

三维流体诱发振动的理论模型与数值模拟

张楚华

(西安交通大学流体机械及压缩机国家工程研究中心, 710049, 西安)

摘要: 建立了三维流体诱发振动的理论及数值模型, 采用任意拉格朗日-欧拉框架下的三维非定常 Navier-Stokes 方程组及波动方程组, 分别描述了流体的流动及结构振动. 流动及振动控制方程组分别采用基于非结构化运动网格上的有限体积法和有限差分法求解. 对刚性、受限振动及自由振动的三维圆柱体进行了数值计算. 结果表明: 圆柱的自由振动基本上为 Strouhal 型涡诱发振动, 即每个截面按“8”字型轨迹运动, 且横向振幅远大于流向振幅, 计算结果与现有的实验及数值解吻合较好. 首次采用流体诱发振动模型对极限环振动模式进行了定量分析, 发现在圆柱中间截面附近高频气动力对振动起阻尼作用, 而在端面附近气动力与位移间的稳定相位差对振动起激励作用.

关键词: 流体诱发振动; 圆柱; 极限环; Navier-Stokes 方程; 波动方程; 非结构化运动网格

中图分类号: O357 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)05-0512-05

Theoretical Model and Numerical Simulation of Three-Dimensional Flow Induced Vibration

Zhang Chuhua

(National Engineering Research Center of Fluid Machinery and Compressor, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A theoretical and numerical model for three-dimensional flow induced vibration was proposed. The theoretical model consists of three-dimensional unsteady Navier-Stokes equations under arbitrary Lagrange-Euler frame for fluid flow, and wave equations for structural vibration. The numerical method is finite volume method on unstructured moving mesh for fluid flow and finite difference method for structural vibration. The proposed method is applied to rigid stationary, constrained vibrating and freely vibrating circular cylinders, respectively. For the rigid case, the present results fit the available data well. For the flexible case, the cylinder vibrates freely as Strouhal-type mode in which each cylinder section is in motion along “8” shaped trajectory. The limiting cycle vibration mode was interpreted for the first time using flow induced vibration model. At the midspan region, the fluid force plays a damper role in the cylinder vibration mainly due to the third harmonic component, while at the near wall region, the relative stable phase difference between the fluid force and the vibration displacement plays an actuator role in the vibration.

Keywords: flow induced vibration; circular cylinder; limiting cycle; Navier-Stokes equations; wave equations; unstructured moving mesh

流体诱发振动现象大量地出现在航空工业及民用工程领域, 如机翼及航空发动机叶片的颤振与疲劳, 深海原油输送管道的振荡与撕裂, 高楼大厦之间的相互干扰与摆振等.

早期的流体诱发振动研究采用很简化的经验模型、非定常尾迹振荡模型及线性势流模型等. 最近, 欧盟 UNSI 计划对流体结构的相互作用, 尤其对机翼颤振的非定常黏性模型与方法展开了系统研

究^[1],该计划由英、法、德、意等 15 个欧盟成员国的航空工业界及科研机构参加,涉及固体力学、流体力学及计算方法等领域,覆盖了结构模型、非定常分离流、湍流模型、动网格、流固耦合等内容.本文的主要目的是建立三维流体诱发振动的理论及计算模型.

横向流中的圆柱涡诱发振动是一个典型的流体诱发振动模型.文献[2]在总结前人的实验数据后发现,圆柱的涡诱发振动幅值从未超过 1.5 倍圆柱直径,文献[3-4]的实验也都证实了这一结论,并推断这种极限环振动模式与气动力和结构位移之间的相位差有关,但到目前为止,尚没有研究工作对此推断展开定量论证.本文的另一个目的是利用流体诱发振动模型对极限环振动模式进行分析.

在理论及数值研究方面,文献[5]最早对圆柱体的三维流体诱发振动进行了数值计算,他们在横截面上采用谱元方法,而在轴向采用 Fourier 级数展开法,从而大大减轻了全三维非定常计算负荷,但在轴向强加了周期性边界条件且波长需预先给定,这就意味着他们的模型只能适合于无限长圆柱的中间一段区域,或圆柱具有周期性支撑.本文的最后一个目的是对更具有现实意义的有限长圆柱的全三维非定常流动诱发振动进行分析.

