

一种适合任意阵列流型的相干信号 波达方向估计算法

石娟, 邓科, 殷勤业

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对多径环境中相干信号波达方向(DOA)估计问题,提出了一种适合任意阵列流型的相干信号波达方向估计算法(DOA-CSAA). 先通过联合使用时域和空域相关函数估计出每个用户组的广义导向矢量,再估计出每个用户组内多条路径上的波达方向. 由于 DOA-CSAA 算法所利用的信号的空域相关信息和时域相关信息均为信号的二阶统计量,因而运算量远小于基于四阶统计量的算法. 此外,DOA-CSAA 算法由于未使用子空间平滑算法,所以不受阵列流型限制,且阵列孔径没有降低,因此当使用 M 个阵元的任意阵列流型时,可估计出的 DOA 个数最多可达 $M(M-1)$ 个. 仿真实验表明,与经典子空间平滑算法相比,DOA-CSAA 算法在均方根误差为 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 时可获得 20 dB 左右的信噪比增益.

关键词: 多径环境;相干信号;波达方向;任意阵列流型

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)06-0072-04

A Method for Estimating the Direction of Arrival of Coherent Signals on Arbitrary Antenna Array in Multi-path Scenarios

SHI Juan, DENG Ke, YIN Qinye

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to estimate direction of arrival(DOA) of coherent signals in multi-path propagation, a new estimation algorithm DOA-CSAA is proposed. The generalized steering vector corresponding to each user is estimated by jointly adopting the time-domain and space-domain correlations. Then the direction-of-arrival of every multi-path is estimated within each user's group. The proposed method, which is capable of identifying more DOAs than the methods that are based on fourth-order statistics, uses second-order statistics only, hence its computational complexity is much lower. Since the forward/backward spatial smoothing technique is not adopted in the proposed method, arbitrary geometry arrays are applicable. The method can estimate at most $M(M-1)$ impinging DOAs using an arbitrary geometry array with M antennae. Simulation results and comparison with the forward/backward spatial smoothing techniques under the same simulation conditions show that the DOA-CSAA can obtain nearly 20 dB signal-to-noise ratio gain when the root mean square error of approximation is between 10^{-4} and 10^{-3} .

Keywords: multi-path scenario; coherent signal; direction-of-arrival; arbitrary antenna array

在估计 DOA 的各种算法中,子空间法是重要的一类. 然而,在多径环境中,由于接收端收到的信

号是相干的,故使用子空间法会发生秩亏.为解决该问题,业界提出了多种基于子空间平滑的算法^[1-3]. Pillai 等^[2]证明了当使用子空间平滑算法时,为估计出 K 个 DOA,阵元数必须大于 $3K/2$. 显然,子空间平滑算法会造成阵列孔径损失,阵列的波束宽度变宽,最终导致方位角分辨率下降^[4]. 此外,文献[2-3]表明了子空间平滑算法仅适用于均匀线阵. 虽然基于四阶累量的估计算法^[5]不受阵列流型限制且估计出的 DOA 数目比二阶方法更多,然而这却是以运算量大大增加为代价得到的.

本文提出了一种多径环境中相干信号波达方向估计(DOA-CSAA)算法,当使用 M 个阵元的任意阵列流型时,可估计出的 DOA 数目最多达 $M(M-1)$ 个,且其运算量远小于基于四阶累量的 DOA 估计算法. 同时,由于本文所提出的算法并未使用空间平滑算法,所以适用于任意阵列流型.

1 问题的模型

假设有 G 个统计独立的窄带信源 $\{u_1(t), u_2(t), \dots, u_G(t)\}$, 多径效应导致第 i 个独立信源产生了 p_i 路信号,其波达方向为 $\{\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ip_i}\}$. 在 t 时刻, M 个阵元上的观测数据向量 $\mathbf{r}(t)$ 可表示为

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为 $M \times P$ 维的未知导向矩阵, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \dots, \mathbf{A}_G]$, $\mathbf{A}_i = [\mathbf{a}_{i1}, \mathbf{a}_{i2}, \dots, \mathbf{a}_{ip_i}]$, $\mathbf{a}_{ij}$ ($j = 1, \dots, p_i$) 为第 i 个用户组内第 j 条多径的导向矢量; $\mathbf{n}(t)$ 为 0 均值高斯白噪声; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T = \text{diag}\{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_G\} [u_1(t), u_2(t), \dots, u_G(t)]^T = \mathbf{Q}\mathbf{U}$, $\mathbf{c}_i$ 为 $p_i \times 1$ 维列向量,是第 i 个用户组内 p_i 条路径上的衰减矢量. 于是,式(1)可改写为

