

具有模糊隶属度的模糊支持向量机算法

唐浩, 廖与禾, 孙峰, 谢航

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对传统支持向量机(SVM)由于样本中存在孤立点数据或噪声而导致的过学习问题,通过分析模糊支持向量机(FSVM)的特点,指出其关键在于如何构建模糊隶属度,为此结合 k 近邻法思想提出了一种新的隶属度函数构造方法. 该方法不仅考虑了样本点到类中心的距离,而且对各样本点排列的紧密程度也进行了估计,与传统 SVM 相比,它对样本的分类更为清晰和准确. 将该方法应用于汽车发动机的实际故障诊断中,结果表明:SVM 与普通 FSVM 的分类正确率较低,而采用新的模糊隶属度的 FSVM 算法却有较高的识别率,当 k 为 5 时分类正确率达到了 70.93%,因此验证了该算法的有效性.

关键词: 模糊支持向量机;模糊隶属度;故障诊断

中图分类号: TP181; TB533 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)07-0040-03

Fuzzy Support Vector Machine with a New Fuzzy Membership Function

TANG Hao, LIAO Yuhe, SUN Feng, XIE Hang

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To solve the over-fitting problem in support vector machine (SVM), the characteristics of fuzzy support vector machine (FSVM) are analyzed. The key of the FSVM is to construct the fuzzy membership function. Combining with the concept of the k -nearest neighbor algorithm, a new fuzzy membership function is proposed, where the distance between each data point and the center of class, and an affinity among samples are considered simultaneously. Compared with the traditional SVM, the improved algorithm performs more effectively and accurately. This method is employed in automobile engine fault diagnosis, and the analytical results show the good performance of the improved FSVM. The test rate approaches to 70.93% as k is 5.

Keywords: fuzzy support vector machine; fuzzy membership function; fault diagnosis

支持向量机(SVM)是 Vapnik 等人^[1-3]在统计学习理论上发展起来的一种通用模式分类器. SVM 理论体现了结构风险最小化原则,由于其具有较好的泛化能力,因此被广泛应用到许多领域中,如手写体数字识别、文本分类、人脸识别、语音识别、空间数据分析等等. 尽管支持向量机具有良好的推广能力,但由于在实际应用中对孤立点数据或噪声非常敏感^[4],因此导致获得的分类面并不是真正的最优分类面. 针对这一情况, Lin 等学者^[5-7]提出了模糊支持向量机(FSVM)理论,将模糊技术应用于

SVM 中,对不同样本采用不同的惩罚系数,使得在构造目标函数时,不同样本有不同的贡献,对噪声或野值样本赋予较小的权值,从而减小或消除它们对最优决策面的影响.

在模糊支持向量机理论中,隶属度函数的设计是 FSVM 的一个关键问题,需要根据不同的实际情况选择合适的模糊隶属度. 目前,隶属度函数的构造方法有很多,但还没有一个可遵循的一般性准则,主要是基于样本到类中心的距离来度量其隶属度的大小^[8]. 本文在此基础上,结合 k 近邻法思想,提出了

一种新的模糊隶属度函数,将其应用于汽车发动机的故障诊断中,并取得了优于传统 SVM 的诊断效果。

1 基本理论

1.1 支持向量机简介

对于给定训练样本集

$$T = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\}$$

$$x_i \in \mathbf{R}^N, y_i \in \{-1, +1\}, i = 1, \dots, l \quad (1)$$

近似线性可分时,在最大间隔法基础上引入惩罚系数 C 及松弛因子 ξ_i ,表示对训练样本被错分程度的惩罚,使得分类间隔与错分率之间达到一个合适的折中. 惩罚系数 C 越大,表示训练时有较小的错分率和较窄的边界; C 越小,则 SVM 训练时可忽略较多的样本点,得到一个较宽的边界. 该算法归结为解决如下的优化问题

$$\left. \begin{aligned} \min & 0.5 \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l \xi_i \\ y_i(w x_i + b) & \geq 1 - \xi_i \\ \xi_i & \geq 0, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: w 为待确定参数; b 表示分类阈值。

