

液固高速撞击时材料表面损伤的数值模拟

汪勇, 谢永慧, 张荻

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了研究液固撞击的机理, 采用光滑粒子流体动力学方法 (SPH) 与有限单元法 (FEM) 建立了考虑流固耦合效应的高速液固撞击数值模型, 详细分析了直径为 2 mm、撞击速度为 1 000 m/s 的液滴和射流对有机玻璃 (PMMA) 的三维撞击和破坏状况. 分析表明: 射流与液滴在撞击初始时刻的前缘变形和内部压力分布几乎是完全相同的; 液滴撞击固体的最大压力值出现在 0.20 μ s 时, 但此时材料内部最大等效应力只有 104 MPa, 材料还不足以发生破坏; 产生于液固撞击瞬时后 0.32 μ s、速度高达 2 925 m/s 的侧向射流是使固体表面产生破坏的主要原因, 因此撞击最初的破坏位于以撞击中心为圆心的一个圆环区域处. 所得材料表面损伤情况与 Brunton 的实验数据吻合良好, 证明了数值模型的可行性和精确性.

关键词: 液固撞击; 表面损伤; 光滑粒子流体动力学; 有限元方法

中图分类号: O 353.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)11-1435-06

Numerical Simulation of Material Surface Damage by High Speed Liquid-Solid Impact

WANG Yong, XIE Yonghui, ZHANG Di

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The numerical model for high speed liquid-solid impact considering fluid-structure interaction coupling effect was developed based on smoothed particle hydrodynamics (SPH) and finite element method (FEM). The damage of polymethylmethacrylate (PMMA), caused by a single droplet and a jet impact with a radius of 2 mm and a speed of 1 000 m/s, was analyzed. The numerical results show that the distortion and interior pressure of the droplet and the jet are almost the same at the beginning of impact. The maximum pressure inside the droplet occurs at 0.20 μ s after impact, and the maximum equivalent stress inside solid is only 104 MPa which can not lead to material damage. It is mainly the inclined jet which has a speed of 2 925 m/s and occurs at 0.32 μ s that causes the material surface damage. The initial damage by impact is located in a circular region whose center is the impact position. The material surface damage predicted by the numerical simulation shows good agreement with the experimental data of Brunton.

Keywords: liquid-solid impact; surface damage; smoothed particle hydrodynamics; finite element method

液固高速撞击现象广泛存在于航空航天以及动力机械领域之中. 飞机在以高速穿过云层、雨区时, 表面材料容易受到水滴的撞击. 水滴与飞机之间极高的相对速度会造成观察窗、雷达罩等构件的变形

和破坏, 从而造成仪器的失效甚至威胁飞行安全. 此外, 蒸汽轮机叶片的水蚀也是由于高速水滴的撞击导致的. 因此, 深入研究液固高速撞击过程中流体和材料的动力学行为机理具有十分重要的工程意义.

早在20世纪60年代,由飞行器速度的提高带来的液固高速撞击问题便开始受到国外学者的关注^[1]. Cook^[2]在1920年对水锤压力的研究中便指出了射流与水滴撞击之间的共性. Field^[1]指出高速液滴撞击下液滴接触边界的扩展速度高于流体声速. Brunton^[3]利用高速摄影设备初步研究了高速射流对材料的冲击. Rochester^[4]等人通过对二维撞击的研究,获得了撞击时二维液滴动力特性的一些结果. Korobkin^[5]采用渐近分析方法研究了液固撞击问题. Kennedy^[6]等人通过实验研究了5种材料的破坏门槛速度与射流直径之间的关系. Haller^[7]等人采用数值方法模拟了二维液固撞击问题.

国内学者施红辉、毛靖儒等人^[8-9]早在20世纪80年代便开始了这方面的实验研究. 施红辉等人^[10]利用自行研制的超音速液体射流发生器及偏振光学系统研究了有机玻璃(PMMA)材料在高速射流冲击下的动力学响应. 文献[11-13]建立了液固撞击的非线性波动模型,对高速液固撞击进行了研究.

在液固撞击过程中流体具有部分自由边界,与固体界面没有固定的接触面,伴随着撞击还有液体飞溅,是一个自由边界流体动力学问题,同时撞击过程还显现出高度非线性特征,这些都为数值模拟带来了很大的困难. 到目前为止,国内外在模拟液滴的变形、飞溅从而造成固体材料损伤这个过程的数值分析方面进行的研究还不充分.