1 流体诱发振动理论模型

1.1 流动控制方程组

流动方程是任意拉格朗日-欧拉(Arbitrary Lagrange Euler, ALE)框架下的三维不可压非定常 Navier-Stokes 方程组,即

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D_m \mathbf{u}}{Dt} + \nabla \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}(u, v, w)$ 和 $\mathbf{u}_m$ 是流体质点及 ALE 网格单元相对于三维笛卡尔直角惯性坐标系 (x, y, z) 的速度; p 是压力; $Re = U_m D / \nu$ 是雷诺数, U_m 为远处的来流速度, D 为圆柱直径, ν 为运动黏性系数; $D_m \mathbf{u} / Dt$ 是运动网格单元的 ALE 导数; t 是时间. x 、 y 、 z 轴分别沿流向及圆柱的横向和轴向,惯性坐标系的原点与圆柱静止时的几何中心重合(见图 1).

1.2 振动控制方程组

振动方程为二阶波动方程组,即

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\delta}}{\partial t^2} = (2\pi a f_0)^2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\delta}}{\partial z^2} + \frac{\mathbf{C}_F}{2m} \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\delta}(z, t) = (\delta x(z, t), \delta y(z, t))$ 是圆柱沿流向和横向的位移; a 是圆柱的长度 L 与直径 D 之比; f_0

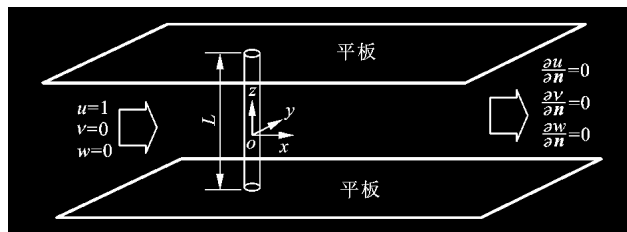


图 1 模型示意图

$= (T/m_c)^{1/2} D / (2LU_m)$ 是圆柱的归一化固有频率, T 是圆柱的张力; $m = m_c / \rho D^2$ 是圆柱的质量系数, m_c 是圆柱的单位长度质量, ρ 是流体密度; $\mathbf{C}_F(z, t)$ 是气动力系数.文中将用 Strouhal 数 $St = fD/U_m$ 表示刚性圆柱的归一化涡脱落频率,用 f_s 和 f_v 表示弹性圆柱的归一化涡脱落频率和振动频率.

1.3 流体-结构耦合

流体与结构间相互耦合通过式(3)中的 $\mathbf{C}_F$ 和式(2)中的 $\mathbf{u}_m$ 联系,圆柱截面上的阻力、升力系数 C_D, C_L 为

$$(C_D(z, t), C_L(z, t)) = \mathbf{C}_F(z, t) = 2 \oint \left(-p \mathbf{n} + \frac{1}{Re} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \cdot \mathbf{n} \right) ds \quad (4)$$

式中: ds 和 $\mathbf{n}$ 是圆柱周长的微元线段及其单位外法向矢量.网格移动速度 $\mathbf{u}_m$ 通过以下 Laplacian 方程组求解

$$\nabla^2 \mathbf{u}_m = 0 \quad (5)$$

$\mathbf{u}_m$ 在圆柱表面的边界条件为圆柱的振动速度,在其他边界上为 0.

1.4 定解条件

自由振动的柱体两端用平板约束(见图 1),流动边界条件为:进口处来流均匀;出口处为 Newman 边界条件并满足总体质量守恒; y 轴端面采用对称条件; z 轴端面为平板,满足无滑移边界条件.初始流场假设均匀,从进口流场开始计算.结构振动方程为二阶波动方程,边界条件为柱体在两平板处位移为 0.初始条件为振动位移及速度均为 0.

2 数值方法

采用“迭代耦合算法”求解流体与结构耦合方程组:在每一个时间层上迭代求解式(1)~式(3),直至满足收敛条件后再进入下一时间层计算.用上标 $n-1, n, n+1$ 表示 $(n-1)\Delta t, n\Delta t, (n+1)\Delta t$ 时间层上的变量.

