

低速气流中二元叶片颤振数值模拟与 Hopf 分岔分析

孙旭, 张家忠, 秦国良, 雷鹏飞

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对低速来流, 建立了一种低速气流中的二元叶片颤振数值模拟、运动稳定性分析的方法. 以速度势函数形式的 Laplace 方程、非定常 Bernoulli 方程作为流动控制方程, 结合二元叶片沉浮、扭转结构动力模型, 通过迭代的方式实现了叶片颤振过程的数值模拟. 同时, 从非线性动力学角度对计算结果进行了分析, 对颤振产生的机理进行了研究. 对不同来流速度下某二元叶片的自激振动进行了模拟, 结果表明: 来流速度是一个影响叶片运动稳定性的重要因素, 来流速度增加而导致的叶片颤振是以来流速度为分岔参数的 Hopf 分岔产生的结果.

关键词: 低速; 叶片; 颤振; 数值模拟; Hopf 分岔

中图分类号: O323 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)01-0123-03

Numerical Simulation and Hopf Bifurcation of Flutter-Type Oscillation of Two-Dimensional Blade in Low Speed Flow

SUN Xu, ZHANG Jiazhong, QIN Guoliang, LEI Pengfei

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

风力机械、大型透平机械的叶片在来流速度较低时即可发生颤振. 颤振所引起的剧烈振动, 将造成叶片的断裂, 带来巨大的损失. 因此, 针对低速来流, 发展叶片颤振快速预估、运动稳定性分析的方法, 具有重大的意义.

近年来, 国内外学者在叶片颤振数值模拟方面做了大量的工作, 提出了很多算法. 鉴于流-固耦合问题的复杂性, 叶片多简化为二元直叶片, 振动模型采用沉浮、扭转两自由度刚体模型. 气动力求解多以 Euler、Navier-Stokes 方程为流动控制方程, 采用高精度的数值解法和网格加密技术, 计算结果具有较高的精度, 适用于较广的来流速度范围. 对于低速情况下的叶片颤振, 采用已有方法固然可行, 但计算量巨大, 预估计算需要较长的时间.

为了寻求低速气流中叶片颤振的快速预估方法, 本文忽略了来流的黏性和可压缩性, 以速度势函数形式的 Laplace 方程、非定常 Bernoulli 方程作为流动控制方程, 结合沉浮、扭转两自由度刚体振动模型, 实现了叶片颤振的数值模拟. 同时, 为了深入研

究颤振产生的机理, 从非线性动力学角度出发, 利用动力系统运动稳定性理论、分岔理论对计算结果进行了分析.

1 力学模型

对于低速来流 ($Ma < 0.3$) 中的叶片颤振, 不考虑流体的可压缩性和黏性, 同时将叶片简化为二元直叶片.

1.1 流动模型

基于以上假设, 叶片绕流可简化为二维不可压翼型绕流, 如图 1 所示. 其中, Γ_4 (翼型表面) 为内边界, 满足无穿透边界条件.

由于流场中包含翼型的任一封闭曲线上均存在速度环量 Γ , 流场中各点处的速度势函数并不惟一. 采用文献[1]中的处理方式, 在翼型后缘作 2 条无限接近的割线 $h-g$ 和 $e-f$, 令速度势在割线上存在跳跃, 并取其差值为 Γ . 所得单连通区域 $a-b-h-g-k-e-f-c-d-a$ 中各点处的速度势函数值是惟一的.

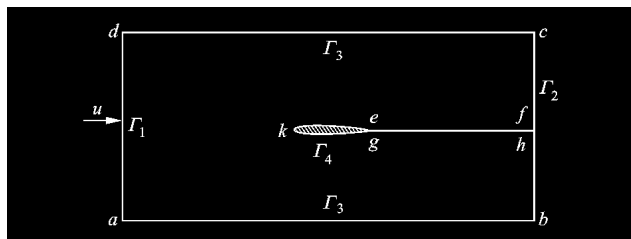


图1 绕翼型流动图

取速度势函数 φ 的 Laplace 方程为流动控制方程,得到如下边值问题

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} &= -u; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = u \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} &= 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_4} = v_n \\ \varphi \Big|_{ef} - \varphi \Big|_{gh} &= \Gamma \quad (\text{对应点处}) \\ \varphi_a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: u 为自由来流速度; v_n 为叶片表面法向速度; a 点为速度势参考点。

