内外学者作了大量研究, 大致可归纳为两类研究方法: 一种采用分子动力学(MD)和蒙特卡罗方法(MC), 从微观角度对微流体特性进行仿真; 另一种则是通过对经典理论的修正来解决问题. 前一种方法适用性差、计算量大, 因此难以在工程中应用. Sparrow 等人^[4]研究了圆形微通道内气体的滑移流动及其换热特性, 给出了考虑温度跳跃系数和滑移系数的流体温度表达式, 以及圆形微通道内气体的努塞尔数表达式, 表明微气体的努塞尔数低于经典流体力学的理论计算值. Wu 等人^[5]测量了微槽道内氮气的换热特性, 发现其换热系数要大于经典理论的计算值. 现有研究^[1-2]给出的努塞尔数的新表达式及现有的实验结果^[3-5]各不相同, 存在着矛盾, 因此迫切要求研究微通道内流体的换热特性.

上述研究存在的问题有: ①文献[1-3]给出了温度跳跃长度的计算表达式, 采用该表达式求解温度跳跃, 但该表达式仅适合于稀薄气体, 不适用于液体; ②在求解能量方程时, 均采用了气体沿流动方向(z 方向)的温度变化($\partial T/\partial z$)为常数的假设进行求解.

本文在考虑流体沿流动方向 $\partial T/\partial z$ 不为常数的情况下, 根据流体在圆形微通道内流动的能量方程, 利用逆解法给出了能量方程的一个解, 并研究了努塞尔数随滑移长度、雷诺数、尺度效应及管长的变化规律.

1 微通道对流换热能量方程及求解

1.1 能量方程及其热充分发展解

以最基本的圆形微通道流体与固体对流换热模型为研究对象, 假设微通道内流体为定常、不可压缩且充分发展, 热流体给固体的热流及温度具有轴对称性, 固体导热系数为常数, 无热源, 稳态. 采用柱坐标系, 其能量方程和热传导方程^[7]分别为

$$\omega \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\lambda_w \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (2)$$

利用分离变量法, 可给出一个热充分发展的特解为

$$t = R(r)Z(z) = F e^{C r^2} e^{A z} + D \quad (3)$$

同理, 热传导方程式(2)的非奇异解为

$$t = (C_0 \ln r + D_0)(A_0 z + B_0) + \Gamma \quad (4)$$

其中

$$x = s_i r$$

$$y_1 = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^{2k} = J_0(x)$$

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n C_i y_1 (A_i e^{s_i z} + B_i e^{-s_i z})$$

式中: $J_0(x)$ 为0阶贝塞尔函数, 共有 $F, D, C, A, C_0, D_0, B_0, C_i, A_i$ 和 B_i 共10个待定参数; s_i 为假定常数. 因此, 需要通过10个定解条件才能求解. 其他符号的意义参见符号表.

1.2 定解条件

1.2.1 温度跳跃边界条件 陈熙^[6]从动力论导出的温度边界条件的表达式为

$$t - t_w = l_t \frac{\partial t}{\partial n}$$

因此可得

$$t_w = \alpha_F F e^{A z} + D \quad (5)$$

$$\alpha_F = (1 + 2CR_0 l_t) e^{CR_0^2}$$

圆形微通道内流体的速度和平均速度^[4]可以表示为

$$\omega = \frac{\Delta p}{4\mu L} \left[R_0^2 \left(1 + 2 \frac{l_s}{R_0} \right) - r^2 \right]$$

$$\omega_m = \frac{R_0^2 \Delta p}{8\mu L} \left(1 + \frac{4l_s}{R_0} \right)$$

因此, 根据微分方程解的结构, 选择2个特征解

$$R = F e^{C_1 r^2} + E e^{-C_2 r^2}$$

将2个特征解代入式(1), 可得到特征方程, 因此可以得到 A 与 C 之间的关系

$$\left[4C^2 + C \frac{\rho c_p}{\lambda} \pm \frac{A \Delta p}{4\mu L} \right] r^2 \pm$$

$$4C - \frac{\rho c_p}{\lambda} \pm \frac{A \Delta p R_0^2}{4\mu L} \left(1 + \frac{2l_s}{R_0} \right) + A^2 = 0$$