2.1 流体流动的有限体积法

式(1)、式(2)写成如下通用对流-扩散方程

$$\frac{D_m \Phi}{Dt} + \nabla \cdot (\rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m)\Phi - \Gamma \nabla \Phi) = \bar{S}^\Phi \quad (6)$$

使用非结构化运动网格上的有限体积法,对任一 ALE 单元 P 在 $n+1$ 时间层上离散方程(6),即

$$\frac{1}{\Delta t} \sum_{q=0}^{n_q} \alpha_q (\rho \Delta V \Phi)^{n+1-q} + \sum_f [(\rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m)\Phi - \Gamma \nabla \Phi) \cdot \mathbf{A}]_f^{n+1} = \bar{S}^\Phi \Delta V \quad (7)$$

时间项采用二阶隐式后向格式, $n_q=2$, $\alpha_0=1.5$, $\alpha_1=-2.0$, $\alpha_2=0.5$, 对流项采用三阶 QUICK 格式, 扩散项及压力梯度项采用二阶中心格式, 离散流动方程组为

$$A_P^\Phi \Phi_P = \sum_b A_b^\Phi \Phi_b + S_P^\Phi \quad (8)$$

$$A_P^\Phi = \sum_b A_b^\Phi + 1.5 \frac{\rho \Delta V^{n+1}}{\Delta t}$$

$$S_P^\Phi = S_P^\Phi - 2.0 \frac{\rho \Delta V^n}{\Delta t} \Phi^n + 0.5 \frac{\rho \Delta V^{n-1}}{\Delta t} \Phi^{n-1}$$

式中: A_b 是周围控制体对单元 P 的影响系数, S_P^Φ 为包括源项的离散项、高阶对流项及非正交扩散项, 压力场通过改进压力修正算法 SIMPLER 求解, 见文献[6-8].

2.2 圆柱振动的有限差分法

方程(3)为二阶双曲型方程, 其时间项采用二阶向后隐式差分格式求解, 其空间项采用二阶中心差分格式求解, 圆柱的离散波动方程组为

$$a_i \delta_i^{n+1} = a_{i-1} \delta_{i-1}^{n+1} + a_{i+1} \delta_{i+1}^{n+1} + b \quad (9)$$

$$\text{其中 } a_{i-1} = \frac{(2af_0)^2}{0.5(z_{i+1} - z_{i-1})(z_i - z_{i-1})}$$

$$a_{i+1} = \frac{(2af_0)^2}{0.5(z_{i+1} - z_{i-1})(z_{i+1} - z_i)}$$

$$a_i = a_{i-1} + a_{i+1} + \frac{1}{\Delta t^2}$$

$$b = \frac{C_F}{2m} - \frac{1}{\Delta t^2} (\delta_i^{n-2} - 2\delta_i^{n-1})$$

3 算例分析

3.1 刚性圆柱体

首先对刚性静止圆柱体的三维非定常绕流进行计算, 计算网格见图 2. 由图 3 (C_L' 为脉动升力系数的均方值) 可以看出: 本文的有限体积法(FVM)与文献[8]中的 Lattice Boltzman 法(LBM)的计算值吻合较好; FVM 的 St 计算值为 0.142, 与 LBM[8]计

算值 0.145 以及文献[9]实验值 0.140 相比, 相对误差在 4% 以内, 验证了本文的计算方法对刚性圆柱体的非定常气动力的预测能力.