在大多数情况下,并不能在输入空间找到一个合适的分类面,而是通过核函数将变量 x_i 映射到高维特征空间,映射函数 $\varphi(x_i)$ 必须满足 Mercer 条件^[9]. 根据 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 定理和拉格朗日乘数法, SVM 算法需要解决如下优化问题

$$\left. \begin{aligned} \min & 0.5 \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j a_i a_j k(x_i, x_j) - \sum_{j=1}^l a_j \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i & = 0 \\ 0 & \leq a_i \leq C \quad i = 1, 2, \dots, l \\ k(x_i, x_j) & = \varphi(x_i) \varphi(x_j) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

常用的核函数有高斯核函数、多项式核函数、Sigmoid 核函数等。

1.2 模糊支持向量机简介

考虑给定训练样本集

$$T' = \{(x_1, y_1, s_1), (x_2, y_2, s_2), \dots, (x_l, y_l, s_l)\}$$

$$x_i \in \mathbf{R}^N, y_i \in \{-1, +1\}, i = 1, \dots, l \quad (4)$$

式中: s_i 为模糊隶属度, $0 \leq s_i \leq 1$, σ 为一个任意小的正数. 近似线性可分时,用 $s_i \xi_i$ 代替松弛因子 ξ_i ,引入到目标函数,这样就使得不同样本点在分类时起到不同的作用,则式(2)变为

$$\left. \begin{aligned} \min & 0.5 \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l s_i \xi_i \\ y_i(w \varphi(x_i) + b) & \geq 1 - \xi_i \\ \xi_i & \geq 0, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

相应地,式(3)变为

$$\left. \begin{aligned} \min & 0.5 \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j a_i a_j k(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^l a_i \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i & = 0, 0 \leq a_i \leq s_i C, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2 构造新的隶属度函数

针对不同的工程问题选则合适的模糊隶属度,是 FSVM 算法的关键问题之一. 目前,构造隶属度函数的方法有很多,但并没有一个可遵循的一般性准则,不少学者都用样本点到类中心的距离来定义其模糊隶属度。

在训练样本集式(4)中,分别定义 o_p, o_n 为类 G_p 与 G_n 的中心,则样本点离各自类中心的最大距离分别为

$$\left. \begin{aligned} d_p & = \max \|o_p - x_i\| \quad x_i \in G_p \\ d_n & = \max \|o_n - x_i\| \quad x_i \in G_n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

距离模糊隶属度定义为

$$s_i = \begin{cases} 1 - \frac{\|o_p - x_i\|}{(d_p + \delta)} & x_i \in G_p \\ 1 - \frac{\|o_n - x_i\|}{(d_n + \delta)} & x_i \in G_n \end{cases} \quad (8)$$

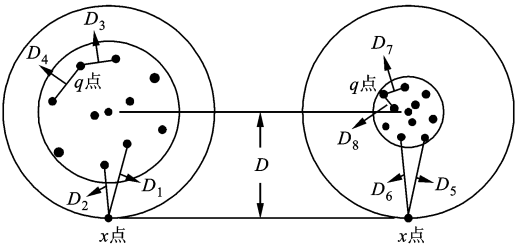
式中: δ 为一个任意小的正数. 因为构造 SVM 的最优分类面是由靠近类边缘的支持向量所决定的,而噪声、野值点往往也在这一区域,根据式(8)定义的距离模糊隶属度,并不能有效地区分支持向量与孤立点,因此降低了 FSVM 算法的分类精度。

在图 1 中, x 点到类中心的距离相等. 按照式(8)的定义,这 2 点的隶属度应相同,对最终决策的影响也应相同. 但是,从各样本排列的紧密程度来看,左图中的 x 点可能是支持向量,而右图中的 x 点则更可能为野值. 因此,仅用点到类中心的距离来定义模糊隶属度仍存在着不足之处。

本文结合 k 近邻法思想,对隶属度函数做了改进. 针对训练样本集式(4),定义数据点与点之间的距离为

$$\left. \begin{aligned} d_{ij} & = \|x_i - x_j\| \quad i, j \in l, i \neq j \\ d_{i1} & \leq d_{i2} \leq \dots \leq d_{i(l-2)} \leq d_{i(l-1)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

