

# 双拉格朗日模型模拟气固两相双圆柱绕流

王聪, 陈斌, 郭烈锦, 王智伟

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

**摘要:** 以湍流剪切层中大尺度旋涡结构与颗粒群的相互作用及运动规律为研究对象, 提出了一种基于离散涡方法与颗粒碰撞模型相耦合的双拉格朗日气固两相流模型. 用次循环调整颗粒运动计算的时间步长, 将两相计算耦合在一起, 从而解决了离散涡方法求解单相流场与颗粒运动方程的时间相容性问题. 首先用颗粒在兰金涡中的运动验证了所提的算法, 随后将该方法应用于高雷诺数湍流旋涡结构中的颗粒水平输运过程研究, 模拟了圆柱尾迹中颗粒的沉降过程及其被旋涡卷吸、扬起和团聚的过程, 说明在有较大尺度旋涡存在的流场中颗粒更容易被流体向下游输运. 当来流速度与重力方向一致时, 颗粒分布特性受颗粒 Stokes 数( $St$ )影响. 当  $St$  小于 1 时, 颗粒响应流场变化的时间短, 随  $St$  增加颗粒对流场变化的响应变得迟钝, 重力所起的作用更加明显; 当  $St$  远远大于 1 时, 颗粒的分布几乎不受旋涡的影响, 而与自由沉降的分布十分接近.

**关键词:** 圆柱绕流; 颗粒碰撞; 离散涡方法; 气固两相流; 双拉格朗日模型

**中图分类号:** TB126 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)01-0077-04

## Lagrangian-Lagrangian Simulation of Gas-Solid Two-Phase Flow Across Two Cylinders

WANG Cong, CHEN Bin, GUO Liejin, WANG Zhiwei

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** A new and effective Lagrangian-Lagrangian model based on the coupling of discrete vortex method (DVM) and the particle collision model was proposed to study the interaction between large eddies and particle cloud in turbulent flow across circular cylinders. To achieve the compatibility in the discrete vortex method, sub time-step was used to adjust the calculation time step of the particle motion to couple the two-phase simulation in our model. The present method was validated by the particle trajectory in Rankine vortex and was applied to simulate the horizontal particle transport process in high Reynolds number turbulent flow across circular cylinders for the particle sedimentation, entrainment and concentration process. The particle distributions were investigated with different Stokes number when the mean velocity was in the direction of gravity. For vertical gas-solid two phase flow, when the Stokes number is smaller than 1, particles are entrapped easily by vortex and finally is concentrated near the outer edges of vortex structure due to their quick response to the flow field. With the increase of Stokes number, particles respond more and more slowly to the flow field, and thus the influence of gravity is stronger. As Stokes number is far larger than 1, vortex structure has little influence on the particle distribution, which is similar to the distribution of free sedimentation.

**Keywords:** flow across cylinder; particle collision; discrete vortex method; gas-solid two phase flow; Lagrangian-Lagrangian model

在两相流中大尺度旋涡与颗粒间的相互作用广泛存在,但旋涡结构与颗粒相互作用的机理目前还不清楚。圆柱绕流是一种非常典型的大尺度旋涡随时间发展的非定常流动,研究气固两相圆柱绕流使我们有机会探索到颗粒与大尺度旋涡相互作用的本质,具有十分重要的学术意义和理论价值。

尽管前人对两相圆柱绕流问题的研究开展了不少工作<sup>[1-6]</sup>,但在两相的相互作用机理和运动规律等基础性问题的认识上还存在分歧,无论是理论研究还是实验研究的结果仍比较少,缺乏旋涡结构和颗粒运动的瞬态模拟方法。双拉格朗日方法可对瞬时变化的剪切流场进行模拟,能够真实地再现剪切紊流中大涡结构的生成、配对、合并以及旋涡与颗粒间的相互作用等非定常流动过程<sup>[7]</sup>。因此,本文以高雷诺数气固两相多圆柱绕流问题为研究对象,发展了适用于气固两相湍流的双拉格朗日模型,初步揭示出旋涡相干结构与颗粒运动相互作用的规律。