从而可以确定出

$$A = \frac{-4(1 + 4l_s/R_0)}{R_0 Re Pr} (CR_0^2)^2$$

$$C = 1/R_0^2 \left\{ \left(-\frac{b}{2} + \left(\left(\frac{b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a}{3} \right)^3 \right)^{1/2} \right)^{1/3} + \left(-\frac{b}{2} - \left(\left(\frac{b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a}{3} \right)^3 \right)^{1/2} \right)^{1/3} \right\}$$

式中

$$a = \left(\frac{RePr}{2}\right)^2 \frac{(1+2l_s/R_0)}{(1+4l_s/R_0)^2}; \quad b = \frac{(RePr/2)^2}{(1+4l_s/R_0)^2}$$

对于式(4),令 $r=R_0$,由温度跳跃条件确定的固体温度式(5)应与固体温度连续,即 $t_w=t|_{R_0}$,当

$$B_i=0 \quad (i=1,2,3,\dots,n)$$

$$A_i=C_i=0 \quad (i=2,3,\dots,n)$$

$$A_0=0; s_1=A$$

时,温度为

$$t = D_0 B_0 + C_0 B_0 \ln r + C_1 y_1 A_1 e^{A_2}$$

可简单记为

$$t = D_B + C_B \ln r + C_A y_1 e^{A_2} \quad (6)$$

式中: F 、 D 、 C_A 、 C_B 和 D_B 为待定常数.对比式(5)和式(6),可以得到2个待定常数之间的关系表达式

$$D_B + C_B \ln R_0 = D \quad (7)$$

$$C_A y_1(R_0) = (1 + 2CR_0 l_t) F e^{CR_0^2} \quad (8)$$

1.2.2 微通道入口流体的平均温度条件 对式(2)积分,可得到微流体任意 z 坐标位置截面的平均温度表达式

$$t_m = \frac{1}{\alpha_p \pi R_0^2 W_m} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} \alpha_p w r dr d\theta = \beta_D D + \beta_F F e^{A_2} \quad (9)$$

$$\beta_D = 1$$

$$\beta_F = \frac{(4R_0 l_s e^{CR_0^2} C + 2e^{CR_0^2} - 2R_0^2 C - 4R_0 l_s C - 2)}{R_0^4 C^2 (1 + 4l_s/R_0)}$$

则入口处微通道截面的平均水温为

$$t_{m1} = \beta_D D + \beta_F F e^{A_2} \quad (10)$$

1.2.3 能量守恒边界条件 根据流体的能量守恒原理,以流体为控制体,规定流入控制体的热量为正,即可得到流固界面的热量方程

$$Q_2 + Q_1 + Q_w = 0 \quad (11)$$

根据热容定律,得

$$Q_2 + Q_1 = -\rho c_p w_m \pi R_0^2 (t_{m2} - t_{m1})$$

$$Q_w = \int_{z_1}^{z_2} \lambda_w \frac{\partial t_w}{\partial r} \Big|_{r=R_0} 2\pi R_0 dz = \beta_B C_B + \beta_A C_A$$

式中: Q_1 、 Q_2 和 Q_w 分别表示流体带入热量、流体带出热量和管壁面热传导的热量;其中

$$\beta_B = 2\pi R_0 \lambda_w \frac{(z_2 - z_1)}{R_0}$$

$$\beta_A = 2\pi R_0 \lambda_w \frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_0} \frac{e^{A_2} - e^{A_1}}{A}$$