本文建立了光滑粒子流体动力学方法(SPH)与有限元方法(FEM)耦合数值模型,摆脱了传统纯FEM计算中来自网格的约束,利用接触算法实现了流体与固壁之间的耦合,并结合已有的理论,对计算的结果进行了详细的分析.

1 数值方法介绍

1.1 SPH方法

SPH方法是由Lucy^[14]和Gingold^[15]等人于1977年提出的一种解决天体物理学问题的纯拉格朗日方法. 后来该方法被用于研究连续介质的的大变形以及耦合问题^[16-18],在求解过程中展示了无网格方法所特有的强大的自适应性.

用SPH方法模拟液滴、射流的变形,解决了有限元方法在实体大变形时出现的网格僵硬以及负体积问题. SPH粒子的离散特性使得对液体飞溅的模拟成为可能. 相对于液体的大变形,固体材料在撞击过程中的变形量是比较小的,利用有限元方法配合适当的材料模型便可以完全模拟.

与有限单元方法不同,SPH方法的节点是离散的. 该方法采用光滑长度内的粒子替代了有限元方法中的影响节点集. 因为没有固定的单元体连接,SPH方法中的每个粒子周围光滑长度内的粒子个数和分布是不固定的. 对于任意未知连续光滑场函数 f ,用下式来近似某一点的场函数值

$$f(x) \doteq \int_{\Omega} f(x') W(x-x', h) dx \quad (1)$$

式中: W 是光滑核函数,具有与Dirac δ 函数相同的峰值性和正则化条件约束; h 是光滑长度. 目前最常用的光滑核函数是三次B样条函数

$$W(x, h) = \frac{C}{h} \cdot$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}|x|^3, & |x| < 1 \\ \frac{1}{4}(2 - |x|^3), & 1 \leq |x| \leq 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases} \quad (2)$$

式中: C 是由空间维度确定的标准化常量,由归一化条件确定,在二维、三维情况下 C 分别为 $5/(7\pi h^2)$ 、 $1/(\pi h^3)$; x 为空间点与所求场函数值点之间的距离. 在二维情况下, W 的空间表示如图1所示.

对式(1)用散度定理得到场函数的空间导数

$$\nabla \cdot f(x) \doteq - \int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x-x', h) dx \quad (3)$$

再将上式离散化得到

$$\nabla \cdot f(x_i) \doteq - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla W(x_i - x_j, h) \quad (4)$$

式中: m_j 表示第 j 个SPH粒子的质量; ρ_j 表示对应的粒子密度; h 是光滑长度. 式(4)的误差是 h 的高阶小量,在相关文献中认为具有二阶精度^[19]. 这样便可以将任何光滑场函数的空间导数项利用光滑核函数与场函数来近似,从而离散方程.

SPH方法离散后得到的N-S方程如下^[19]:

质量守恒

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^n m_j v_{ij}^{\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}} \quad (5)$$

动量守恒

$$\frac{dv_i^{\beta}}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}} \quad (6)$$

能量守恒

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) v_{ij}^{\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \epsilon_i^{q\beta} \epsilon_j^{q\beta} \quad (7)$$

式中: p 为压力; m_j 为第 j 个粒子的质量; x_i^{β} 为第 i 个粒子在 β 方向的坐标; σ_i^{β} 和 $\epsilon_i^{q\beta}$ 分别为第 i 个粒子

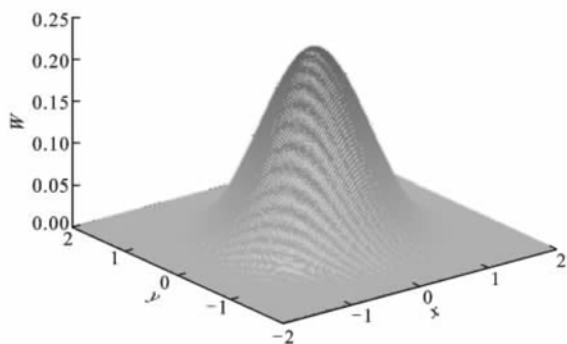


图 1 二维三次 B 样条函数

处的应变和应变率, α, β 使用的是逆变指标; μ 为流体黏性系数; $v_{ij}^\beta = (v_i^\beta - v_j^\beta)$ 表示 2 个粒子之间的相对速度在 β 方向的分量; N 表示在光滑长度范围内的粒子数。