因为 Γ_4 为可动边界,为非定常流动,所以压力场求解采用非定常 Bernoulli 方程,即

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi = F(t) \quad (2)$$

式中: $F(t)$ 为非定常 Bernoulli 常数,没有考虑质量力的影响。

1.2 叶片结构动力模型

图2为沉浮、扭转两自由度叶片结构动力模型。旋转中心位于弦长 $1/4$ 处,弹簧、阻尼器均与旋转中心相连。该振动模型的运动方程^[2]为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} - \left(\frac{S_x}{m} \right) \ddot{\theta} + 2\zeta_y \omega_y \dot{y} + \omega_y^2 y &= \frac{L(t)}{m} \\ \ddot{\theta} - \left(\frac{S_x}{I_\theta} \right) \ddot{y} + 2\zeta_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta &= \frac{M(t)}{I_\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: m 为叶片质量; I_θ 为叶片对旋转中心的转动惯量; S_x/m 为质心到旋转中心的侧向距离; ω_y 、 ζ_y 和 ω_θ 、 ζ_θ 分别为沉浮、扭转方向上的固有频率和阻尼系数; $L(t)$ 、 $M(t)$ 为叶片所受的升力、气动扭矩; y 、 θ 为沉浮、扭转的振动位移。

2 数值求解方法

速度势求解:采用文献[1]给出的有限单元法,在三角形单元上采用一次线性插值对式(1)进行计算,以获得求解区域的速度势分布。

压力场求解:对于非定常 Bernoulli 方程(2),取

时间向前差分,可得

$$\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} + \frac{p^{n+1}}{\rho} + \frac{1}{2} \nabla \varphi^{n+1} \cdot \nabla \varphi^{n+1} = F^{n+1} \quad (4)$$

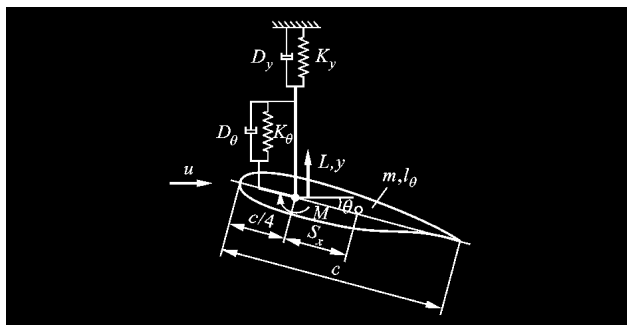


图2 叶片结构动力模型

在已有速度势分布的基础上,通过式(4)可以确定流场的压力分布,并最终计算出叶片所受的气动载荷。

网格生成:采用 Delaunay 三角形化方法对求解区域进行网格剖分^[3]。对于每一个计算时刻,由于叶片处于不同的位置,所以需要重新生成计算网格。

叶片振动求解:对于小的时间间隔,取叶片所受气动载荷 $L(t)$ 、 $M(t)$ 为定值,采用 Range-Kutta 法对方程(3)进行数值求解。

流-固耦合数值模拟:采用迭代的方式,对流动方程、叶片振动方程交替进行求解。

3 计算实例及分析

对文献[4]中某轴流压缩机翼型所对应的二元直叶片在低速来流中的自激振动进行了数值模拟。叶片展向长度为 1 m ,材料(铁)密度取 $7\,800 \text{ kg/m}^3$,基本参数如表1所示。

表1 基本参数

$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	1.186
S_x/m	0.015 1
$I_\theta/\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$	2.782×10^{-3}
m/kg	4.534
c/m	0.082 4
ω_y	100
ω_θ	100
ζ_y	0.05
ζ_θ	0.05

为了研究来流速度对叶片颤振的影响,对不同来流速度下的叶片自激振动进行了模拟。取时间步长 $\Delta t = T/40$ ($1/T$ 为结构固有频率),对每一个来流速度计算 4 000 个时间步。初始时刻沉浮、扭转位移和速度均设为 0。初始计算网格如图3所示,节点总数 $N_p = 447$,单元总数 $N_e = 745$ 。