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{U}(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{B} = [\mathbf{A}_1\mathbf{c}_1, \mathbf{A}_2\mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{A}_G\mathbf{c}_G] = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_G]$. 可见,列向量 $\mathbf{b}_i$ 是第 i 个用户 p_i 条多径上导向矢量的线性组合,定义 $\mathbf{b}_i$ 为广义导向矢量^[6].

对式(2)数学模型做出以下几点假设:

- (1) 阵列可以是任意形状的;
- (2) 信道是平衰落信道,第 i 个独立信源所产生的各路反射波与直达波仅有幅度和相位的差别;
- (3) 信号源 $u_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, G$ 是统计独立的窄带平稳随机信号,且 $G \leq M$. 每个用户组内的多径数 $p_i \leq M$,各阵元上的噪声 $\mathbf{n}_m(t)$, $m = 1, \dots, M$ 是加性高斯白噪声,协方差为 σ^2 . 不同阵元上的噪声互不相关,噪声与信号互不相关.

2 适用于任意阵列流型的相干信源 DOA 估计算法

2.1 使用闭式阵列响应估计法^[6]估计广义导向矢量

先对每个用户组的广义导向矢量 $\mathbf{b}_i$ 进行估计. 由于 $\mathbf{c}_i$ 是未知的,所以矩阵 $\mathbf{B}$ 的形式未知,故不能利用传统的 Capon^[7]、MUSIC^[8]、ESPRIT^[9] 等方法进行求解. 针对利用四阶累量进行估计^[5,10] 运算量大的问题,本文采用基于信号时空特征结构的闭式阵列响应估计法^[6] (CARE 算法)估计 $\mathbf{b}_i$,然后进一步估计出各个用户组内多条路径上的 DOA. 现以一维均匀线阵说明之,需要强调的是,CARE 算法并不受阵列流型限制,且阵列可以是未校准的. 将式(2)改写为分量形式

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^G b_{ik} u_k(t) + n_i(t) \quad (3)$$

式中: $x_i(t)$ 为第 i 个阵元上的接收信号, b_{ik} 为矩阵 $\mathbf{B}$ 的第 i 行、第 k 列元素;由第 1 章中的 3 点假设可知

$$\begin{aligned} R_{n_i n_j}(\tau) &= \sigma^2 \delta(\tau) \delta(i - j) \\ R_{n_i u_k}(\tau) &= 0 \\ R_{u_i u_j}(\tau) &= R_{u_i u_i}(\tau) \delta(i - j) \end{aligned} \quad (4)$$

不失一般性,假设第 1 个和第 2 个阵元为导引阵元. 利用式(4),可得到第 i 个阵元的接收信号 $x_i(t)$ 与第 1 个导引阵元的接收信号 $x_1(t)$ 的互相关函数

$$\begin{aligned} R_{x_i x_1}(\tau) &= E\{x_i(t + \tau/2) x_1^*(t - \tau/2)\} = \\ &= \sum_{k=1}^G \sum_{l=1}^G b_{ik} b_{1l}^* R_{u_k u_l}(\tau) + \sigma^2 \delta(\tau) \delta(i - 1) = \\ &= \sum_{k=1}^G [R_{u_k u_k}(\tau) b_{1k}^*] b_{ik} \end{aligned} \quad (5)$$

式中:上标 * 代表共轭. 类似地, $x_i(t)$ 与第 2 个导引阵元的接收信号 $x_2(t)$ 的互相关函数为

$$\begin{aligned} R_{x_i x_2}(\tau) &= \sum_{k=1}^G [R_{u_k u_k}(\tau) b_{2k}^*] b_{ik} = \\ &= \sum_{k=1}^G [R_{u_k u_k}(\tau) b_{1k}^*] b_{ik} (b_{2k}^* / b_{1k}) \end{aligned} \quad (6)$$