则紧密度的模糊隶属度定义为



$D_1 \sim D_8$: 相邻点间的距离; D : x 点到类中心的距离

图1 不同紧密程度的样本点

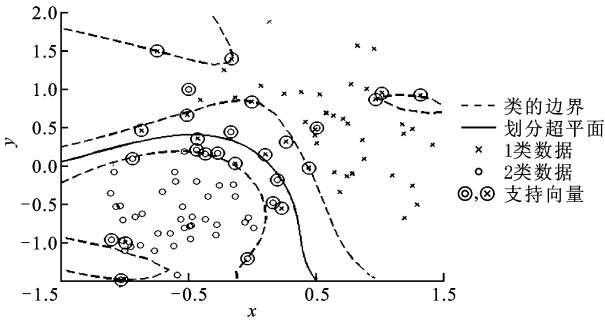
$$\left. \begin{aligned} b_i &= 1 / \sum_{j=1}^k d_{ij} \\ B &= \max(b_1, b_2, \dots, b_l) \\ \mu_i &= b_i / B \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: k 表示离 x_i 最近的点数. 按照式(10)的定义, 从图1中可以有效地区分出支持向量和野值点. 最后, 给出 FSVM 算法的新模糊隶属度

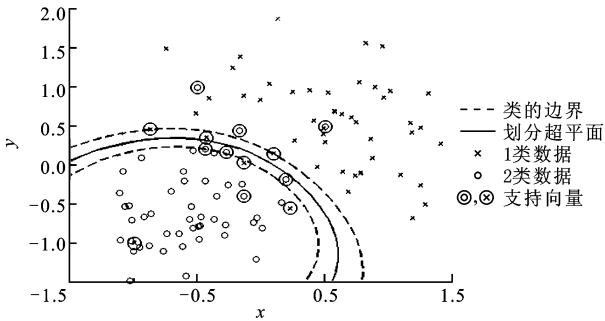
$$s'_i = s_i \mu_i \quad (11)$$

3 实验结果

通过计算机随机产生 300 个 2 维空间点, 其中 100 个用于训练, 200 个用作测试. 在训练样本时, 每类样本各 50 个点(包括 2 个野值), 采用高斯核函数 (σ 为高斯核函数的核参数), 并取得最优惩罚系数. 如图2所示, 采用传统的 SVM 算法时分类正确率为



(a) SVM($\sigma=2, C=125$)



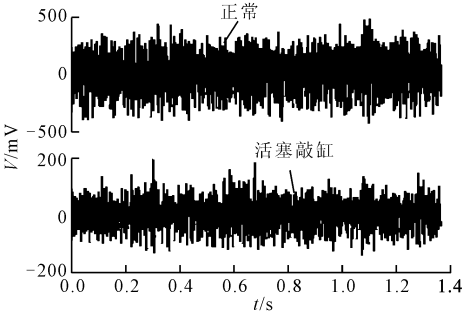
(b) FSVM($\sigma=2, C=355$)

图2 2种算法的分类结果

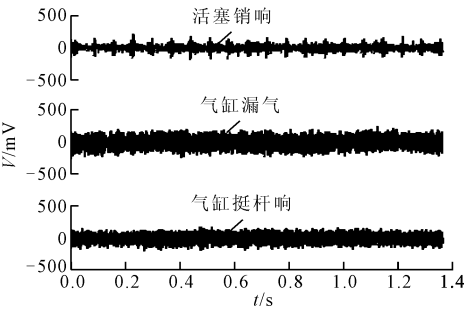
91%, 而采用 FSVM 算法时, 其隶属度函数由式(11)定义, 当 $k=2$ 时, 分类正确率达到 93%.

在汽车发动机的故障诊断中, 发动机的声音信号包含大量有用的机械运行信息, 当它发生故障时, 其振动的声音及自身的振动频谱都会出现变异和失真. 通过对声音信号的分析, 便可以了解发动机的运行状态, 从而对其进行状态监测及故障诊断.