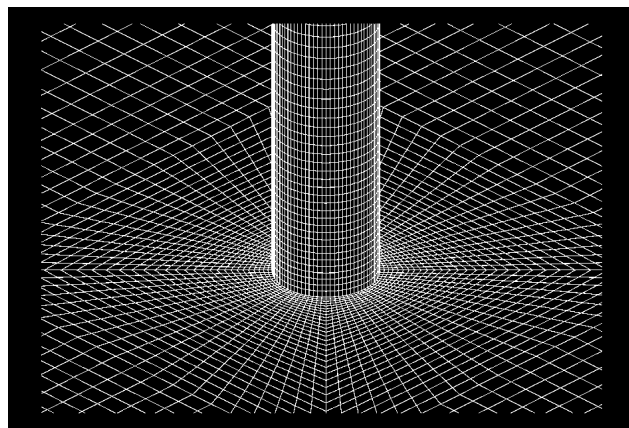


图2 局部网格

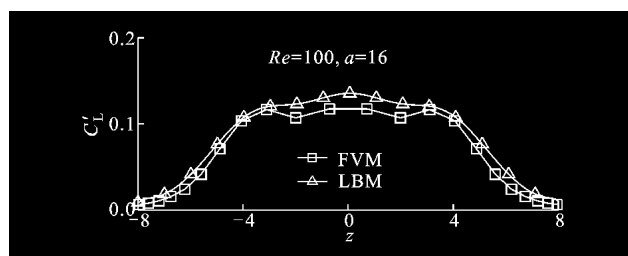


图3 沿刚性圆柱轴向分布的气动力

3.2 受限振动圆柱体

由于横向振幅一般比流向振幅大, 这里首先给出弹性圆柱只沿横向运动, 而无流向运动的理想受限振动情况. 受限振动圆柱的流动条件与刚性圆柱体绕流相同, 结构条件为 $f_0=St=0.142$, $m=10$, 即涡诱发激振与结构形成一阶共振情况.

由图 4 可以看出, 相对于刚性圆柱[8], 受限振动圆柱的振动使阻力发生明显的变化, 平均阻力系数增大 1.6 倍, 而脉动阻力系数增加了 2 个数量级以上.

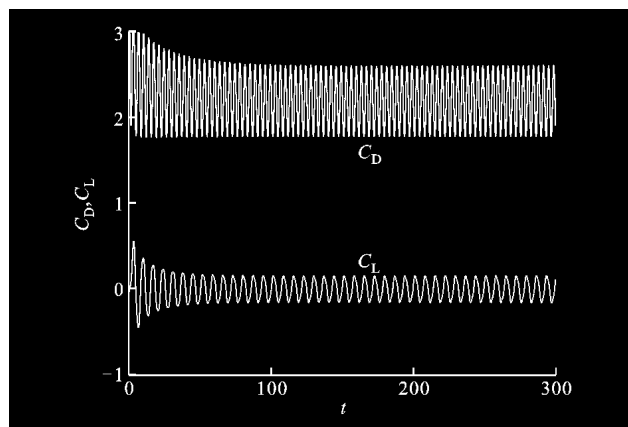
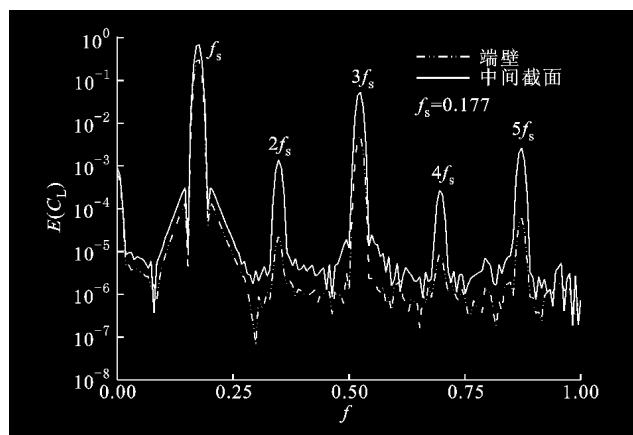
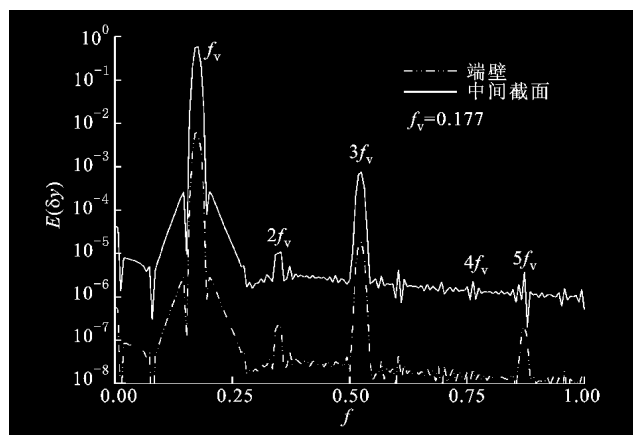