1.2 FEM 方法

大量使用 SPH 粒子会导致计算所需的内存过大, 机时过长, 甚至无法求解, 而固体材料的变形率相对于液体要小得多, 所以本文采用有限元方法求解固体部分的应力和应变, 其方程如下:

$$\text{运动方程} \quad \sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \dot{u}_i \quad (8)$$

$$\text{几何方程} \quad \epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (9)$$

$$\text{物理方程} \quad \sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (10)$$

当固体变形进入塑性变形时, 还需要考虑非线性部分和材料的失效。

对于动力学问题, 除考虑变形体的应变能以及外力的势能以外, 还必须考虑物体的动能。利用 Hamilton 变分原理, 在一切可能的运动状态中, 真实状态满足驻值条件

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} (T - V) dt = 0 \quad (11)$$

式中: δ 为变分符号; L 为拉格朗日函数; T 为系统动能; V 为系统势能。将其用于连续系统, 经过变分运算, 并运用散度定理离散后以张量的形式表达为

$$u_k(x, y, z, t) = N_i(x, y, z) u_{ki}(t) \quad (12)$$

式中: $N_i(x, y, z)$ 为节点 i 附近的形函数。由实体分割成的各个单元上的形函数共同组成了该动力系统的解函数空间 $S^{[20]}$ 。将几何方程、物理方程都写成矩阵形式, 并代入式(8), 考虑系统阻尼后可得二阶常微分方程, 可利用显式中心差分方法求解。将时间中心差分格式表达式^[21]

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{t,i} = \frac{u_{t-\Delta}^i - 2u_t^i + u_{t+\Delta}^i}{\Delta t^2} \quad (13)$$

整理后得到

$$\mathbf{M} \mathbf{u}_{t+\Delta} = \mathbf{R} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{R}$ 分别为有效质量矩阵和有效载荷向量, 这两项只与 t 时刻及前一时层的已知量有关, 从而得到关于 $u_{t+\Delta}$ 的显式格式。

1.3 流体的边界处理

水滴与固体表面之间的界面耦合是通过点到面的接触算法实现的, 同时要注意流固体之间的无滑移条件

$$u = U \quad (15)$$

式中: u 表示附着在壁面的流体微元的速度; U 表示流固接触区域固体壁面的速度。水滴的 SPH 模拟和固体中的有限元分析同步并行进行, 流体与固体之间通过 SPH 粒子到面的接触算法实现力的传递^[22], 流体与固体的形变和应力相互耦合。对于未接触壁面的部分, 则需要自由边界的处理:

界面上的切向应力

$$\sigma_{n\tau} = 0 \quad (16)$$

界面上的表压力

$$p_e = 0 \quad (17)$$

1.4 模型条件及参数

本文分别计算了速度为 1 000 m/s、直径为 2 mm 的液滴和射流对 3.5 mm 厚的有机玻璃 (PMMA) 板的冲击。水滴采用 20 °C、101 kPa 时的参数^[23] (见表 1), PMMA 的力学参数见表 2^[24]。

表 1 20 °C、101 kPa 时水的物性参数

$T/^\circ\text{C}$	密度 $\rho/$ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	黏性系数 $\mu/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$	运动黏性系数 $\nu/\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	体积弹性模量 $E_V/\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$
20	998.2	1.002×10^{-3}	1.003×10^{-6}	2.18×10^6

表 2 PMMA 的材料参数

密度 $\rho/\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	1.19
泊松比 μ	0.4
杨氏模量 E/GPa	3.6
屈服强度 σ_s/MPa	76
剪切模量 G/MPa	110

在研究中, 为了减少计算对硬件条件和机时的需求, 采用了对称边界条件, 取撞击模型的 1/4 来建模和计算 (见图 2)。液滴形状为直径 2 mm 的球, 射流由直径 2 mm 的半球和圆柱构成。PMMA 的尺寸是 8 mm × 8 mm × 3.5 mm, 在板的端部施加了全位移边界条件和无反射边界条件, 防止由于应力波的

反射对结果造成影响. 对于由 SPH 粒子组成的液滴、射流模型也分别施加了对称边界条件. 模型及边界条件如图 2 所示. 最终得到的有限元网格和 SPH 粒子的划分如图 3 所示, 计算规模如表 3 所示.