由式(11)可得出待定常数之间的关系为

$$\gamma_{CA} C_A + \gamma_{CB} C_B + \gamma_F F = 0 \quad (12)$$

$$\gamma_{CA} = 2\pi R_0 \lambda_w \left(\frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_0} \right) \frac{e^{A_2} - e^{A_1}}{A}$$

$$\gamma_{CB} = 2\pi R_0 \lambda_w \frac{(z_2 - z_1)}{R_0}$$

$$\gamma_F = \rho c_p w_m \pi R_0^2 \beta_F (e^{A_2} - e^{A_1})$$

1.2.4 根据定解条件确定待定常数 根据待定常数之间的关系式(8),可得到圆形微通道内流体的跳变长度计算式为

$$l_t = \frac{C_A y_1(R_0)}{2CR_0 F e^{CR_0^2}} - \frac{1}{2CR_0} \quad (13)$$

定热流边界条件是指给外管壁上放置一个热源 Q_{R1} ,根据热源条件、流体平均流速式(10)、温度跳跃条件式(7)及能量守恒条件式(12),可以建立关于待定常数 C_A 、 C_B 、 D_B 、 F 和 D 的方程组,如式(14)所示,求解该方程组即可得到待定常数

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 & 2\pi\lambda_w & 0 & 0 & 0 \\ \Delta_2 & 2\pi\lambda_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_F e^{A_2} & \beta_D \\ 0 & \ln R_0 & 1 & 0 & -1 \\ \gamma_{CA} & \gamma_{CB} & 0 & \gamma_F & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_A \\ C_B \\ D_B \\ F \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{R1} \\ Q_{R1} \\ t_{m1} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\Delta_1 = \frac{2\pi R_1 \lambda_w (e^{A_2} - e^{A_1})}{A(z_2 - z_1)} \frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_1}$$

$$\Delta_2 = \frac{2\pi\lambda_w}{(z_2 - z_1)} (e^{A_2} - e^{A_1}) \cdot$$

$$\left[\frac{R_0}{A} \frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_0} - A \int_0^{R_0} y_1 r dr \right]$$

1.3 努塞尔数的计算

考虑到实际测量中,管壁平均温度为

$$\tilde{t}_w = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} t_w dz$$

引入 h_m ,可得

$$Q_w = h_m 2\pi R_0 \int_{z_1}^{z_2} (t_w - t_m) dz = 2\pi R_0 \int_{z_1}^{z_2} h (t_w - t_m) dz$$

因此,可以求得圆形微通道的平均对流换热系数为

$$h = \frac{Q_w}{2\pi R_0 (\tilde{t}_w - \tilde{t}_m)(z_2 - z_1)} \quad (15)$$

$$\tilde{t}_w = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} t_w dz = D + \alpha_F F \frac{e^{A_2} - e^{A_1}}{A(z_2 - z_1)}$$

$$\tilde{t}_m = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} t_m dz = \beta_D D + \beta_F F \frac{e^{A_2} - e^{A_1}}{A(z_2 - z_1)}$$

根据努塞尔数的定义^[8] ($h_m \frac{2R_0}{\lambda}$),得到

$$Nu = \frac{\beta_B C_B / D + \beta_A C_A / D}{\pi \lambda \left[(\alpha_F - \beta_F) \frac{F}{DA} (e^{A_2} - e^{A_1}) \right]} \quad (16)$$

式中

$$\frac{C_B}{D} = - \frac{\beta_D \gamma_F}{\beta_F e^{A_1} (2\gamma_{CA} + (m - n) \gamma_{CB})}$$

$$\frac{C_A}{D} = 0; \frac{F}{D} = \frac{-\beta_D \gamma_{CB} (m-n)}{\beta_F e^{A_1} (2\gamma_{CA} + (m-n)\gamma_{CB})}$$

$$m = \frac{2\pi R_1 \lambda_w (e^{A_2} - e^{A_1})}{A} \frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_1}$$

$$n = 2\pi \lambda_w (e^{A_2} - e^{A_1}) \left[\frac{R_0}{A} \frac{dy_1}{dr} \Big|_{r=R_0} - A \int_0^{R_0} y_1 r dr \right]$$

由式(16)看到, Nu 只与 R_0 、 λ 、 Pr 和 l_s 等因素有关。

2 实例验证

2.1 仿真参数与结果分析

Qu 等人^[8]对微通道对流换热特性进行了实验测量,本文借用其实验结果于对以上推导公式的有效性进行验证。取圆形微通道直径为 $114.5 \mu\text{m}$, 流体为纯净水,入口流体温度为 30°C ,对定热流边界条件下的微流体滑移及传热特性进行计算机仿真,对出口流体温度、温度跳跃长度和努塞尔数等参数进行验证。

