

透视投影下的镜面反射表面形状恢复新算法

刘瑞玲, 韩九强

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对含有镜面反射的表面形状恢复算法存在较大误差的问题, 提出一种透视投影下基于 Ward 模型的从明暗恢复形状的新算法. 首先假设光源处在相机的光心处, 并引入光强衰减距离因子, 用 Ward 模型建立含有强镜面反射的表面反射图方程, 进而由反射图方程构造透视投影下关于形状深度信息的偏微分方程, 并用 Lax-Friedrichs Sweeping 方法和改进的非线性黏性因子求解该偏微分方程, 得到表面三维形状. 新算法具有准确可靠的特点, 比同类算法更加稳定. 对合成花瓶图像的实验表明, 与基于正交投影的算法相比, 新算法恢复高度的平均误差下降了 13.5%.

关键词: 透视投影; 三维形状恢复; 镜面反射

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)02-0006-04

Shape from Shading for Specular Surfaces under Perspective Projection

LIU Ruiling, HAN Jiuqiang

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to recover the shape of surfaces that have specular reflection, a new shape from shading method is presented based on the Ward reflectance model and the perspective projection. It is assumed that the light source is located at the camera's optical center and that the attenuation of the illumination due to distance is taken into account. The bidirectional reflectance distribution function of the specular surface based on Ward model is designed, and then a partial differential equation (PDE) of the shape under perspective projection is established. The PDE is solved by the Lax-Friedrichs sweeping method and the modified nonlinear artificial viscosity for the surface shape. The proposed method is more accurate and stable than other existing methods of the same kind. Experiments on synthetic specular vase show that the reduction in the average height error of the proposed method is about 13.5% compared with the method under orthographic projection.

Keywords: perspective projection; three-dimensional shape recovery; specular reflection

从明暗恢复形状 (Shape From Shading, SFS) 是计算机视觉领域的经典问题之一, 从 20 世纪 70 年代 Horn^[1] 提出该问题以来, 已经历了 30 多年的发展. 求解 SFS 问题主要包括 2 个方面: 一是建立成像模型, 准确描述图像灰度与物体形状之间的关系; 二是在成像模型基础上, 从给定图像求解出物体三维形状. 对于金属焊点这一类物体, 由于其表面存在强镜面反射, 需要建立复杂的混合反射模型. 已

有的镜面反射物体形状恢复算法主要存在反射模型不准确、采用正交投影方式及稳定性差等问题^[2-4].

为了恢复镜面反射物体三维形状, 本文提出一种在透视投影下基于 Ward 模型的 SFS 新算法. 本文算法有以下几个特点: ①采用更加符合相机实际拍摄过程的透视投影方式, 并考虑了光强衰减距离因子, 从而能够保证 SFS 问题解的惟一性^[5-6]; ②采用 Ward 混合反射模型^[7]能够更准确地描述金属表

表面的反射特性,减小由于模型误差带来的高度恢复误差;③采用 Lax-Friedrichs Sweeping (LFS) 方法^[8]求解新算法建立的非凸 Hamilton 偏微分方程,并提出利用改进的非线性黏性因子来提高算法的精度。

1 透视投影模型与 Ward 模型

Prados 等人^[5-6]提出一种新的透视投影模型,如图 1 所示。在该模型中,假设光源处在相机的光学中心,而不是在无限远处,并考虑了光照距离衰减因子 $1/r^2$,这些条件更加符合真实场景的成像过程,并且证明了在此种模型下 SFS 问题存在惟一解,但他们的算法采用的是 Lambertian 漫反射模型,无法用于恢复含镜面反射的物体。

Ward 模型用较简单的数学公式描述了含有漫反射和镜面反射的混合表面反射图方程,该模型不仅遵循光线反射定律,并且经过实验验证了其有效性^[7]。Ward 反射模型可以表示为

$$L_r(\theta_i, \varphi_i, \theta_r, \varphi_r) = \frac{\rho_d \cos \theta_i + \rho_s \left(\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_r} \right)^{1/2} \frac{\exp(-\tan^2 \delta / \sigma^2)}{4\pi\sigma^2}}{\pi} \quad (1)$$