构造矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1(\tau) &= [R_{x_1 x_1}(\tau), \dots, R_{x_M x_1}(\tau)]^T = \mathbf{B}\mathbf{R}(\tau) \\ \mathbf{R}_2(\tau) &= [R_{x_1 x_2}(\tau), \dots, R_{x_M x_2}(\tau)]^T = \mathbf{B}\Phi\mathbf{R}(\tau) \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{R}(\tau) = [R_{u_1 u_1}(\tau) b_{11}^*, R_{u_2 u_2}(\tau) b_{12}^*, \dots, R_{u_G u_G}(\tau) \cdot b_{1G}^*]^T$; $\Phi = \text{diag}\left\{\frac{a_{21}^*}{a_{11}^*}, \frac{a_{22}^*}{a_{12}^*}, \dots, \frac{a_{2G}^*}{a_{1G}^*}\right\}$.

与对阵列输出进行快拍类似,我们对 $\mathbf{R}_1(\tau)$ 、 $\mathbf{R}_2(\tau)$ 在 $N(N > M)$ 个 $\tau(\tau = T, 2T, \dots, NT)$ 上进行

均匀采样,得到伪快拍矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= [\mathbf{R}_1(T), \mathbf{R}_1(2T), \dots, \mathbf{R}_1(NT)] = \mathbf{B}\mathbf{S} \\ \mathbf{X}_2 &= [\mathbf{R}_2(T), \mathbf{R}_2(2T), \dots, \mathbf{R}_2(NT)] = \mathbf{B}\Phi\mathbf{S} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{S}$ 为 $G \times N$ 维矩阵, $\mathbf{S} = [\mathbf{R}(T), \mathbf{R}(2T), \dots, \mathbf{R}(NT)]$. 根据文献[10-12],定义特征矩阵

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}_2[\mathbf{X}_1]^- \quad (9)$$

式中: $[\cdot]^-$ 表示伪逆,即 $\mathbf{X}_1[\mathbf{X}_1]^- = \mathbf{I}$. 由于不同用户的信号是不相关的,故矩阵 $\mathbf{B}$ 是列满秩的,通过对矩阵 $\mathbf{R}$ 进行特征值分解即可得到矩阵 $\mathbf{B}$ 的闭式估计. 至此,我们便得到了对应每个用户组的广义导向矢量. 分析可知,使用 CARE 算法最多可估计出 M 个用户组.

2.2 估计每个用户组内的多径上的 DOA

以第 i 个用户组为例,由前面的分析可知 $\mathbf{b}_i =$

$\mathbf{A}_i \mathbf{c}_i = [\mathbf{a}_{i1}, \mathbf{a}_{i2}, \dots, \mathbf{a}_{ip_i}] [\mathbf{c}_{i1}, \mathbf{c}_{i2}, \dots, \mathbf{c}_{ip_i}]^T = \sum_{j=1}^{p_i} \mathbf{a}_{ij} c_{ij}$,
 $i=1, 2, \dots, G$. 在典型的移动通信环境中,由于移动台和基站间的距离相对较大,所以在很短的时间内(例如几秒),直达波和其他多径上的反射波的波达方向变化不大,因而 $\mathbf{a}_{ij}$ 是时不变的^[13],即 $\theta_j^1 \approx \theta_j^2$,
 $\mathbf{a}_{ij}^1 \approx \mathbf{a}_{ij}^2$, $j=1, \dots, p_i$, $|t_1 - t_2| < \Delta$, Δ 为某一时间阈值,例如几秒钟. 然而,各条路径上的衰减因子 c_i 变化剧烈,其相位可以认为是一个在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的随机变量^[14],故 $\mathbf{b}_i$ 变化较大. 由于 $\mathbf{b}_i$ 可由 $\mathbf{a}_{i1}, \mathbf{a}_{i2}, \dots, \mathbf{a}_{ip_i}$ 线性表示,故 $\mathbf{b}_i$ 总落在由 $\mathbf{a}_{i1}, \mathbf{a}_{i2}, \dots, \mathbf{a}_{ip_i}$ 张成的子空间里. 所以,如果在 Δ 内对 $\mathbf{b}_i$ 进行 K 次快拍(快拍数 $K > M$ 及 p_i),便可得到下式

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{B}}_i &= [\hat{\mathbf{b}}_i(1), \hat{\mathbf{b}}_i(2), \dots, \hat{\mathbf{b}}_i(K)]_{M \times K} = \\ \mathbf{A}_i [\mathbf{c}_i(1)\mu_i(1), \mathbf{c}_i(2)\mu_i(2), \dots, \mathbf{c}_i(K)\mu_i(K)] &= \mathbf{A}_i \mathbf{C}_i \end{aligned} \quad (10)$$

