

快速四阶累积量旋转不变子空间算法

唐建红, 司锡才, 彭巧乐

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 150001, 哈尔滨)

摘要: 针对空间谱估计算法同时分辨多目标需要较多阵元、测角精度低且运算量大的问题, 提出一种快速四阶累积量旋转不变子空间(MFOC-E)算法. 首先根据四阶累积量矩阵构成的规律, 取出所有不重复的元素构成新矩阵, 去除了原矩阵的数据冗余并降低了原矩阵维数, 然后通过分析新虚拟阵列的阵元位置特性, 找到与原真实阵列结构完全相同的新子阵, 同时设定了适用于所有线阵的子阵划分方法, 最后利用旋转不变子空间算法确定目标的来向. 与传统的同类算法相比, MFOC-E 算法具有不损失天线孔径、测角精度高且运算量小的特点. 仿真实验表明, MFOC-E 算法在阵元数极少时, 仍可以快速准确地实现多目标的到达角估计, 三元阵列时能节省 30% 的运算时间.

关键词: 空间谱估计; 四阶累积量; 旋转不变子空间; 虚拟阵列

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)06-0088-05

Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques Algorithm with Speedy Fourth-Order Cumulants

TANG Jianhong, SI Xicai, PENG Qiaole

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Using spatial spectrum estimation methods to resolve multiple targets at the same time needs more antennas, and has low accuracy of angle measurement with high calculation cost. Focusing on these problems, an estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) algorithm with speedy fourth-order cumulants (MFOC-E) is proposed. All non-repeated elements of the fourth-order cumulants matrix are selected to compose a new matrix according to the composing law of the fourth-order cumulants matrix so that the data redundancy of the primary matrix is removed and the dimension is reduced. Then a new sub-array which is the same as the primary real array is found through analyzing the position characteristic of the new virtual antenna, and a dividing sub-arrays method that adapts to all linear arrays is designed. Finally, the ESPRIT algorithm is used to estimate the directions of arrival (DOA). It is found by comparing with traditional similar algorithm that the MFOC-E algorithm retains antenna aperture, and ensures high accuracy of angle measurement with lower computational cost. Simulation results show that the MFOC-E algorithm estimates DOA of more targets rapidly and exactly with less antennas, and saves 30% calculation time with only three antennas.

Keywords: spatial spectrum estimation; fourth-order cumulant; rotational invariance subspace; virtual array

经典的空间谱估计算法能够分辨同时到达信号的个数取决于天线阵列的阵元个数. 然而, 在有些工

程应用场合, 由于天线盘体积受到限制, 而使摆放的天线阵元个数减少, 导致能够同时分辨的多目标个

数减少,因此需要一些扩大阵列孔径的方法解决,如通过虚拟阵列变换^[1]、四阶累积量虚拟阵列扩展^[2]等方法解决.其中:四阶累积量虚拟阵列扩展方法最为成熟;旋转不变子空间(ESPRIT)算法^[3]是典型的空谱估计方法,与 MUSIC^[4]类算法相比,它不需要谱峰搜索,因而在降低运算量方面有很大优势;基于四阶累积量的 ESPRIT (FOC-ESPRIT) 算法^[5-6]结合了四阶累积量的虚拟阵列扩展性能和 ESPRIT 算法运算量小的性能,能够应用于天线孔径受限、实时性要求高的场合;针对四阶累积量运算量大的问题,文献[7]提出了一种减小四阶累积量运算量的方法,但是该方法只能应用于均匀线阵.本文提出一种快速的四阶累积量 ESPRIT 算法(MFOC-E 算法).该算法在四阶累积量虚拟阵列扩展的基础上,提出一种新的降维处理的思想,以虚拟后的新阵列为基础,应用 ESPRIT 算法快速实现多目标的波达方向估计.本文的 MFOC-E 算法最大程度地减少了计算量,并且适用于所有线阵,降低了 FOC-ESPRIT 算法对天线阵列的要求.