式中: θ_i 和 φ_i 分别是入射光线的俯仰角和方位角; θ_r 和 φ_r 分别是反射光线的俯仰角和方位角; ρ_d 是漫反射系数, ρ_d 值越大,物体表面越亮; ρ_s 是镜面反射系数, ρ_s 越大,物体表面的金属反射效果越明显; σ 是表面粗糙度系数,它决定了镜面反射辐射面的大小,较大的 σ 值产生模糊的类似非抛光金属面的镜面反射,而较小的 σ 值产生清晰的灰度变化剧烈的镜面反射; δ 是表面法向量 $\mathbf{n}$ 与向量 $\mathbf{h}$ 的夹角,法向量 $\mathbf{n}$ 与向量 $\mathbf{h}$ 的关系如图 2 所示。

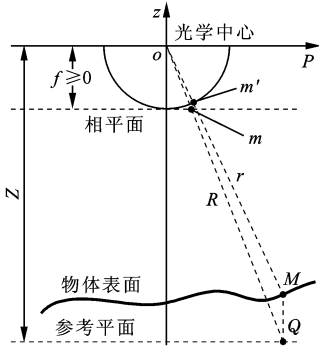


图1 透视投影模型

f : 焦距; o : 相机光学中心; P : 过点 o 并与 z 轴垂直的平面; m : 相平面上任意一点, 坐标为 $(\mathbf{X}, -f)$, $\mathbf{X}$ 为点 m 在相平面上的二维坐标向量; m' : 点 m 在以 o 为球心、 f 为半径的球面上的像点, 坐标为

$\frac{f}{(\|\mathbf{X}\|^2 + f^2)^{1/2}}(\mathbf{X}, -f)$; M : 物体表面上与点 m 对应的点, 坐标为 $u(\mathbf{X})m'$, $u(\mathbf{X})$ 是点 M 和 m' 的坐标比例因子

图1 透视投影模型

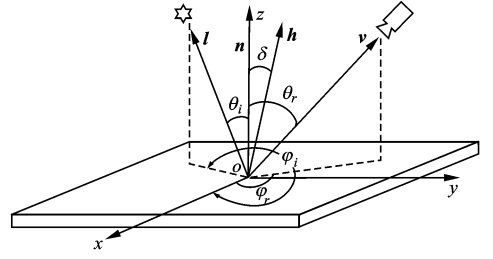


图2 表面反射参数关系

2 新模式下的偏微分方程

下面分析如何在透视投影方式下建立基于 Ward 反射模型的关于物体表面深度的偏微分方程。与文献^[2,9]类似,假设图像区域由集合 Ω 表示, $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, 物体表面形状可以表示为函数 $S: \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$, 由图 1 可知

$$S(\mathbf{X}) = \frac{fu(\mathbf{X})}{(\|\mathbf{X}\|^2 + f^2)^{1/2}}(\mathbf{X}, -f) \quad \mathbf{X} \in \Omega$$

根据图 1 所示的拍照模式,物体表面上任意一点 M 处的法线方程可以表示为^[6]

$$\mathbf{n}(\mathbf{X}) = \left[f \nabla u(\mathbf{X}) - \frac{fu(\mathbf{X})}{\|\mathbf{X}\|^2 + f^2} \mathbf{X}, \nabla u(\mathbf{X}) \mathbf{X} + \frac{fu(\mathbf{X})}{\|\mathbf{X}\|^2 + f^2} f \right]$$

式中: $\nabla u(\mathbf{X})$ 是 $u(\mathbf{X})$ 的梯度, 对应于点 m 的光源入射方向为

$$\mathbf{l}(S(\mathbf{X})) = (-\mathbf{X}, f) / (\|\mathbf{X}\|^2 + f^2)^{1/2}$$

下面建立图像灰度与物体表面法向量之间的关系。由于 $\mathbf{l}$ 和 $\mathbf{v}$ 方向一致, 所以 $\theta_i = \theta_r = \delta = \theta$, 并有 $\cos \theta = \mathbf{l}(S(\mathbf{X})) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{X}) / \|\mathbf{n}(\mathbf{X})\|$ 。考虑光强距离衰减因子 $1/r^2$ 以及 $r = fu(\mathbf{X})$, 并将 $u(\mathbf{X})$ 简记为 u , 式(1)改写为

$$f^2 u^2 L - \frac{\rho_d}{\pi} \frac{u}{[W(\nabla u, \mathbf{X}) + u^2]^{1/2}} - \frac{\rho_s}{4\pi\sigma^2} \exp\left[\frac{-W(\nabla u, \mathbf{X})}{u^2\sigma^2}\right] = 0 \quad (2)$$