## 1 双拉格朗日模型

### 1.1 离散涡方法

对于高雷诺数下具有分离流动的二维不可压缩流动,采用离散涡方法进行求解,该方法直接求解等价于 N-S 方程的涡量方程<sup>[8]</sup>

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

式中: $\omega$  表示涡量; $\nu$  表示流体的运动黏性系数。首先在势流场中的局部区域嵌入有限数目的点涡,用来代表连续分布的涡量,通过涡动力学方法追踪这些旋涡单元随时间的运动,从而计算出离散涡元的成长、卷起及脱落的复杂演化过程随时间变化的详细信息。利用离散涡方法来求解流场,能够非常直接地将颗粒运动与流体旋涡运动紧密联系起来<sup>[9-10]</sup>。

### 1.2 颗粒碰撞模型

对于离散相颗粒运动以及碰撞参考 Wang 和 Mason<sup>[11]</sup> 的模型,应用牛顿第二、三定律以及动量定理进行求解,其基本假设为:

- (1) 颗粒为球形,准刚性;
- (2) 在平面内做二维运动,并且假设如果颗粒发生碰撞只有一个接触点;
- (3) 在模型中采用弹性恢复系数和摩擦系数(作为常数)对碰撞过程中的能量损失进行修正;
- (4) 假设颗粒碰撞是瞬时发生的,不占用颗粒运动时间;
- (5) 在碰撞过程中仅考虑碰撞颗粒间的作用力。

颗粒发生二维碰撞的过程如图 1 所示,应用牛顿第二、三定律推导颗粒运动方程为

$$m_a(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_{a,0}) = -m_b(\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_{b,0}) = \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\frac{I_a}{R_a}(\boldsymbol{\omega}_a - \boldsymbol{\omega}_{a,0}) = \frac{I_b}{R_b}(\boldsymbol{\omega}_b - \boldsymbol{\omega}_{b,0}) = -\mathbf{n} \times \mathbf{J} \quad (3)$$

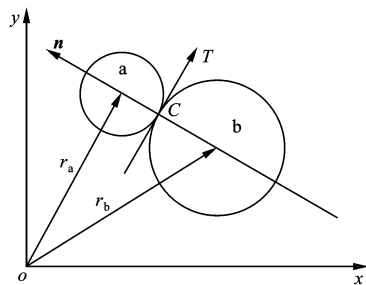


图1 二维颗粒碰撞的坐标系

式中: $m$  代表颗粒的质量; $\mathbf{v}$  代表速度;下标  $a$  和  $b$  分别代表颗粒  $a$  和颗粒  $b$ ;带下标  $0$  表示碰撞发生以前变量的值,无下标  $0$  表示碰撞后变量的值; $\mathbf{J}$  代表冲量, $\mathbf{J} = \int_{t=0}^{t=t_c} \mathbf{F}_{ab} dt$ ,  $t_c$  是碰撞发生的时间,  $\mathbf{F}_{ab}$  为冲力; $I = (2/5)mR^2$  代表转动惯量; $\boldsymbol{\omega}$  表示绕其自身圆心的转动速度; $\mathbf{n}$  表示单位法向分量。

在两次碰撞发生之间的时间段内,颗粒的运动满足牛顿第二定律,由于颗粒相和气相的密度比很大, Magnus 力、Saffman 力、Basset 力等可以忽略不计,因此颗粒运动方程可以表示为

$$\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{g} + \frac{\mathbf{F}_d}{m_p} - \frac{V_p}{m_p} \nabla p \quad (4)$$

式中: $\mathbf{g}$  是重力加速度; $V_p = (1/6)\pi d_p^3$  代表颗粒的体积,  $d_p$  是颗粒直径; $p$  是流体压力; $\mathbf{F}_d$  是曳力

$$\mathbf{F}_d = \frac{1}{8} \pi d_p^2 C_d \rho_g |\mathbf{u} - \mathbf{v}_p| (\mathbf{u} - \mathbf{v}_p) \quad (5)$$