1 传统的 FOC-ESPRIT 算法

1.1 四阶累积量的定义

复数随机过程的四阶累积量有 2^4 种不同的定义.这些不同的定义方式对应着不同的问题、不同的应用对象.对于 0 均值的复平稳随机过程 $\mathbf{x}$,四阶累积量采用如下定义^[8]

$$C_{4x}(i, j, m, n) = \text{cum}\{\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_m, \mathbf{x}_n\} = E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \mathbf{x}_m \mathbf{x}_n\} - E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_m\} E\{\mathbf{x}_j \mathbf{x}_n\} - E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_n\} E\{\mathbf{x}_j \mathbf{x}_m\} - E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j\} E\{\mathbf{x}_m \mathbf{x}_n\} \quad (1)$$

式中: $\text{cum}\{\cdot\}$ 表示求累积量; $E\{\cdot\}$ 表示求数学期望; $E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \mathbf{x}_m \mathbf{x}_n\}$ 、 $E\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j\}$ 分别为 $\mathbf{x}$ 的四阶矩和二阶矩.显然,当 $1 \leq i, j, m, n \leq M$ 时,四阶累积量 C_{4x} 随着 i, j, m, n 的变化,共有 M^4 个值.

1.2 ESPRIT 算法原理

ESPRIT 算法是利用天线各子阵接收数据的协方差矩阵信号子空间的旋转不变特性,求出信号的人射角信息.设空间存在 2 个完全相同的子阵,接收到窄带远场的波长为 λ 的 N 个非高斯信号.子阵间距为 D ,各子阵内阵元间距满足 $d \leq \lambda/2$,信号来向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$,且信号和噪声相互独立.2 个子阵接收数据分别为 $\mathbf{X}_1$ 和 $\mathbf{X}_2$,阵列接收信号的数学模型为

$$\mathbf{X}_1 = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)] \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_2 = [\mathbf{a}(\theta_1) e^{j\phi_1}, \dots, \mathbf{a}(\theta_N) e^{j\phi_N}] \mathbf{S} + \mathbf{N}_2 =$$

$$\mathbf{A} \Phi \mathbf{S} + \mathbf{N}_2 \quad (3)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为阵列流型矩阵(导向矢量阵); $\mathbf{S}$ 为目标信号矩阵; $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ 为噪声数据矩阵;

$$\Phi = \text{diag}[e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_N}] \quad (4)$$

$$\phi_i = (2\pi D \sin \theta_i) / \lambda \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

现将 2 个子阵的模型合并

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{S} + \mathbf{N} = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

式(6)的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\} = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \bar{\mathbf{A}}^H + \mathbf{R}_N \quad (7)$$

式中: $\mathbf{R}_s$ 和 $\mathbf{R}_N$ 分别为信号和噪声的相关矩阵.对矩阵 $\mathbf{R}$ 进行特征值分解

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N \mathbf{\Lambda}_N \mathbf{U}_N^H \quad (8)$$

式中: $\mathbf{\Lambda}_s, \mathbf{\Lambda}_N$ 分别为大、小特征值组成的对角阵. $\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_N$ 分别为大、小特征值对应的特征向量张成的信号子空间和噪声子空间.

大特征值对应的特征向量张成的信号子空间 $\mathbf{U}_s$ 与阵列流型张成的信号子空间 $\bar{\mathbf{A}}$ 是相等的,因而存在唯一的非奇异矩阵 $\mathbf{T}$,使得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} = \mathbf{U}_s = \bar{\mathbf{A}}(\theta) \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{T} \\ \mathbf{A} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (9)$$

可以得到 2 个子阵的信号子空间的关系如下

$$\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s1} \Psi \quad (10)$$

如果阵列流型 $\mathbf{A}$ 是满秩矩阵,则可以得到

$$\Phi = \mathbf{T} \Psi \mathbf{T}^{-1} \quad (11)$$

对矩阵 Ψ 进行特征分解,得到的 N 个特征值即为矩阵 Φ 的对角元素.根据式(5),可以估计出对应的 N 个信号的来向.

由以上分析可知,ESPRIT 算法不需要进行谱峰搜索,因此计算量比 MUSIC 算法小得多.ESPRIT 算法不仅能高精度地估计一维信号来向,在二维波达方向估计中,也有很好的应用^[9].