图4 受限振动圆柱中间截面的气动力随时间的变化过程

图 5 给出了圆柱端部及中心截面上升力系数及



(a) 升力系数



(b) 横向位移

图5 受限振动圆柱频谱

振动位移的频谱, 涡脱落频率 f_s 及横向振动频率 f_v 均为 0.177, 除了基频以外, 在频谱图上发现了一系列高频分量, 但高频强度比基频强度小得多, 说明气动力及振动位移随时间主要呈简谐波动规律变化 (见图 6)。

流体流动对结构振动具有诱导及约束双重作用, 现用以下流体结构间能量交换公式来分析极限环振动模式

$$C_L(z, t) = C_{L, \max}(z) \sin(2\pi ft) \quad (10)$$

$$\delta y(z, t) = \delta y_{\max}(z) \sin(2\pi ft - \theta(z)) \quad (11)$$

设 $\theta(z)$ 为升力落后于振动位移的相位, 则流体给结构施加的功率为

$$W(z) = C_L(z) \frac{d\delta y(z, t)}{dt} =$$

$$\pi f C_{L, \max}(z) \delta y_{\max}(z) \cdot (\sin(4\pi ft + \theta(z)) + \sin(\theta(z))) \quad (12)$$

$$\bar{W}(z) = \pi f C_{L, \max}(z) \delta y_{\max}(z) \sin(\theta(z)) \quad (13)$$

$$W'(z) = \frac{1}{2^{1/2}} \pi f C_{L, \max}(z) \delta y_{\max}(z) \quad (14)$$

式(13)表明, 平均功率 (即每个振动周期内流体作用在结构上的功率) 与气动力和位移间的相位差直接

相关。在圆柱中间截面, 振幅虽然很大, 但升力与结构振动相位差很小, 流体对结构的做功为负, 起阻尼作用。相反, 在远离中间截面区域, 升力落后于结构振动位移约 45° 相位, 每个周期内流体给结构施加的功率为正, 流体流动对结构振动形成激振作用 (见图 7)。

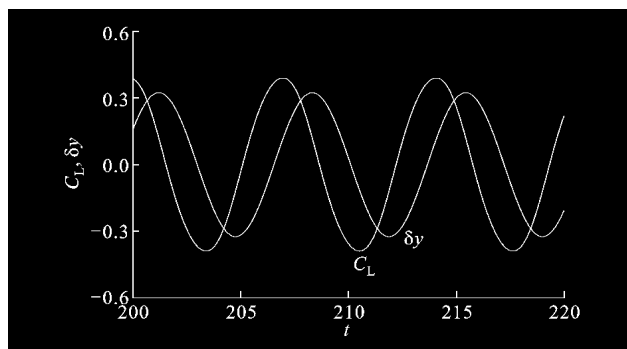
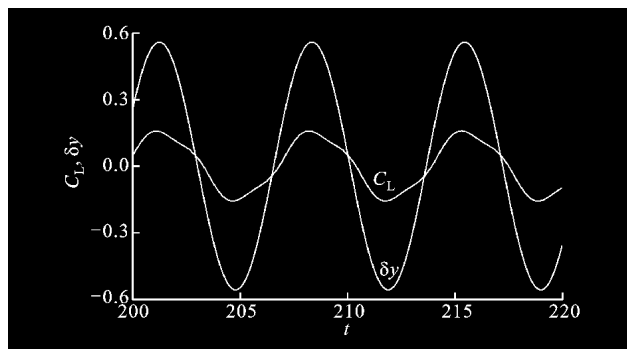
(a) $z=4.62$ 截面(b) $z=0$ 中间截面