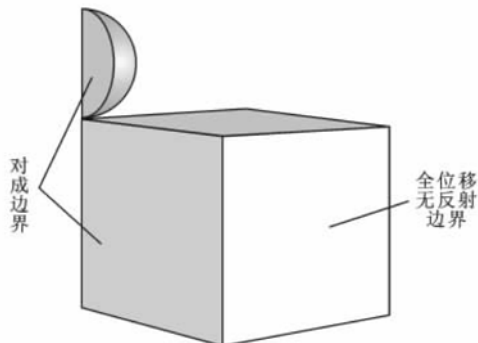


图2 模型及边界条件示意图

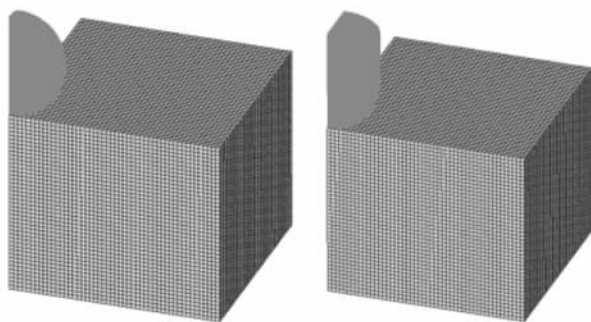


图3 网格和粒子划分示意图

表3 SPH 和有限元单元数量

	SPH(水滴)	SPH(射流)	FEA(PMMA)
节点数	134 760	171 004	117 045

2 计算结果分析

2.1 射流与液滴撞击的结果对比分析

比较液滴与射流撞击的计算结果, 无论是前缘的变形还是内部的压力分布, 二者在初始时刻几乎是完全相同的, 这一点可以从压力分布云图(见图 4)看出. 该现象说明球形端面射流在初始时刻模拟球形液滴对材料的冲击是可行的, 这与文献[3]的说法相一致. 更为重要的是在冲击过程中最大压力始终出现在液固接触区域的边界上.

2.2 激波脱体、侧向射流与材料破坏之间的关系

很多学者都对液固撞击后形成的侧向射流进行过研究^[4-5,12], 本文首次通过计算清晰地模拟了该现象, 同时验证了该过程是伴随激波脱体而产生的.

从图 4a~图 4c 可以观察到, 在 $0.32 \mu\text{s}$ 之前, 接触边界的扩展速度要大于液滴内激波在边界扩展方向的传播速度, 波阵面在 $0.32 \mu\text{s}$ 前无法摆脱接触面边界的束缚. 过接触面端点的光滑波阵面与液固接触面之间包络的液体是激波扰动过的区域, 而这之外的区域为未扰动区. 此时, 液滴或者射流的自由表面压力与大气压力相同, 不会有侧向射流产生(考虑表面张力时, 液滴内的压力应略大于液滴外的压力, 也不会产生射流).

在 $0.32 \mu\text{s}$ 瞬时, 撞击接触边界的扩展速度等于液滴内激波的传播速度. 在下一时刻(见图 4d、图 4e), 激波离开了液固接触面边界, 开始向来流方向扩展.

尽管液滴对固面的压力最大值出现在 $0.2 \mu\text{s}$ 处, 但此时 PMMA 材料内部最大等效应力只有 104 MPa, 材料还不足以发生破坏. $0.20 \mu\text{s}$ 以后 PMMA 材料内的等效应力及材料的破坏过程如图 5 和图 6 所示. 在激波波阵面扫过的液滴或射流的自由边界上, 液体内部的压力大于液体外界的压力, 产生了速度为 $2\,925 \text{ m/s}$ 的侧向射流. 如此高速的射流与壁面之间的强大剪切力迅速地使固体表面发生塑性变形, 进而发生破坏. 在 $0.68 \mu\text{s}$ 时刻, 液固接触区域的边界位置发生了材料失效, 而在撞击的中心位置没有这样大的剪切应力, 因此撞击最初的破坏总是位于以撞击中心为圆心的一个圆环区域处.