2 快速四阶累积量 ESPRIT 算法

传统的基于四阶累积量的 ESPRIT 算法和普通的 ESPRIT 算法对天线阵列的要求一样,仍然需要较多的天线阵元组成具有旋转不变特性的子阵.本文提出一种快速四阶累积量 ESPRIT 算法,利用四阶累积量的虚拟阵列扩展性能,巧妙地在扩展后的新阵列上进行 ESPRIT 计算,同时提出了一种新的四阶累积量矩阵构成方法和子阵划分方法.

2.1 四阶累积量的虚拟阵列扩展性能

假设空间存在 $M=3$ 个阵元间距为 d 的真实天

线阵元,如图1中实线圆排列.以阵元1为参考点,目标来向为 θ 的信号为导向矢量为

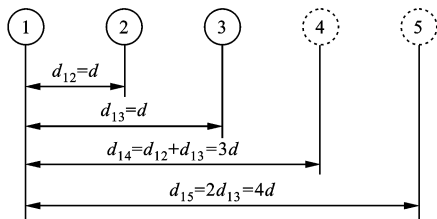
$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad q^d \quad q^{2d}]^T \quad (12)$$

式中: $q = \exp(-j\omega_0 \sin\theta/c)$; ω_0 为信号的角频率; c 为光速.运用四阶累积量后的阵列导向矢量为

$$\mathbf{b}(\theta) = \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{a}(\theta) = [1 \quad q^d \quad q^{2d} \quad q^d \quad q^{2d} \quad q^{3d} \quad q^{2d} \quad q^{3d} \quad q^{4d}]^T \quad (13)$$

式中: $\otimes$ 为克罗内积.

由于导向矢量中每个元素对应一个阵元,比较式(12)和式(13)可以看出:阵列扩展产生了2个新的虚拟天线阵元,它们距离参考阵元分别为 $3d$ 、 $4d$.如果空间阵列的实际天线阵元数 $M=3$,则这种虚拟阵列扩展后的天线阵元数为 $2M-1=5$,如图1所示.



实线圆表示真实天线阵元;虚线圆表示虚拟天线阵元

图1 虚拟阵列扩展原理图

2.2 本文MFOC-E算法的提出

由四阶累积量的定义及阵列信号的数学模型可知,式(1)中变量 i, j, m, n 的取值范围为 $1 \leq i, j, m, n \leq M$. 为了便于操作,可以将四阶累积量的 M^4 个值放入如下 $M^2 \times M^2$ 的矩阵 $\mathbf{R}_4$ 中^[7],即

$$\mathbf{R}_4[(i-1)M+j, (m-1)M+n] = C_{4x}(i, j, m, n) \quad (14)$$

从式(13)可以看出,式中存在大量冗余.推广到 M 元均匀线阵,导向矢量 $\mathbf{b}(\theta)$ 中,只有第1到第 M 项和所有第 kM ($k=2, \dots, M$)项是有效的,其他都是冗余项.同理,由式(14)得到的 $\mathbf{R}_4$ 中必然也存在大量重复值.本文提出的算法,就是在去除这些冗余的同时,实现虚拟阵列扩展.

由式(13)可知,通过求四阶累积量,一共获得了 $2M-1$ 个不重复阵元,也即式(14)的 $\mathbf{R}_4$ 中只有 $2M-1$ 行(列)不重复元素.现将矩阵 $\mathbf{R}_4$ 的第1到第 M 行和所有第 kM ($k=2, \dots, M$)行取出按原顺序排列,再将新矩阵相应的列也取出按原顺序排列,得到新构造的去掉数据冗余后的 $(2M-1) \times (2M-1)$ 维四阶累积量矩阵,其过程表示为

$$\mathbf{R}_{4(M^2, M^2)} \longrightarrow \mathbf{R}_{4(2M-1, M^2)} \longrightarrow \mathbf{R}_{4(2M-1, 2M-1)}$$

新构造的矩阵 $\mathbf{R}_4$ 中包含了所有阵列扩展的信息,这能保证实现虚拟阵列扩展.在应用时,不必求出全部 M^4 个四阶累积量的值,只需求出矩阵 $\mathbf{R}_{4(M^2, M^2)}$ 的下三角或上三角中的第1到第 M 行和所有第 kM ($k=2, \dots, M$)行的元素,根据矩阵的共轭对称性,就可以得到矩阵 $\mathbf{R}_{4(2M-1, 2M-1)}$ 的全部元素.再加上新矩阵维数的降低,新算法的计算量就减少了许多.