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & Re_p < 1\,000 \\ 0.44 & Re_p \geq 1\,000 \end{cases} \quad (6)$$

### 1.3 双拉格朗日模型

将离散涡方法和颗粒运动方程相结合,用双拉格朗日模型对气固两相流动进行模拟。由于颗粒数目较多,需要考虑颗粒间的相互碰撞,但单个颗粒的体积较小,颗粒相的总体积也很小(占计算区域的体积小于 0.1%),因此本文在计算中考虑了流体对颗粒的作用而不考虑颗粒对流体的作用力。另外,由于颗粒的直径相对于涡元尺度较小,采用次循环的办法将气固两相计算耦合在一起,就是在一个时间步长内计算一次气相流场,根据颗粒的直径和平均速

度将颗粒的运动分若干步求解,只要将次循环的时间步长取得足够小,就可以得到足够的精度。

这样,采用本文的双拉格朗日模型的气固两相双圆柱绕流问题的计算过程如下。

(1)应用离散滴方法对非定常、不稳定连续相流场进行数值模拟,由此可以得到对应时刻流场中的旋涡结构和其他流动信息。

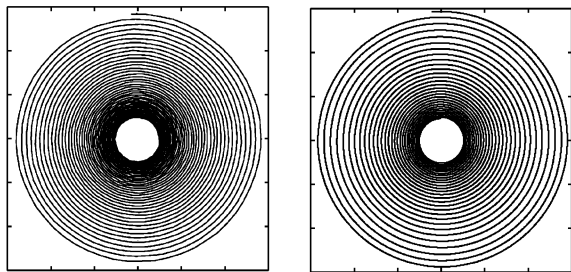
(2)每隔一定时间,在流场中的固定位置处释放一组颗粒。

(3)在计算出的流场中,将时间步分段,在次循环中应用颗粒碰撞模型求解颗粒的拉格朗日运动方程,回到主循环。

(4)重复以上各步,就可以得到流场中的颗粒运动、颗粒分布与旋涡分布的时间序列。

## 2 数值模拟结果与分析

计算前首先研究了单个颗粒在兰金涡中的运动以验证双拉格朗日模型。涡半径为  $0.025\text{ m}$ , 涡量强度为  $180\text{ s}^{-1}$ , 颗粒密度为  $10^3\text{ kg/m}^3$ , 颗粒直径为  $1\text{ }\mu\text{m}$ 。计算结果与文献[12]结果的对比见图 2, 两者相当一致,说明采用本文模型计算气固两相双圆柱绕流问题可以得到正确的计算结果。



(a) Lecuona 等<sup>[12]</sup>的结果

(b) 本文结果

图 2 单个颗粒在兰金涡中的运动轨迹

### 2.1 与重力方向垂直的双圆柱绕流

首先研究与重力方向垂直的平面气固两相圆柱绕流,初始条件为:来流速度  $40\text{ m/s}$ ,方向与  $x$  轴夹角为  $0$ ,两圆柱串列布置,圆柱直径  $0.5\text{ m}$ ,间距等于  $0.5\text{ m}$ ,  $Re=2.73\times 10^5$ ,  $St=77.89$ ,每 5 个时间步长引入一组颗粒,颗粒直径为  $0.7\text{ mm}$ ,每组 15 个颗粒,在圆柱上游  $3R$  处释放,考虑重力影响, $y$  方向上重力从  $5R$  到  $-R$  均匀分布,颗粒初始速度为来流速度的  $90\%$ 。