撞击过程中材料表面等效应力沿接触区域的径向分布如图 7 所示, 其中在 $0.80 \mu\text{s}$ 时刻, 从 0.7 mm 到 1.2 mm 的区域, 破坏的单元已经被删除, 所以这些位置的等效应力计算结果为 0. 图 7 中各点位置采用撞击前的单元位置表示, 撞击后由于剪切应力的影响, 撞击接触区域固体表面各点到撞击中心的距离都有所增大.

2.3 计算与试验结果的比较

Brunton 在 1966 年进行了直径为 2 mm 、速度为 $1\,000 \text{ m/s}$ 的射流冲击 PMMA 材料的试验^[2], 其破坏的平均直径为 3 mm . 本文对破坏区域进行统计得到平均破坏直径为 2.6 mm , 与 Brunton 的实验偏差为 13.3% , 可见数值分析得到的结果与实验吻合得比较好.

3 结 论

本文通过数值分析得到了液滴、射流对 PMMA 材料表面高速撞击时液滴与固体的动态响应状况. 材料的表面损伤情况与 Brunton 试验数据吻合良

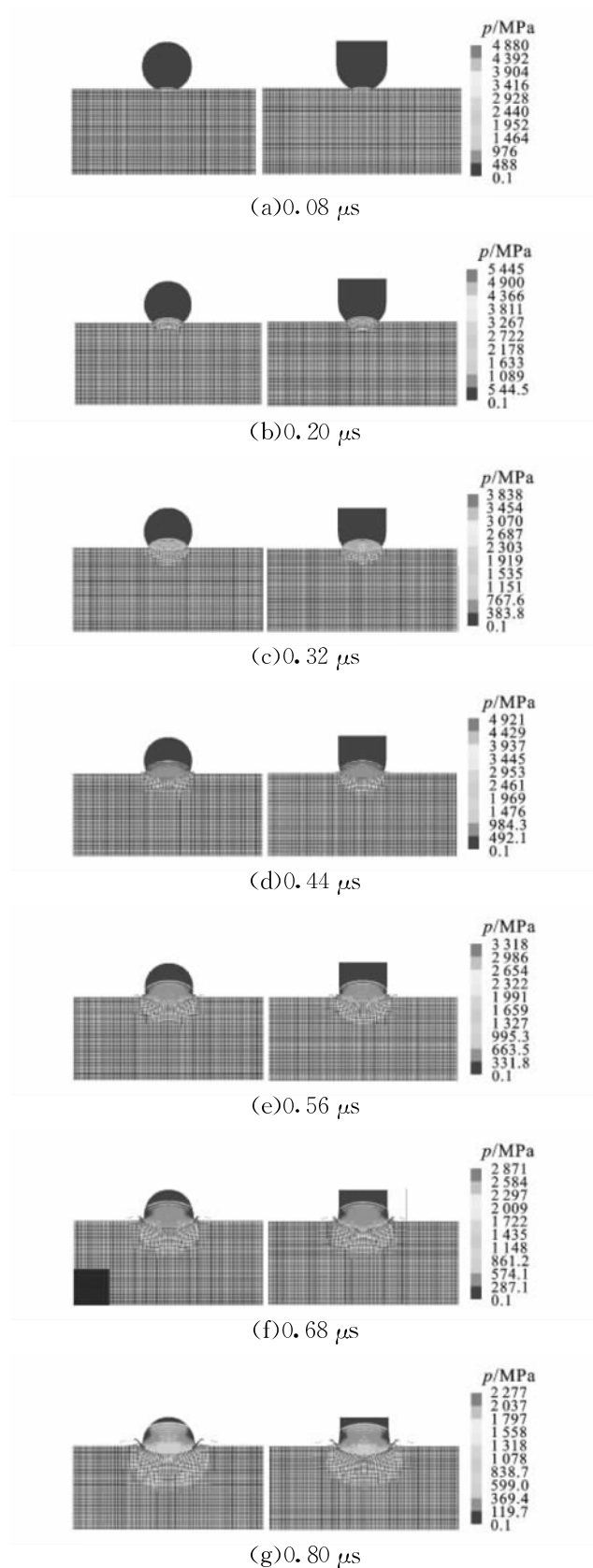


图 4 液滴、射流撞击 PMMA 的动态压力分布

好,在一定程度上证明了本文方法的可行性和精确性.具体结论如下.