运用ESPRIT算法,先对四阶累积量矩阵 $\mathbf{R}_4$ 进行特征分解,得到信号子空间 $\mathbf{U}_s$ 并将其划分成2个子阵 $\mathbf{U}_{s1}, \mathbf{U}_{s2}$,然后求出2个子阵的旋转关系矩阵 $\mathbf{\Psi}$,再对矩阵 $\mathbf{\Psi}$ 进行特征分解得到其特征值阵 $\mathbf{\Phi}$,利用式(5),得到目标信号的入射角度.

可以看出,划分子阵是MFOC-E算法的关键.由式(5)得到测角误差公式

$$d\theta = \frac{\lambda}{2\pi D \cos\theta} d\varphi \quad (15)$$

显然,2个子阵的间距 D 越大,测角误差 $d\theta$ 越小,测角精度也就越高.由于选用的是均匀线阵,扩展后的阵列也是等距排列的,因此选距离最远的2个子阵(阵元选择重叠也可).同时,划分子阵的时候,也应考虑天线孔径损失问题,并尽可能将所有阵元信息都用上.本文方法是选阵元 $1, \dots, M$ 组成子阵1,选阵元 $M, \dots, 2M-1$ 组成子阵2,两子阵间距 $D=(M-1)d$.

2.3 MFOC-E算法的步骤

(1)根据四阶累积量定义和式(14),求出矩阵 $\mathbf{R}_{4(M^2, M^2)}$ 的下三角或上三角中的第1到第 M 行和所有第 kM ($k=2, \dots, M$)行数据;

(2)利用四阶累积量矩阵的共轭对称性,得到矩阵 $\mathbf{R}_{4(2M-1, 2M-1)}$ 的全部元素;

(3)对矩阵 $\mathbf{R}_{4(2M-1, 2M-1)}$ 进行特征分解,得到信号子空间 $\mathbf{U}_s$;

(4)将 $\mathbf{U}_{s1}$ 划分为 $\mathbf{U}_{s1}, \mathbf{U}_{s2}$,并求出旋转不变关系矩阵 $\mathbf{\Psi}$;

(5)对矩阵 $\mathbf{\Psi}$ 进行特征分解,得到其特征值阵 $\mathbf{\Phi}$,利用式(5)得到目标信号的入射角度.

当阵列为非均匀线阵时,设 M 个阵元的位置为 $[d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_M]$,扩展后的阵元(包括重复阵元)中第 kM 个阵元的位置正好在 $d_M + d_k$ ($k=1, \dots, M$)点上.显然,这 M 个扩展后的阵元组成的新阵列具有和原真实阵列相同的结构.因此,可以利用ESPRIT算法,方便地确定旋转不变关系矩阵 $\mathbf{\Psi}$,从而

确定入射信号的方向.这也是本文提出的新子阵划分办法的推广.特别地,当阵列为等距均匀线阵时,根据子阵的划分方法不同,算法也可以得到不同的阵列孔径扩展效果.

2.4 MFOC-E 算法的优点分析

(1)运算量方面:虽然计算四阶累积量矩阵的运算量比计算二阶协方差矩阵大,但是本文算法中的四阶累积量矩阵构成方法降低了矩阵的维数,因此在一定程度上减小了算法的运算量;同时,本文算法运用 ESPRIT 算法避免了谱峰搜索,因此在运算时间方面,完全可以满足工程应用中实时性的要求.

(2)天线阵列要求:传统的四阶累积量 ESPRIT 算法和 ESPRIT 算法损失了天线孔径,因此要求用较多的天线阵元支持,本文算法通过虚拟阵列扩展提供了更多阵元,降低了对真实阵元的要求,因而特别适用于阵元个数极少的天线盘体.

(3)子阵划分方面:本文算法在虚拟阵列扩展后的新阵列基础上,提出了一种新的子阵划分方法,该方法可以同时适用于均匀和非均匀线阵.