实验在解放 CA141 型汽车发动机上进行. 利用声级计和磁带记录仪对发动机声音信号进行采集, 采用 6 kHz 采样频率, 2 kHz 低通滤波, 数据长度为 8 192 个点, 一共采集了 14 组正常发动机的声音信号, 24 组活塞敲缸响, 23 组活塞销响, 14 组气缸漏气响, 11 组气门挺杆响, 总计 86 组信号, 其时域波形如图3所示.



(a) 2种信号的时域波形



(b) 3种信号的时域波形

图3 发动机的声音信号

分别提取信号的波形、峰值、脉冲、裕度和峭度指标, 作为支持向量机的输入特征. 训练样本时, 采用高斯核函数(取核参数 $\sigma=2$), 并取得最优惩罚系数, 实验结果如表1所示.

表1 FSVM 与 SVM 的分类结果

	FSVM ^①				FSVM ^②	SVM
	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$		
C	150	90	75	75	100	210
正确率/%	68.02	69.19	70.93	70.93	69.77	68.02

①: 新模糊隶属度; ②: 距离模糊隶属度.

从表 1 中可以看出,传统支持向量机的分类正确率最低,采用模糊隶属度 s_i 的 FSVM 算法的分类正确率有所提高,而采用新隶属度 s'_i 的 FSVM 算法的分类正确率随着 k 值的增加不断提高,当 $k=5$ 时,分类正确率达到了 70.93%,优于前 2 种算法.然而,识别率并非一定是随着 k 的增加而不断提高,文献[10]中几个 UCI 数据库里的实例说明了这一点.综上所述,仿真与实验都验证了本文所提出的新的隶属度函数构造方法在 FSVM 算法应用中的有效性.

4 结 论

本文在研究传统支持向量机与 FSVM 理论的基础上,结合 k 近邻法思想,提出了一种新的隶属度函数的构造方法.该方法不仅仅依赖于样本点到类中心距离的大小,还考虑了各样本点排列的紧密程度,与传统 SVM 相比,采用该模糊隶属度的 FSVM 对样本的分类更为清晰和准确.将改进后的算法用于汽车发动机的实际故障诊断中,取得了优于普通 SVM 算法的诊断精度,从而进一步验证了该方法的有效性.

参考文献:

[1] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 1995: 123-180.
[2] BURGESS C J C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition [J]. Data Mining and Knowledge Discovery, 1998, 2(2): 121-167.

[3] VAPNIK V N. Statistical learning theory [M]. New York, USA: Wiley, 1998:52-98.
[4] GUYON I, MATIC N, VAPNIK V N. Discovering informative patterns and data cleaning [M] // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. Menlo Park, CA, USA: American Association for Artificial Intelligence, 1996: 181-203.
[5] LIN Chunfu, WANG Shengde. Fuzzy support vector machines [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(2): 464-471.
[6] INOUE T, ABE S. Fuzzy support vector machines for pattern classification [C] // Proceedings of IJCNN. New York, USA: IEEE Press, 2001: 1449-1454.
[7] HUANG H P, LIU Y H. Fuzzy support vector machine for pattern recognition and data mining [J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2002, 4(3): 826-835.
[8] ZHANG Xuegong. Using class-center vectors to build support vector machines [C] // Proceedings of the 1999 IEEE Signal Processing Society Workshop. New York, USA: IEEE Press, 1999: 3-11.
[9] BURGESS C J C. Simplified support vector decision rules [C] // Proceedings of the 13th International Conference on Machine Learning. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufman, 1996: 71-77.
[10] TANG Hao, QU Liangsheng. Fuzzy support vector machine with a new fuzzy membership function for pattern classification [C] // Proceedings of 2008 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. New York, USA: IEEE Press, 2008: 768-773.

(编辑 管咏梅)

[本刊相关文献链接]

免疫编程的故障特征构造方法. 西安交通大学学报, 2008, 42(9): 1036-1039.
基于支持向量机的发动机故障诊断. 西安交通大学学报, 2008, 42(9): 1124-1126.
支持向量机在电力变压器故障诊断中的应用. 西安交通大学学报, 2007, 41(6): 722-726.
基于支持向量域描述的多故障诊断动态模型. 西安交通大学学报, 2007, 41(5): 593-597.