式中

$$W(\nabla u, \mathbf{X}) = (f^2 \|\nabla u\|^2 + (\nabla u \mathbf{X})^2) / (\|\mathbf{X}\|^2 + f^2)$$

设 I 是图像灰度值, 在 $0 \sim 255$ 之间, ϵ 是 I 与表面反射度 L 之间的比例因子, 可以理解为光源强度并由实验得到。令 $v = \ln u$, $I = L\epsilon$, $A = \frac{\rho_d}{\pi}\epsilon$, $B = \frac{\rho_s}{4\pi\sigma^2}\epsilon$, 式(2)可以改写为

$$f^2 \exp(2v) I [W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2} =$$

$A + B \exp[-W(\nabla v, \mathbf{X})/\sigma^2][W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}$
更进一步改写为

$$-\exp(-2v) + \frac{f^2 I[W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}}{A + B \exp[-W(\nabla v, \mathbf{X})/\sigma^2][W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}} = 0 \quad (3)$$

式(3)是一个 Hamilton-Jacobi 方程,通常不存在经典意义下的确定解,为了保证解的存在性和唯一性,需要给定 Dirichlet 边界条件,从而可以求得式(3)的黏性解.将式(3)改写为

$$\left. \begin{aligned} &-\exp(-2v) + \frac{f^2 I[W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}}{A + B \exp[-W(\nabla v, \mathbf{X})/\sigma^2][W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}} = 0 \\ &\quad \forall \mathbf{X} \in \Omega \\ v(\mathbf{X}) = \phi(\mathbf{X}) &\quad \forall \mathbf{X} \in \partial\Omega \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3 偏微分方程求解

为了对方程组式(4)进行求解,提出一种非线性黏性因子的 LFS 方法. LFS 方法由 Kao^[8] 等人提出,其主要优点是可以求解任意复杂度的凸和非凸 Hamilton 方程,而文献[5-6]中的方法只能用于求解凸 Hamilton 方程.由于方程(4)是非凸的,所以可以用 LFS 方法求解.

本文首次将 LFS 方法用于求解透视投影下镜面反射物体三维形状恢复问题,并提出非线性黏性因子改善计算结果,其主要步骤如下:

首先将方程(4)改写为

$$\left. \begin{aligned} &-\exp(-2v) + H(\nabla v, \mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) \quad \forall \mathbf{X} \in \Omega \\ v(\mathbf{X}) = \phi(\mathbf{X}) &\quad \forall \mathbf{X} \in \partial\Omega \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中

$$R(\mathbf{X}) = 0 \\ H(\nabla v, \mathbf{X}) = \frac{f^2 I[W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}}{A + B \exp[-W(\nabla v, \mathbf{X})/\sigma^2][W(\nabla v, \mathbf{X}) + 1]^{1/2}}$$

将待求解区域 Ω 离散化为 $i \times j$ 的格栅,分辨率为 $(\Delta x, \Delta y)$,则求解 $v(\mathbf{X})$ 转变为求解近似值 $V_{i,j} = v(i\Delta x, j\Delta y)$. 运用 2D Lax-Friedrichs Hamilton 函数求解,可得方程(5)的近似解迭代式为

$$-1/\left(\frac{\sigma_x}{\Delta x} + \frac{\sigma_y}{\Delta y}\right) \exp(-2V_{i,j}^{n+1}) + V_{i,j}^{n+1} = 1/\left(\frac{\sigma_x}{\Delta x} + \frac{\sigma_y}{\Delta y}\right) \left[R - H\left(\frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\Delta x}, \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2\Delta y}\right) \right] +$$

$$1/\left(\frac{\sigma_x}{\Delta x} + \frac{\sigma_y}{\Delta y}\right) \left[\sigma_x \frac{V_{i+1,j} + V_{i-1,j}}{2\Delta x} + \sigma_y \frac{V_{i,j+1} + V_{i,j-1}}{2\Delta y} \right] \quad (6)$$

式中: $\sigma_x \geq \max_{p,q} \left| \frac{\partial H}{\partial p} \right|$, $\sigma_y \geq \max_{p,q} \left| \frac{\partial H}{\partial q} \right|$ 为人工黏性因子; $p = \frac{\partial v}{\partial x}$, $q = \frac{\partial v}{\partial y}$. 由于方程(6)对于 $V_{i,j}$ 是非线性的,可以采用 Newton 迭代法求解.