式中: μ_i 是导向矢量的归一化因子; $\mathbf{C}_i$ 为第 i 个用户组的 $p_i \times K$ 维矩阵,相当于信号矩阵; $\mathbf{A}_i$ 为 $M \times p_i$ 维导向矩阵, $\mathbf{A}_i = [\mathbf{a}_{i1}, \mathbf{a}_{i2}, \dots, \mathbf{a}_{ip_i}]$; $\hat{\mathbf{B}}_i$ 为 $M \times K$ 维矩阵,相当于接收信号矩阵. 由于 $\mathbf{c}_i$ 在 Δ 内相位随机、变化剧烈,故 $\mathbf{C}_i$ 是满秩的,接着便可利用 MUSIC、ESPRIT、CAPON 等传统方法估计出对应第 i 个用户组的 $\mathbf{A}_i$,随即便可估计出多条路径上的 DOA,最多可估计出 $M-1$ 个 DOA. 由以上分析可知,本文提出的 DOA-CSAA 算法不受阵列流型限制,最多可估计出 $M(M-1)$ 个 DOA.

2.3 针对 DOA-CSAA 的增强算法

注意到广义导向矢量矩阵 $\mathbf{B}$ 的估计精度直接

决定了第2个步骤中每个用户组内所有多径上的 DOA 估计精度,为了提高 $\mathbf{B}$ 的估计精度,可以增加伪快拍次数或者增加导引阵元. 现以后者为例进行说明. 假设增加第3个阵元为导引阵元,则相应的相关函数矢量和伪快拍矩阵为

$$\mathbf{R}_3(\tau) = [R_{x_1 x_3}(\tau), \dots, R_{x_M x_3}(\tau)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{X}_3 = [\mathbf{R}_3(T), \mathbf{R}_3(2T), \dots, \mathbf{R}_3(NT)] \quad (12)$$

构造新的特征矩阵

$$\mathbf{R}' = \mathbf{X}_3[\mathbf{X}_1]^- \quad (13)$$

得到式(9)和式(13)所示的2个特征矩阵后,按照下式进行广义特征值分解,以估计广义导向矢量矩阵 $\mathbf{B}$

$$\mathbf{R}\mathbf{B} = \mathbf{\Omega}\mathbf{R}'\mathbf{B} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{\Omega} = \text{diag}\{a_{21}^*/a_{31}^*, a_{22}^*/a_{32}^*, \dots, a_{2G}^*/a_{3G}^*\}$. 由于对 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{R}'$ 所进行的广义特征值分解可看做利用最小平方方法以减小噪声,故提高了广义导向矢量的估计精度.

3 仿真实验结果

以均匀线阵和均匀圆阵为例,对本文所提出的 DOA-CSAA 算法和文献[14]中所使用的子空间平滑算法的性能进行了对比. 此外,在均匀线阵的条件下,对 DOA-CSAA 算法和文献[2]中的经典子空间平滑算法的性能做了对比. 假设有2个用户的信号入射至天线阵列,每个用户组内分别产生了2条多径, $\theta_{\text{DOA}} = [40^\circ, 80^\circ, 110^\circ, 150^\circ]$. 实验中共估计了 K 次广义导向矢量,每次估计 $\mathbf{b}_i$ 时实际快拍数为4096,伪快拍数 $N=128$. 在第2个步骤中估计每个用户组内的 DOA 时使用 MUSIC 方法. 利用均方根误差(E_{RMSE})来衡量算法的性能,定义如下

$$E_{\text{RMSE}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \left(\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \|\hat{\mathbf{x}}(i) - \mathbf{x}\|^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

式中: N_t 为蒙特卡罗仿真次数,在仿真实验中 $N_t=1000$; $\|\cdot\|$ 代表 Frobenius 范数; $\mathbf{x}$ 为仿真中设定的 DOA; $\hat{\mathbf{x}}(i)$ 为第 i 次蒙特卡罗仿真的 DOA 估计值. **实验1** 假设有2个独立窄带信源入射至阵元间距为 $\lambda/2$ 的均匀线阵(ULA),每个独立信源分别产生了2路多径信号. 对本文算法、文献[2]经典子空间平滑算法(针对4路来波方向,该算法至少使用6个天线方能估计)、文献[14]算法分别进行了仿真实验,结果如图1、图2所示.