图4为部分来流速度下叶片沉浮、扭转振动的

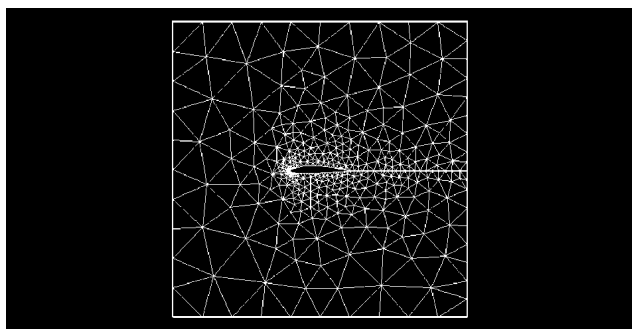


图3 孤立翼型绕流计算网格

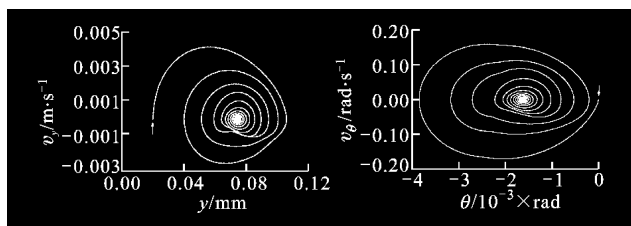
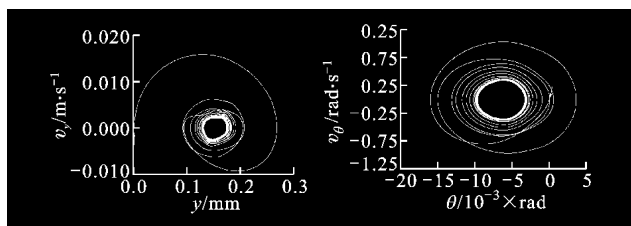
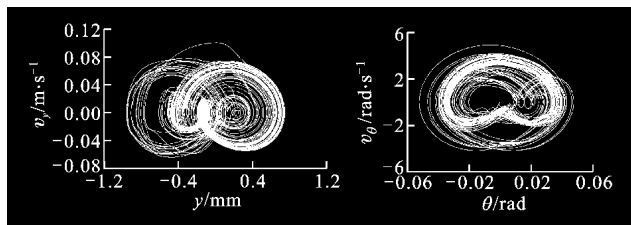
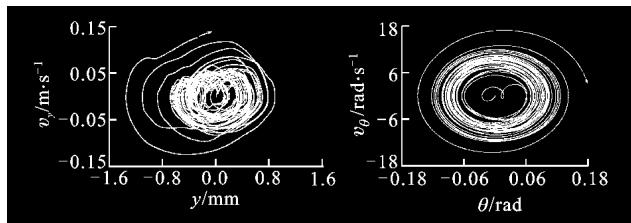
(a) $u=20$ m/s 时叶片的沉浮振动 (b) $u=20$ m/s 时叶片的扭转振动(c) $u=40$ m/s 时叶片的沉浮振动 (d) $u=40$ m/s 时叶片的扭转振动(e) $u=45$ m/s 时叶片的沉浮振动 (f) $u=45$ m/s 时叶片的扭转振动(g) $u=50$ m/s 时叶片的沉浮振动 (h) $u=50$ m/s 时叶片的扭转振动

图4 叶片沉浮、扭转振动的相平面图

相平面图. 当来流速度较低时, 相平面上存在稳定焦点. 随着时间的推移, 叶片沉浮、扭转振动幅值不断减小, 经过一个瞬态运动过程之后, 系统最终稳定到某一个平衡点上(见图 4a、图 4b). 在图 4c、图 4d 中, 系统平衡点失稳并出现极限环运动(Hopf 分岔), 气流对叶片所做的功等于结构阻尼耗散的能量, 达到动态平衡. 当来流速度继续增加时(见图 4e、图 4f)极限环也发生失稳, 叶片沉浮、扭转振动的相图杂乱无章, 但始终限制在一定的区域内. 当来流速度增加到 $u=50$ m/s 附近时, 相平面中轨线不再局限在某一区域之内, 随着时间的推移, 叶片振动幅度不断增加, 最终超出限定的范围(见图 4g、图 4h).

可见, 来流速度对于叶片自激振动的稳定性有着重要的影响, 来流速度增加而导致的叶片颤振是以来流速度为分岔参数的 Hopf 分岔产生的结果.

4 结 论

对于低速来流, 以速度势函数形式的 Laplace 方程、非定常 Bernoulli 方程作为流场控制方程计算叶片所受气动载荷, 在具有一定精度的基础上可以极大地降低计算时间, 使叶片颤振的快速预估成为可能. 同时, 从非线性动力学角度, 在相平面上对计算结果进行分析, 可以更好地对颤振产生的机理加以研究.

参考文献:

- [1] BASKHARONE E, HAMED A. A new approach in cascade flow analysis using the finite element method [J]. AIAA J, 1981, 19(1): 65-71.
- [2] BLEVINS R D. Flow-induced vibration [M]. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1977.
- [3] 陶文铨. 计算传热学的近代进展[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [4] 钱泽球. 大型轴流压缩机性能预测及设计方法的研究[D]. 西安: 西安交通大学能源与动力工程学院, 1993.

(编辑 王焕雪)