在算法初始化时, Kao^[8] 和 Ahmed^[2,9] 赋给非边界点的是一个大于真实值的任意正值,实验发现这种初始化方法恢复的物体边缘高度误差较大,因此本文对初始化方法作了如下改进:根据图 1 所设定的拍摄条件,物体表面上任意一点 M 到相机的距离 r 应小于与 M 对应的参考平面上的点 Q 到相机的距离 R , Z 为参考平面到相机的距离,因此可以令点 M 到相机的初始值为 R . 实验证明,这种初始化方式可以减小计算误差.

实验中发现,当 σ_x 和 σ_y 取常数值时,所恢复物体形状的边缘误差较大,因此提出一种非线性黏性因子,在一定程度上减小了恢复误差.具体为:设 $I(i,j)$ 为某一像素灰度值,则求解该像素点的高度时,相应的 σ_x 和 σ_y 取值为

$$\sigma_x = \sigma_y = 8.2 + 1.76 \lg \left[\frac{I(i,j)}{180} \right] \quad I(i,j) > 180$$

$$\sigma_x = \sigma_y = 7 + 1.76 \lg \left[\frac{I(i,j)}{150} \right] \quad 180 > I(i,j) > 150$$

$$\sigma_x = \sigma_y = 4.5 + 1.76 \lg \left[\frac{I(i,j)}{150} \right] \quad I(i,j) < 150$$

4 实验结果

实验运行环境如下: CPU 为 AMD 4 000+, 2.11 GHz, RAM 为 1 G. 用 Ward 模型合成花瓶的图像,参数 $\rho_d = 0.45$, $\rho_s = 0.067$, $\sigma = 0.2$, 相机焦距为 100 mm, 相机与物体所处平面距离为 500, 三维图中的所有长度单位均为像素. 图像分辨率为 101×101 像素.

本文算法对合成花瓶的恢复结果如图 3 所示.

为了表明本文算法恢复具有强镜面反射表面形状的有效性,分别用文献[2]中基于 Ward 模型和正交投影的方法及文献[9]中基于 Oren-Nayar 模型和透视投影的方法对虚拟花瓶进行恢复,结果如图 4 所示.

图 3、图 4 表明,本文算法和文献[2]算法的恢复结果较接近花瓶高度真值,也就是说,基于 Ward 模型的算法可以更好地恢复具有强镜面反射的物体

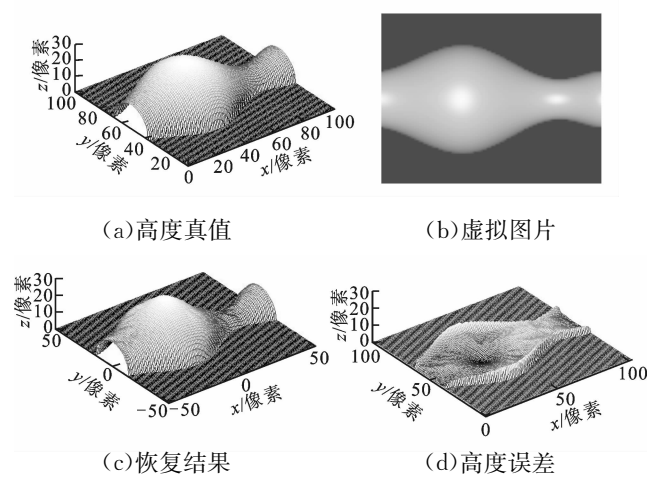


图 3 本文算法对虚拟花瓶的恢复结果

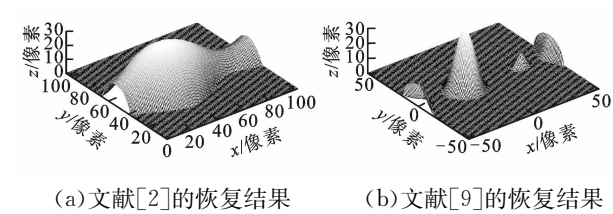


图 4 文献算法对虚拟花瓶的恢复结果

表面形状.