图1~图3是平均努塞尔数和平均对流换热系数与 l_s/R_0 、 L/Re 和 R_0 之间的关系。图1表明,平均努塞尔数随滑移长度的增大而减小。一般认为,在微尺度^[8]的情况下,由于边界流体速度滑移,使得流体分子与壁面分子之间的碰撞概率变小,因此随着滑移长度的增加,流体与微通道管壁之间的交换热量变小,努塞尔数值也会减小,图1的仿真结果与该结论基本相吻合。

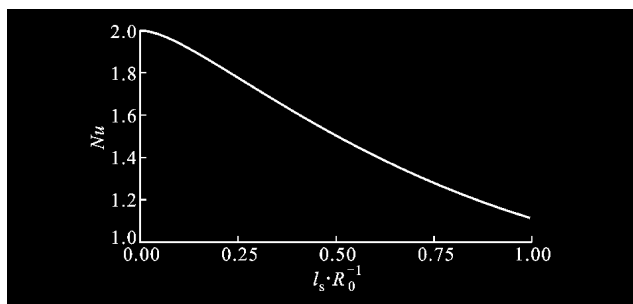


图1 努塞尔数受滑移长度的影响结果

图2表明,平均换热系数随滑移长度和管道内径的增大而减小,而微通道具有较强的换热能力。由图1可知,努塞尔数随滑移长度增大而减小,相应地对流换热系数也变小。图3表明在滑移长度和雷诺数一定的情况下,努塞尔数为常数,与管长无关,因为微通道流体是基于热充分发展的假设。图4为本文计算的努塞尔数受雷诺数的影响曲线,表明努塞尔数不随雷诺数变化,恒为常数。与Qu 等人^[8]的结果对比表明,本文的计算结果和Qu 的实验结果及修正结果大致相同。

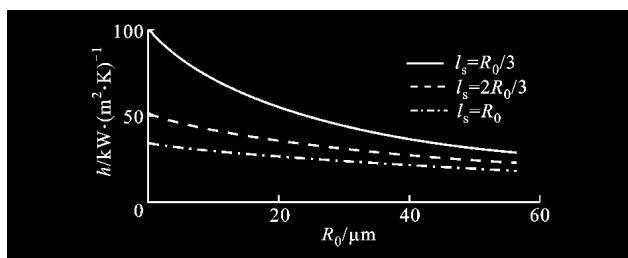


图2 对流换热系数的管径尺寸效应

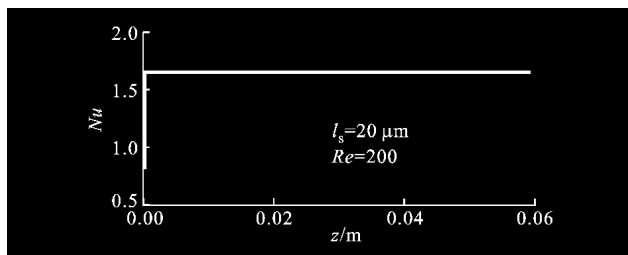


图3 努塞尔数受管长的影响曲线

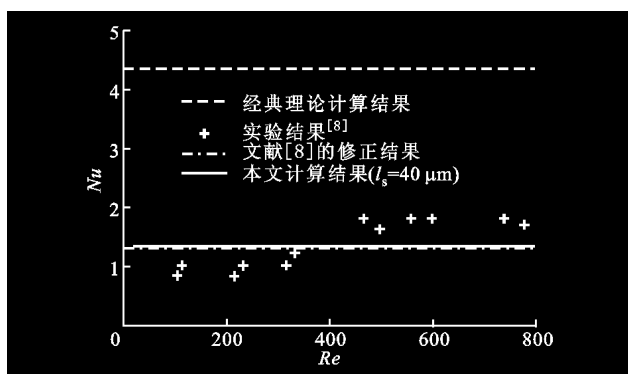


图4 本文计算结果与实验数据的对比

2.2 温度场

图5、图6分别给出了流体温度沿流动方向的分布曲线。图5表明,在流固交界($r=R_0$)处存在着温度跳跃现象,即流体温度和固体温度不相同,并且出口处的跳跃温度比入口处的小。本文给出的是过渡与充分发展段的温度,不包含全管道的入口效应。