实验2 将仿真1中的均匀线阵改为阵元间距为

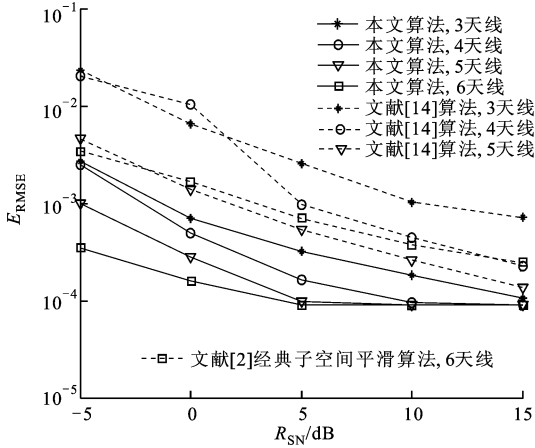
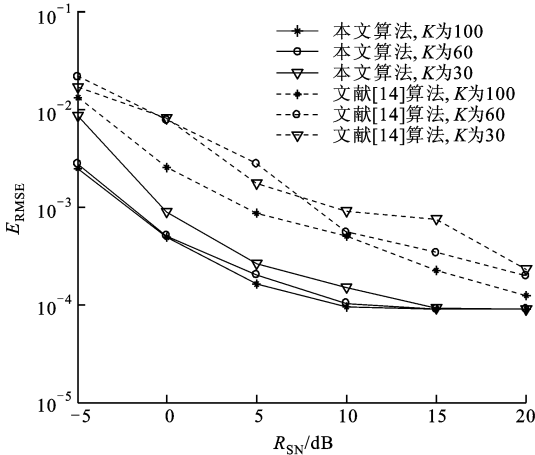


图1 均匀线阵下天线数对系统性能的影响

图2 均匀线阵下广义导向矢量估计次数 K 对系统性能的影响

$\lambda/2(3)^{1/2}$ 的均匀圆阵 (UCA), 其他条件均相同, 对本文算法、文献[14]算法进行对比仿真实验, 结果如图3、图4所示。

从仿真结果可看出, 提高信噪比、增多广义导向矢量估计次数, 对 DOA 估计精度均有改善作用, 在其他仿真条件均相同时, 本文提出的 DOA-CSAA 算法性能优于文献[14]中的子空间平滑算法。这是因为, 本文算法在估计广义导向矢量时利用了信号的时域信息和空域信息, 矩阵 $\mathbf{X}_1$ 和 $\mathbf{X}_2$ 的维数为 4×128 , 而文献[14]利用四阶累量时维数为 4×4 , 所以前者的估计精度明显优于后者。从图1也可看出, 当天线数为6时, 本文 DOA-CSAA 算法的性能显然优于文献[2]经典子空间平滑算法。这是因为子空间平滑算法会导致阵列孔径下降, 从而影响了估计精度。

4 结 论

本文提出了一种多径环境中估计相干信号波达

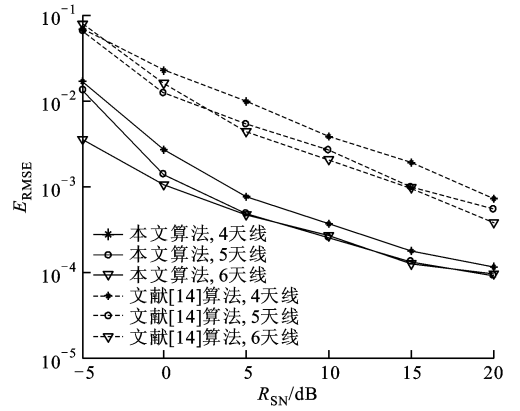
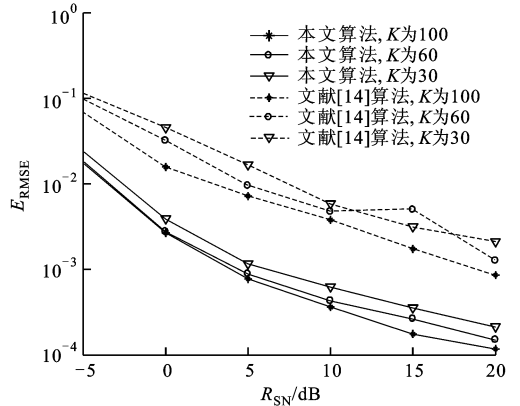