(4)噪声条件:由于四阶累积量具有抑制高斯噪声的特性,因此本文算法在高斯白噪声环境下的性能良好,在高斯色噪声环境下的性能也比传统的算法优越.

3 仿真分析

实验 1 应用 Matlab 软件仿真,分析阵元个数极少情况下新算法的性能,并与传统 MUSIC 算法进行比较.实验设置间距为半波长的三元均匀线阵,对一个来向为 40° 的信号进行了 200 次独立实验,快拍数为 500,其中 MUSIC 算法的搜索步长为 0.1° .图 2 为本文算法与 MUSIC 算法的估计性能.

从图 2 可以看出,在白噪声背景下,MFOC-E 算法和 MUSIC 算法相比优势不明显.当信噪比足够大时,2 种算法的性能接近,但在色噪声背景中,MFOC-E 算法的性能明显优于传统的 MUSIC 算法.在运算速度方面,由于本文 ESPRIT 算法不需要进行谱峰搜索,所以新算法仍能够节省时间.从表 1 可以看出,MFOC-E 算法比 MUSIC 算法的运算时间快近 1 倍.

表 1 相同条件下 2 种算法所需计算时间比较

参数	MFOC-E 算法	MUSIC 算法
单次运行所需时间/s	0.09	0.15
循环 200 次所需时间/s	4.9	7.7

实验 2 应用 Matlab 软件仿真,分析阵元个数极少

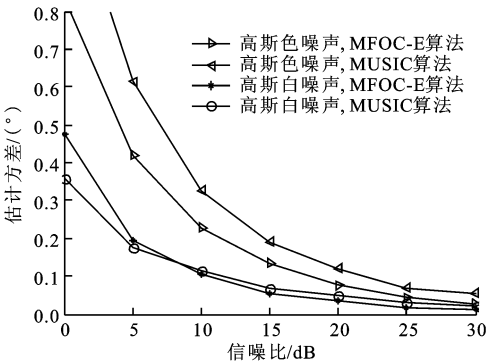


图 2 在 2 种噪声环境下单个目标时 2 种算法的估计性能的情况下本文算法对多个目标的分辨性能,同时检验算法对阵列孔径的损失影响.同样设置间距为半波长的三元均匀线阵,对 2 个来向分别为 40° 和 80° 的独立信号进行了 200 次独立实验,快拍数为 500.图 3 为在噪声环境下 2 个目标角度时的估计性能.

从图 3 中可以看出:多目标时,算法的误差比较大,而且大角度和色噪声背景下的误差会比小角度和白噪声背景下的误差稍大.实验证明:本文算法利用三元阵列成功分辨了 2 个独立目标,而没有损失阵列孔径.特殊地,实验 2 中曾将第 1 到第 $M+1$ 个阵元组成子阵 1,将第 $M-1$ 到第 $2M-1$ 个阵元组成子阵 2,阵列孔径将扩大到 $M+1=4$,这样成功分辨了 3 个独立目标.当测角误差较大时,可以通过增加快拍数来提高算法的精度.

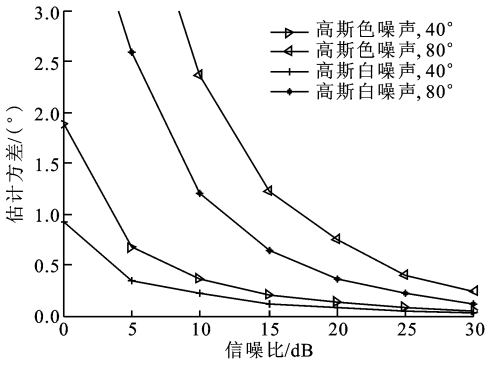


图 3 在 2 种噪声环境下 2 个目标角度时本文算法的估计性能

实验 3 将本文算法和传统四阶累积量 ESPRIT 算法进行比较,分别设置三元和五元等距线阵,阵元间距为半波长.三元线阵接收的数据运用 MFOC-E 算法进行仿真,五元线阵接收的数据采用传统的四阶累积量 ESPRIT 算法进行仿真.快拍数为 500,来波方向为 40° ,信噪比为 20 dB,噪声环境为高斯白噪声.本文通过 200 次独立实验,对 2 种算法的估计精

度和运算时间进行了比较,实验结果见表 2.