从图 3 可以看出,颗粒在均匀流场中主要以重力沉降为主,当遇到圆柱尾迹中的大尺度旋涡结构

时,被大尺度旋涡卷吸并扬起,使颗粒能够伴随气流方向远距离输运。但是,随着旋涡向下游运动,旋涡的涡量强度扩散并且减弱,被卷吸、扬起的颗粒数量逐渐减少,部分颗粒逐渐沉降,在涡旋特别强烈的两圆柱之间的区域,颗粒被旋涡卷吸的作用特别明显,时而作顺时针旋转,时而作逆时针旋转。颗粒相分布极为不均匀,在旋涡的边缘处颗粒浓度较大,在旋涡的中心处颗粒浓度较小,由于缺少相关的实验研究,仍不能得出更准确的定量结论。

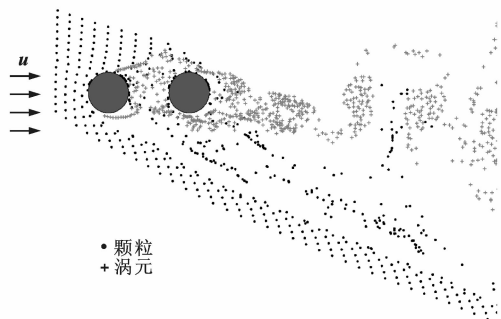
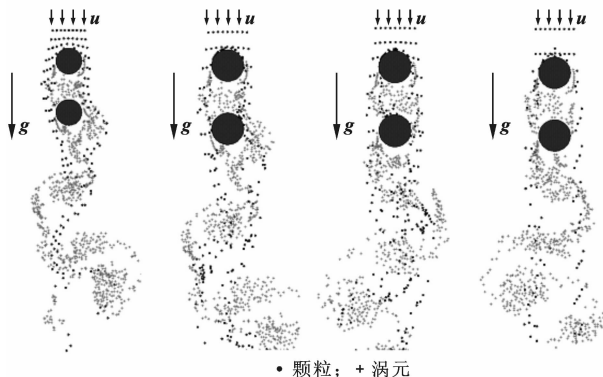


图 3 双圆柱绕流颗粒群与涡元分布

### 2.2 与重力方向一致的双圆柱绕流

本文还研究了来流速度与重力方向一致的两相双圆柱绕流流场中不同  $St$  ( $St>1$ ,  $St\approx 1$ ,  $St<1$ ) 对颗粒分布特性的影响,计算结果如图 4 所示,可以看出无论在何种  $St$  下颗粒都会在圆柱的上表面少量堆积,然后向两边滑落。颗粒进入尾迹区后,受旋涡结构影响的程度直接与  $St$  相关。当  $St<1$  时,颗粒受旋涡干扰较为强烈,但是由于颗粒相的密度远远大于连续相的密度,所以颗粒主要分布在旋涡的边缘,很难进入旋涡的中心;随着  $St$  的增大,当  $St$  接近于 1 时,重力的作用逐渐显现出来,旋涡的分离作用不足以推开颗粒,颗粒的运动轨迹虽然受到旋涡



(a)  $St=0.123$  (b)  $St=0.82$  (c)  $St=10.79$  (d)  $St=160.23$

图 4 双圆柱绕流垂直下降绕流

的干扰而摆动,但是已经不被旋涡完全控制.当  $St$  等于 10.79 时,颗粒由于受重力的作用可以穿越旋涡中心,而旋涡的作用相对于  $St \gg 1$  时也要强一些,因此颗粒会在重力、颗粒间碰撞和大涡结构的共同作用下进入两圆柱之间的区域,并在后圆柱上表面少量堆积.当  $St$  为 160.23 的时候,颗粒几乎不受旋涡的干扰而作自由落体运动.这只是通过计算得出的结果,仍需相关的实验研究来进一步加以验证.