图6 受限振动圆柱的气动力及振动位移的时间历程

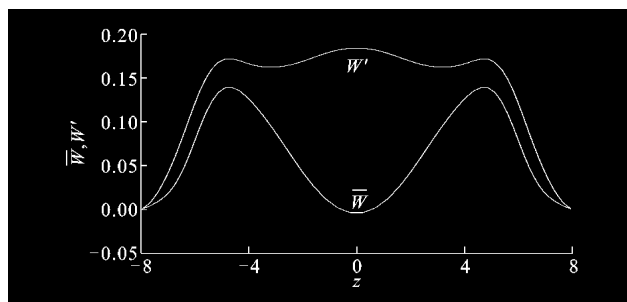


图7 流体给受限振动圆柱体施加的功率沿轴线的变化

3.3 自由振动圆柱体

现给出圆柱自由振动的计算结果, 流动及结构条件与受限振动圆柱体相同, 但圆柱沿横向及流向都做自由振动, 使圆柱发生三维弯曲变形。

图 8 为相平面 ($\delta x, \delta y$) 上圆柱在 5 个振动周期内的运动轨迹, 是典型的 Strouhal 型激振模式, 纵向振频是横向振频的 2 倍, 沿“8”字形轨迹振动。横向振幅的最大值发生在圆柱中间截面处, 约为 0.68, 流动阻力使平衡位置向下游漂移 0.178, 流向振幅的脉动值约为 0.01, 远小于横向振幅。

图 9 为自由振动圆柱的升力与横向位移的频

谱,涡脱落频率和振动频率(即流体-结构系统的振动频率)均为 0.140,与圆柱的固有频率非常接近,形成了一阶共振模态,振动的基频强度远大于高频强度.在远离中间截面的区域,升力相位落后于振动相位(见图 10a),每个周期内流体给结构施加的功率为正,流体流动对结构振动形成激振作用.在中间截面, $f_s=0.140$ 对应的气动力强度与 $3f_s$ 对应的强度相当,反映在气动力随时间变化的历程上(见图 10b),升力变化曲线明显由一个基频 f_s 和一个高频 $3f_s$ 脉动合成.这说明在中间截面附近,流体对结构振动的约束主要表现为 $3f_s$ 高频气动力对基频 f_v 振动的阻尼作用.

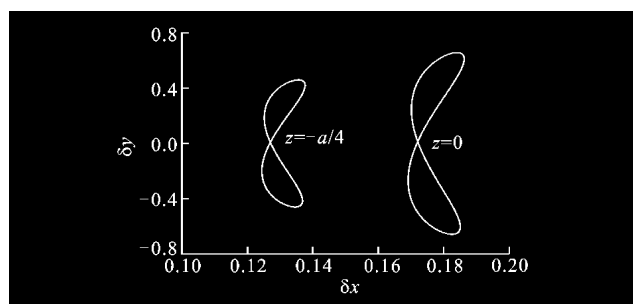
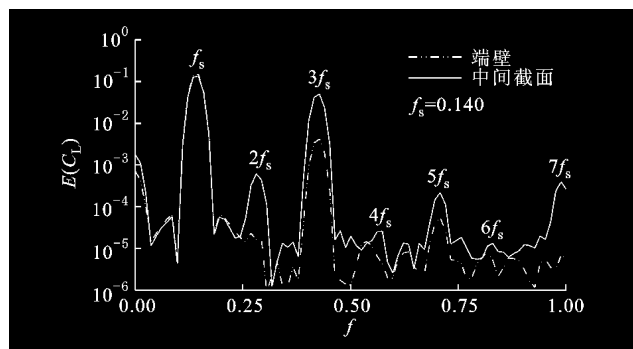
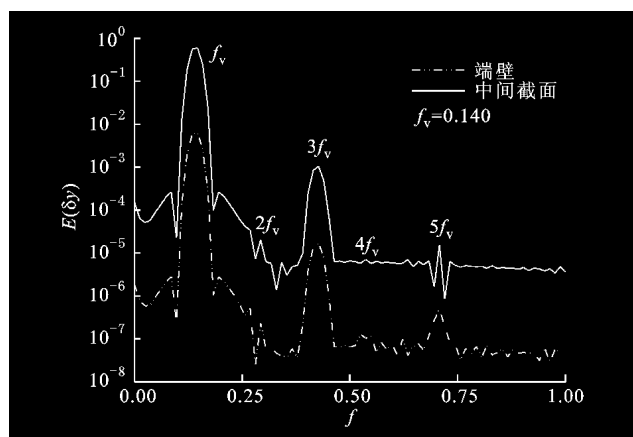