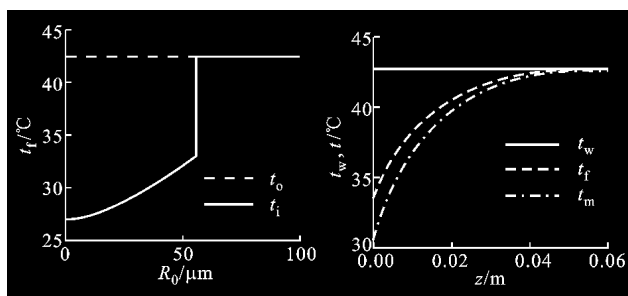


图5 出/入口流体温度沿半径的分布曲线

图6 流固界面温度与流体平均温度沿流动方向的分布曲线

图6表明跳跃温度(t_w 与 t)之差沿流动方向不为常数,因为计算时设定了流体沿流动方向(z 方向)的温度变化不为常数。

图7为温度跳跃长度与管内径的关系,表明温

度跳跃长度与微通道内径成正比。

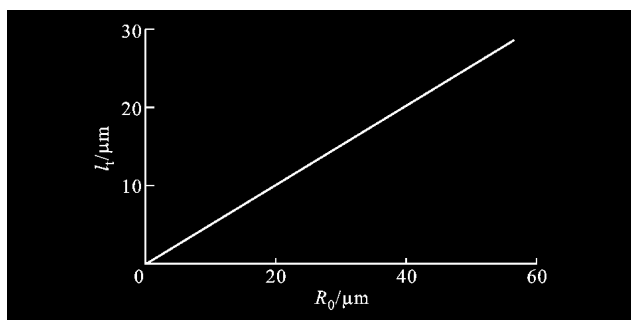


图7 温度跳跃长度与管径的关系

3 结 论

本文基于圆形微通道的热传导方程和能量方程,在速度滑移和温度跳跃的定解条件下,利用逆解法导出了一个解.在定热流热边界条件下,分析了圆形微通道的热交换特性及尺寸效应,并得到如下结论。

(1)随着 R_0 减小,平均换热系数增大,表明在单位面积的单位温差下,小管径的微通道换热能力较强。

(2)随着 l_s 的减小,平均努塞尔数增大, l_s 越小,表明壁面越粗糙,流体分子与壁面分子碰撞概率变大,进而流体分子与壁面分子交换的热量变大,因此平均努塞尔数增大。

(3)随着 R_0 的减小,温度跳跃长度也减小。

(4)随着离入口段距离的减小,温度跳跃增大。

参考文献:

- [1] Morini G L. Single-phase convective heat transfer in microchannels: a review of experimental results[J]. Int J Thermal Sci, 2004, 43(7): 631-651.
- [2] Owhaib W, Palm B. Experimental investigation of singlephase convective heat transfer in circular micro channels[J]. Exp Thermal Fluid Science, 2004, 28(2/3): 105-110.
- [3] Morini G L. Viscous heating in liquid flows in microchannels[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2005, 48(17): 3637-3647.
- [4] Sparrow E M, Lin S H. Laminar heat transfer in tubes under slip-flow conditions[J]. Journal of Heat Transfer, 1962, 84(4): 363-369.
- [5] Wu Peiyi, Little W A. Measurement of heat transfer characteristics of gas flow in fine channel heat exchanger used for microminiature refrigerators [J]. Cryogenics, 1984, 24(8): 415-421.
- [6] 陈熙. 动力论及其在传热与流动研究中的应用[M]. 北京:清华大学出版社, 1996: 204-220.
- [7] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 1999: 26-137.
- [8] Qu Weiling, Mala G M, Li Dongqing. Heat transfer for water flow in trapezoidal silicon microchannels[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2000, 43(21): 3925-3936.

(编辑 管咏梅)