(1)射流与液滴在撞击初始时刻的前缘变形和内部压力分布几乎是完全相同的.由于在试验中要

产生单个高速球形液滴非常困难,因此本文中有关射流撞击与液滴撞击的比较分析为进一步开展使用高速射流模拟高速液滴撞击试验提供了理论参考.

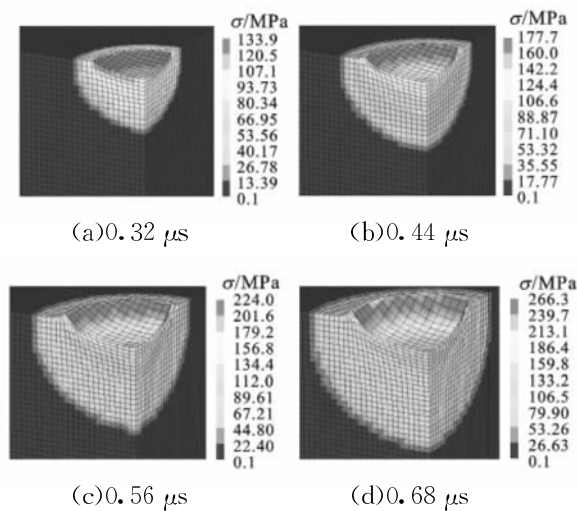


图 5 材料内部的等效应力云图(1/4 模型)

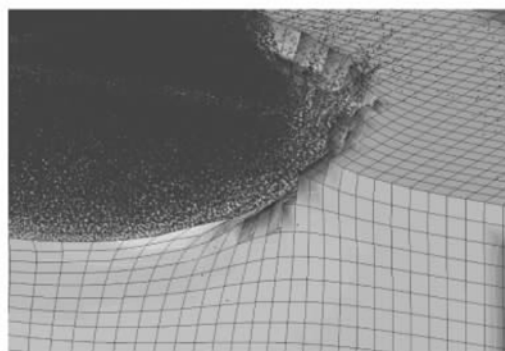


图 6 材料失效与液滴飞溅

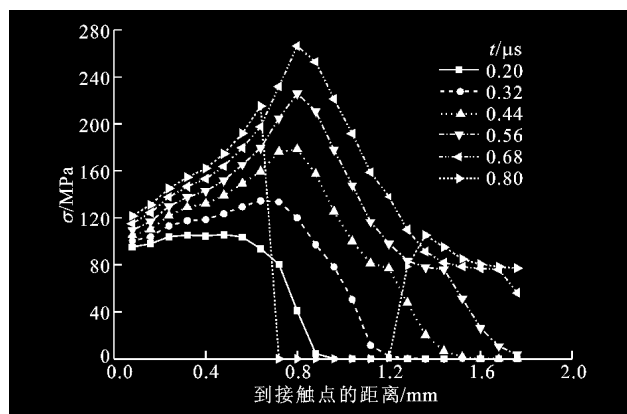


图 7 固体表面沿接触区域径向的等效应力分布

(2)本文首次通过计算清晰地模拟了伴随激波脱体而产生的侧向射流,针对本文具体算例,侧向射流产生于液固撞击瞬时后的 $0.32 \mu\text{s}$.

(3)本文的具体算例表明,尽管液滴对固面的压力最大值出现在 $0.20 \mu\text{s}$,但此时 PMMA 材料内部的最大等效应力只有 104 MPa ,材料还不足以发生破坏,其后产生的速度高达 2925 m/s 的侧向射流

使固体表面发生塑性变形,进而产生破坏。

(4)在撞击的中心位置由于没有侧向射流产生的剪切应力,因此撞击最初的破坏总是位于以撞击中心为圆心的一个圆环区域处。

参考文献:

- [1] BOWDEN F P, FIELD J E. The brittle fracture of solids by liquid impact, by solid impact and by shock [J]. *Proc R Soc London: Ser A*, 1964, 282(1390): 331-352.
- [2] BRUNTON J H. High speed liquid impact [J]. *Mathematical and Physical Science*, 1966, 260(1110): 79-85.
- [3] COOK S S. Erosion by water hammer [J]. *Proc R Soc London: Ser A*, 1928, 199(783): 481-488.
- [4] ROCHESTER M C, BRUNTON J H. Pressure distribution during drop impact [C]// *Proceedings of the 5th International Conference on Erosion by Liquid and Solid Impact*. Cambridge, UK: Cavendish Laboratory, 1979: 6, 1-6, 7.
- [5] KOROBKIN A A. Asymptotic theory of liquid-solid impact [J]. *Philos Trans R Soc London: Ser A*, 1997, 355: 507-522.
- [6] KENNEDY C F, FIELD J E. Damage threshold velocities for liquid impact [J]. *Journal of Materials Science*, 2000, 35(21): 5331-5339.
- [7] HALLER K K, VENTIKOS Y, POULIKAKOS D. Computational study of high-speed liquid droplet impact [J]. *Journal of Applied Physics*, 2002, 92(5): 2821-2828.
- [8] 施红辉, 俞茂铮, 蔡颐年. 一个新的关于液滴与固体表面高速碰撞的力学模型 [M]// *多相流与传热论文集*. 北京: 原子能出版社, 1989: 98-105.
- [9] 毛靖儒, 施红辉, 俞茂铮, 等. 液滴撞击固体表面时的流体动力特性实验研究 [J]. *力学与实践*, 1995, 17(3): 52-54.
MAO Jingru, SHI Honghui, YU Maozheng, et al. et al. The experimental study of the hydrodynamic behavior during liquid solid impact [J]. *Mechanics in Engineering*, 1995, 17(3): 52-54.
- [10] 施红辉, FIELD J E. 高速液体撞击下固体材料内的应力波传播 [J]. *中国科学: G 辑*, 2004, 34(5): 577-590.
SHI Honghui, FIELD J E. Stress wave propagation in high speed liquid solid impact [J]. *Science in China: Ser G*, 2004, 34(5): 577-590.
- [11] 孙弼, 鄢宇鹏, 张荻, 等. 液滴与可变形固面撞击的二维非线性激波模型 [J]. *应用力学学报*, 1996, 13(3): 33-38.
SUN Bi, YAN Yupeng, ZHANG Di, et al. A two dimensional nonlinear shock model for the collision between a liquid drop and elastic plane [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 1996, 13(3): 33-38.
- [12] 张荻, 周屈兰, 谢永慧, 等. 液固撞击的非线性波动模型的研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2002, 36(11): 1138-1142.
ZHANG Di, ZHOU Qulan, XIE Yonghui, et al. Study on nonlinear wave model of liquid solid impact [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2002, 36(11): 1138-1142.
- [13] 张荻, 谢永慧, 周屈兰. 液滴与弹性固体表面撞击过程的研究 [J]. *机械工程学报*, 2003, 39(6): 75-85.
ZHANG Di, XIE Yonghui, ZHOU Qulan. Study on the impact between liquid drop and elastic solid [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2003, 39(6): 75-85.
- [14] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. *The Astronomical Journal*, 1977, 82: 1013-1024.
- [15] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and applications to non-spherical stars [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1977, 181: 375-389.
- [16] CHEN J K, BERAUN J E. A generalized smoothed particle hydrodynamics method for nonlinear dynamic problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 190(1/2): 225-239.
- [17] CLEARY P W, PRAKASH M, HA J. Novel applications of smoothed particle hydrodynamics (SPH) in metal forming [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006, 177: 41-48.
- [18] FANG Jiannong, OWENS R G. A numerical study of the SPH method for simulating transient viscoelastic free surface flows [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2006, 139(1/2): 68-84.
- [19] LIU M B. Smoothed particle method [M]. Singapore: World Scientific, 2003: 39-40.
- [20] 马逸尘, 梅立泉, 王阿霞, 等. 偏微分方程的现代数值方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 2-3.
- [21] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2005: 34-35.
- [22] 张海涛. 弹塑性有限变形摩擦接触问题的有效数值解法研究及计算机软件研制 [D]. 西安: 西安交通大学能源与动力工程学院, 1990.
- [23] 景思睿, 张鸣远. 流体力学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2006: 295.
- [24] 王文广. 塑料材料的选用 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007.

(编辑 王焕雪)