图8 自由振动圆柱在相平面上的运动轨迹



(a) 升力系数

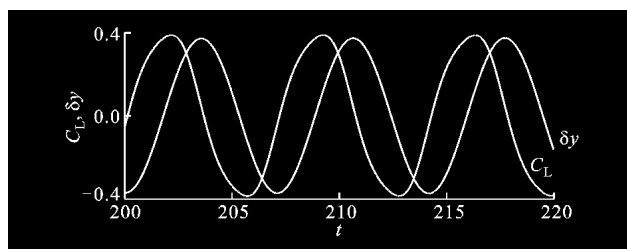


(b) 横向位移

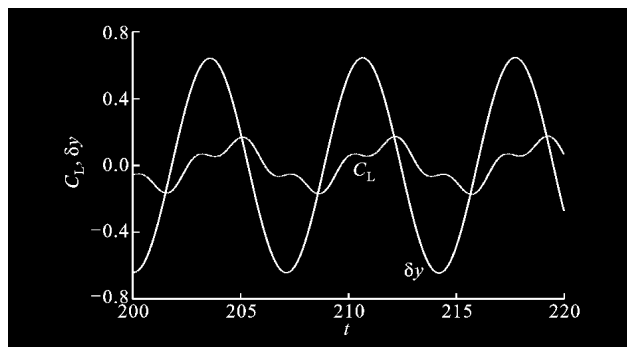
图9 自由振动圆柱频谱

4 结 论

建立了流体诱发振动的物理及数值模型,对刚



(a) $z=4.62$ 截面



(b) $z=0$ 中间截面

图10 自由振动圆柱的气动力及振动位移的时间历程性静止、受限振动及自由振动圆柱体的三维非定常流体诱发振动进行了数值计算,研究表明:

(1) 计算结果与已有的计算及实验结果吻合较好,验证了计算方法对刚性圆柱体的非定常气动力的预测能力.

(2) 圆柱体的流体-结构相互作用增大了气动力负荷,尤其是脉动阻力系数比刚性圆柱体增加了 2 个数量级.

(3) 横向流中弹性圆柱体的流体诱发振动表现为 Strouhal 型振动模式,流向振频是横向振频的 2 倍,流向振幅比横向振幅小得多.

(4) 利用流体诱发振动模型对极限环振动模式进行了分析.在圆柱端壁附近,气动力通过稳定的相位差激励圆柱振动,而在中间截面,流体通过高频气动力对结构振动形成阻尼作用.

参考文献:

- [1] Haase W, Selmin V, Winzell B. Progress in computational flow structure interaction: results of the project UNSI[M]. Berlin: Springer, 2002.
- [2] Griffin O M. Vortex induced vibrations of marine structures in uniform and sheared currents[C]// NSF Workshop on Riser Dynamics, Michigan, USA: University of Michigan, 1992.
- [3] Khalak A, Williamson C H K. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping[J]. Journal of Fluids and Structures, 1996, 10(4): 455-472.
- [4] Hover F S, Techet A H, Triantafyllou M S. Forces

- on oscillating uniform and tapered cylinders in cross flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 363: 97-114.
- [5] Newman D, Karniadakis G E. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, 344: 95-136.
- [6] 张楚华,谷传纲,苗永森. 非结构化网格方法及其差分格式[J]. *西安交通大学学报*, 1999, 33(9): 58-61.
Zhang Chuhua, Gu Chuangang, Miao Yongmiao. Unstructured grid method and its differential schemes for NS equation[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 1999, 33(9): 48-61.
- [7] Zhang Chuhua, Liu Yang, So R M C. Three-dimensional wake interactions for cylinders array in a cross flow[C]// 8th Flow-Induced Vibration. Imprime en, France: Kluwer Academic Publishers, 2004: 313-318.
- [8] So R M C, Liu Yang, Cui Zhenxin, et al. Three-dimensional wake effects on flow induced forces[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, 20(2): 373-402.
- [9] Norberg C. An experimental investigation of the flow around a circular cylinder: influence of aspect ratio[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 258: 287-316.
- (编辑 王焕雪)