图3 均匀圆阵下天线数对系统性能的影响

图4 均匀圆阵下广义导向矢量估计次数 K 对系统性能的影响

方向的算法 (DOA-CSAA)。该算法在估计每个用户的广义导向矢量时由于充分利用了信号的时域信息和空域信息, 故达到了运算量小、DOA 估计数目多的目的, 同时, 该算法由于未使用子空间平滑, 从而对阵列流型无限制, 可估计出的 DOA 个数最多为 $M(M-1)$ 个。仿真实验证明了本文算法的优越性。

参考文献:

- [1] EVANS J E, JOHNSON J R, SUN D F. High resolution angular spectrum estimation techniques for terrain scattering analysis and angle of arrival estimation [C] // Proc 1st ASSP Workshop Spectral Estimation. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 1981: 134-139.
- [2] PILLAI S U, KAILATH B H. Forward-backward spatial smoothing techniques for the coherent signal identification [J]. IEEE Transaction on ASSP, 1989, 37 (1): 8-15.
- [3] GONEN E, MENDEL J M, DOGAN M C. Applications of cumulants to array processing, part IV: direction finding in coherent signals case [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(9): 2265-2275.
- [3] GONEN E, MENDEL J M, DOGAN M C. Applications of cumulants to array processing, part IV: direc-

- tion finding in coherent signals case [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(9): 2265-2275.
- [4] 汪仪林, 殷勤业, 金梁, 等. 利用信号的循环平稳特性进行相干源的波达方向估计 [J]. 电子学报, 1999, 29(9): 86-89.
- WANG Yilin, YIN Qinye, JIN Liang, et al. Estimation doa of correlated signal via modified SC-SSF method [J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 29(9): 86-89.
- [5] YAO Minli, WANG Yilin, YIN Qinye. Direction finding for multiuser correlated signals based on spatial signature estimation in cyclic cumulant domain [C]// Proc ISCAS'99, 1999: 443-446.
- [6] 金梁. 基于时空特征结构的阵列信号处理与智能天线技术研究 [D]. 西安: 西安交通大学电子与信息工程学院, 1999.
- [7] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.
- [8] 王永良, 陈辉, 彭应宇, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [9] ROY R, KAILATH T. ESPRIT: a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise [J]. IEEE Trans on ASSP, 1986, 34(10): 1340-1342.
- [10] 姚敏立, 金梁, 殷勤业. 基于累积量的空间特征估计算法及其在智能天线中的应用 [J]. 信号处理, 2000, 16(1): 58-62.
- YAO Minli, JIN Liang, YIN Qinye. Spatial signature estimation algorithm with cumulant and its application in smart antenna system [J]. Signal processing, 2000, 16(1): 58-62.
- [11] 姚敏立, 金梁, 殷勤业. 空间特征的累量域估计算法与共信道相干源波达方向估计 [J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(5): 17-28.
- YAO Minli, JIN Liang, YIN Qinye. Spatial signature estimation algorithm in cumulant domain for direction finding of co-channel correlated signals [J]. Journal of Xi'an Jiaotong university, 1999, 33(5): 17-28.
- [12] 姚敏立, 殷勤业. 累量域高分辨率二维波达方向估计算法 [J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(1): 15-18.
- YAO Minli, YIN Qinye. High-resolution algorithm for two dimensional direction finding of non-gaussian sources [J]. Journal of Xi'an Jiaotong university, 1999, 33(1): 15-18.
- [13] Jeng S S, Lin H P, Okamoto G, et al. Multipath direction finding with subspace smoothing [C]// IEEE ICASSP. Munich, Germany, 1997: 3485-3488.
- [14] 张辉, 葛临东, 李蒙, 等. 多径环境中二维波达方向估计的子空间平滑算法 [J]. 电子学报, 2005, 33(6): 1077-1080.
- ZHANG Hui, GE Lindong, LI Meng, et al. Multipath-2D direction finding with subspace smoothing algorithm [J]. Acta electronica sinica, 2005, 33(6): 1077-1080.

(编辑 刘杨)