在其他参数不变的情况下,将本文算法和文献[2]算法的迭代次数设置为 100 次,图 5 是 2 种算法分别迭代 100 次的计算结果.图 6 是在各次迭代结束时所得结果与花瓶真实高度的总体误差变化趋势图.

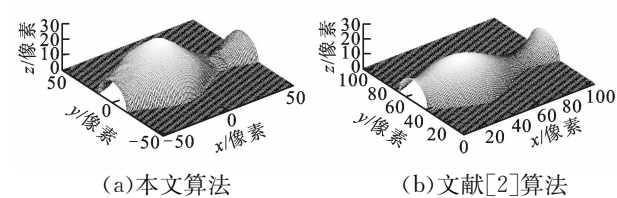


图 5 2 种算法迭代 100 次的结果

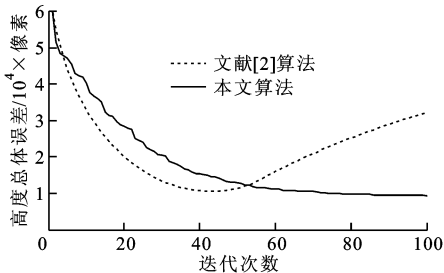


图 6 本文算法与文献[2]算法总体误差比较

图 6 表明,随着迭代次数增加,本文算法所恢复形状的高度误差逐渐减小,在迭代次数大于 60 次

时,误差基本趋于稳定.文献[2]算法在迭代 42 次时,误差达到最小,迭代次数大于 42 次时,误差反而变大.表 1 给出了本文算法和文献[2]算法在几种不同迭代次数下所恢复形状的高度平均误差,结果表明对于未知真实高度的物体,本文算法恢复的结果更为可靠.

表 1 不同迭代次数下高度平均误差比较

迭代次数	高度平均误差/像素	
	文献[2]算法	本文算法
42	2.797 6	3.851 7
60	4.271 0	2.884 4
100	8.699 2	2.421 0

5 结 论

本文在前人的研究基础上,提出一种透视投影下基于 Ward 模型的表面形状恢复新算法.用 Ward 模型建立透视投影下含有强镜面反射的表面反射图方程,进而由反射图方程和图像灰度信息构造关于形状深度信息的偏微分方程,并用 LFS 方法和改进的非线性黏性因子求解该偏微分方程.本文算法在恢复含有强镜面反射的表面三维形状时,与同类算法相比,精度和可靠性均有一定提高.研究中发现,偏微分方程求解结果容易受黏性因子影响.如何选取黏性因子使算法更加稳定,将会是我们下一步工作的重点.

参考文献:

[1] HORN B K P. Shape from shading; a method for obtaining the shape of smooth opaque object from one view [D]. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology,1970.

[2] ABDELREHIM A, AFY F. Shape from shading for hybrid surfaces [C] // IEEE International Conference on Image Processing. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2007: 525-528.

[3] HIDEO S, KAZUKO O, SHINJI O. Recovery of shape and surface reflectance of specular object from relative rotation of light source [J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(9): 777-787.

[4] 杨磊, 韩九强. 一种含有镜面反射由明暗恢复形状的新算法[J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(4): 435-438.

YANG Lei, HAN Jiuqiang. New algorithm of shape-

- from-shading with specular reflection [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(4): 435-438.
- [5] PRADOS E, FAUGERAS O. Shape from shading: a well-posed problem? [C]// Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 870-877.
- [6] PRADOS E. Application of the theory of the viscosity solutions to the shape from shading problem [D]. Nice, France: University of Nice-Sophia Antipolis, 2004.
- [7] GREGORY W J. Measuring and modeling anisotropic reflection [J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 265-272.
- [8] KAO C Y, STANLEY O, QIAN Jianliang. Lax-Friedrichs sweeping scheme for static Hamilton-Jacobi equations [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 196(1): 367-391.
- [9] ABDELREHIM A, AFY F. A new formulation for shape from shading for non-Lambertian surfaces [C]// Proceedings of 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 1817-1824.

(编辑 刘杨)