表 2 本文算法与传统四阶累积量 ESPRIT 算法的比较

参数	MFOC-E 算法	传统算法
角度估计精度/(°)	0.031	0.033
单次运算时间/ms	90	130

实验表明,2 种算法均能正确地估计信号的方向.从估计精度上分析,2 种算法的原理基本相同,均相当于用五元天线测向,在仿真条件相同的条件下,估计精度相当.从运算量方面比较,产生四阶累积量矩阵时本文算法节省了 50%的时间,总体节省了 30%的时间.从天线阵元要求来看,有虚拟阵列扩展性能的 MFOC-E 算法需要的阵元数更少,为算法的广泛应用奠定了基础.

4 结束语

本文提出一种快速四阶累积量旋转不变子空间算法——MFOC-E 算法,在天线个数较少的情况下,可以不损失阵列孔径,并能快速准确地估计多个目标信号的到达方向.本文 MFOC-E 算法和传统的四阶累积量算法一样具有虚拟阵列扩展性能,同时对高斯色噪声干扰有一定的抑制作用.当阵列为均匀线阵时,不同的子阵划分方法可以得到不同的阵列孔径扩展效果.计算机仿真实验证实了本文算法的有效性.

参考文献:

[1] PARK H R, KIM Y S. A solution to the narrow-band coherency problem in multiple source location [J]. IEEE Trans on SP, 1993, 41(1): 473-476.

[2] CHEVALIER P, FERRÉOL A. On the virtual array

concept for the fourth-order direction finding problem [J]. IEEE Trans on SP, 1999, 47(9): 2592-2595.

[3] ROY R, KAILATH T. ESPRIT: estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 37(7): 984-995.

[4] SCHMIDT R O. Multiple emitter and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.

[5] BOAZ P, BENJAMIN F. Direction finding algorithms based on high-order statistics [J]. IEEE Trans on SP, 1991, 39(9): 2016-2024.

[6] 徐友根, 刘志文. 一种基于四阶累积量的旋转不变参数估计方法 [J]. 兵工学报, 2004, 25(3): 379-381.

XU Yougen, LIU Zhiwen. A new method of estimating signal parameter via rotational invariance technique based on fourth-order cumulants [J]. Acta Armamentaria, 2004, 25(3): 379-381.

[7] 刁鸣, 吴小强, 李晓刚. 基于四阶累积量的测向方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(2): 226-228

DIAO Ming, WU Xiaoqiang, LI Xiaogang. Study on DOA estimation based on fourth-order cumulant [J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(2): 226-228.

[8] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

[9] 聂卫科, 冯大政, 刘建强. 二维波达方向估计的非酉联合对角化方法[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(6): 747-750.

NIE Weike, FENG Dazheng, LIU Jianqiang. Non-unitary joint diagonalization method for estimating two-dimensional direction of arrival [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University. 2008, 42(6): 747-750.

(编辑 刘杨)

[本刊相关文献链接]

一种新的浅海目标方位估计方法. 2008, 42(10): 1295-1299

二维波达方向估计的非酉联合对角化方法. 2008, 42(6): 747-750

贝尔实验室垂直分层空时系统的简化最大似然检测算法. 2008, 42(6): 743-746

一种基于接收信号强度指标的改进型定位算法. 2008, 42(2): 147-151

一种降低交替方向隐式时域有限差分数值色散的方法. 2008, 42(2): 209-212

无线传感器网络下的粒子滤波分布式目标跟踪算法. 2007, 41(8): 912-916

基于负数阶矩的正值 Alpha 稳定分布的参数估计. 2007, 42(6): 645-649

一种基于小波的 Contourlet 变换的图像压缩算法. 2007, 41(4): 479-483

空间相关信道下空时分组码的子空间修正解码. 2006, 40(12): 1428-1431

在线增强型复值混合信号盲分离算法研究 丛丰裕. 2006, 40(9): 1070-1073

Chirplet 变换中的参数选择研究. 2006, 40(6): 719-723