### 3 结 论

本文在双拉格朗日框架下,以气固两相圆柱绕流中大尺度旋涡结构与颗粒群的相互作用及运动规律为研究对象,提出了一种基于离散涡方法与颗粒碰撞模型相耦合的数值模拟方法.用次循环调整时间步长,将两相计算耦合在一起,解决了离散涡方法求解单相流场与颗粒运动方程的相容性问题.首先用颗粒在兰金涡中的运动验证了本文的算法,随后将该方法应用于高雷诺数湍流旋涡结构中的颗粒水平输运过程研究,模拟了圆柱尾迹中颗粒的沉降过程及其被旋涡卷吸、扬起和团聚的过程,说明在有大尺度旋涡存在的流场中颗粒更容易被流体向下游输运.当来流速度与重力方向一致时,颗粒分布特性受  $St$  影响.当  $St$  远小于 1 时,颗粒响应流场变化的时间短,随  $St$  增加颗粒对流场变化的响应变得迟钝,重力所起的作用更加明显;当  $St$  远远大于 1 时,颗粒的分布几乎不受旋涡的影响,而与自由沉降的分布十分接近.

### 参考文献:

- [1] 陈懿,樊建人,任安禄,等.三维气固圆柱绕流颗粒扩散的直接数值模拟[J].浙江大学学报(工学版),2007,41(3):484-488.  
CHEN Yi, FAN Jianren, REN Anlu, et al. Numerical simulation of particle dispersion in three dimensional gas-particle circular cylinder wake [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2007, 41(3): 484-488.
- [2] 黄远东,吴文权.液固两相圆柱绕流尾迹内颗粒扩散分布的离散涡数值研究[J].应用数学和力学,2006,27(4):477-483.  
HUANG Yuandong, WU Wenquan. Numerical study of particle distribution in the wake of liquid-particle flows past a circular cylinder using discrete vortex method [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(4): 477-483.
- [3] 王泮浩,姜歌东,罗昔联.高雷诺数下双圆柱绕流诱发振动的数值模拟[J].西安交通大学学报,2007,41(1):101-105.  
WANG Fenghao, JIANG Gedong, LUO Xilian. Numerical simulation for flow around two cylinders at high Reynolds number by surface vorticity method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(1): 101-105.
- [4] UCHIYAMA T, YAGAMI H. Numerical analysis of gas-particle two-phase wake flow by vortex method [J]. Powder Technology, 2005, 149: 112-120.
- [5] ZHOU Zhiyong, Chen Airong, Xiang Haifan. Numerical analysis of interactive vortex-shedding from a pair of circular cylinders in a transverse arrangement by random vortex method[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(1): 38-46.
- [6] LAITONE J A. A numerical solution for gas-particle flows at high Reynolds numbers [J]. Journal of Applied Mechanics, 1981, 48: 465-471.
- [7] 陈斌,郭烈锦,张西民,等.管束间气液两相流动的计算方法[J].应用基础与工程科学学报,1999,7(1):60-66.  
CHEN Bin, GUO Liejin, ZHANG Ximin, et al. A review on the numerical methods of the two phase flow across a tube bundle[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 1999, 7(1): 60-66.
- [8] CHORIN A J. Numerical study of slightly viscous flow[J]. J Fluid Mech, 1973, 57: 785-796.
- [9] 陈斌,郭烈锦,杨晓刚.圆柱绕流的离散涡数值模拟[J].自然科学进展,2002,12(9):964-969.  
CHEN Bin, GUO Liejin, YANG Xiaogang. Discrete vortex method simulation of flow across cylinders[J]. Progress in Natural Science, 2002, 12(9): 964-969.
- [10] CHEN Bin, GUO Liejin, YANG Xiaogang. Simulation of flow across complicated domain between tube bundles by discrete vortex method [J]. Progress in Natural Science, 2003, 13(3): 213-218.
- [11] WANG Y, MASON M T. Two-dimensional rigid-body collision with friction[J]. J Appl Mech, 1992, 59: 635-642.
- [12] LECUONA A, RUIZ-RIVAS U, NOGUEIRA J. Simulation of particle trajectories in a vortex-induced flow: application to seed-dependent flow measurement techniques [J]. Measurement Science and Technology, 2002, 13: 1020-1028.