

一种迭代处理单元外部信息转移 函数的精确计算方法

陈霖, 冯大政

(电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 710071, 西安)

摘要: 针对现有计算方法得到的迭代处理单元的外部信息转移(EXIT)函数精确度较差的问题,提出了一种 EXIT 函数的精确计算方法——最优直方图法(OptHIST). 首先根据信息比特的取值(+1 或-1)将对数似然比数据进行分类,然后采用最优直方图估计对数似然比的概率分布函数,得到在积分最小均方误差意义上最优的概率分布函数,最后通过对对数似然的概率分布函数进行积分得到精确的 EXIT 函数. OptHIST 法比直方图法鲁棒性更强,比直接求均值法适应性更广. 实验结果表明,对于采用严格的后验概率算法的处理单元,OptHIST 法可比直方图法减小误差约 7%~15%.

关键词: 迭代处理单元;外部信息转移函数;最优直方图

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)08-0068-04

An Accurate Method for Calculating Extrinsic Information Transfer Functions of Iterative Processing Unit

CHEN Lin, FENG Dazheng

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Focusing on the problem that the extrinsic information transfer (EXIT) functions of the iterative processing unit in existing methods are of low accuracy, an accurate method named optimal histogram (OptHIST) is proposed. The OptHIST algorithm is implemented in the following steps. The log-likelihood ratio data are classified according to the value (+1 or -1) of the info bits, and the optimal histogram is then used to estimate the probability distribution function of the log-likelihood ratio. The optimal probability distribution function is obtained in the sense of the integrated mean squared error. Then the exact EXIT function is obtained through integrating the probability distribution function of log-likelihood ratio. Compared with the existing methods, the proposed OptHIST method is more robust than the histogram method and more applicable than the direct average method. Simulation results show that the OptHIST method can reduce the error by about 7% to 15%, compared with the histogram method, for the processing unit which adopts rigid a-post probability algorithm.

Keywords: iterative processing unit; extrinsic information transfer function; optimal histogram

自 1993 年 Turbo 码^[1]被提出后,迭代处理技术开始广泛地应用于通信信号的检测与译码中^[2].

由于迭代接收机内部具有高度的非线性,如何有效地分析系统性能并设计最优的迭代接收机就成为一

个较为困难的问题. 密度进化方法^[3]虽然可以解决这个问题,但其计算复杂性过高. 文献[4]提出的外部信息转移(EXIT)图是分析与设计这类迭代接收机的一种简单而有效的工具. EXIT 图由系统中各个处理单元的 EXIT 函数构成,采用互信息作为指标量来跟踪迭代处理系统的动态变化,可以较为准确地预估性能并以此作为参考进行系统设计. 文献[4-6]介绍了 EXIT 函数的 2 种不同的计算方法,其主要差别在于显式或隐式地使用输出端对数似然比的分布函数. 这 2 种方法均存在一定的问题,采用直方图(HIST)法^[4]得到的 EXIT 函数的精确度受直方图间隔宽度的影响较大,而对于采用近似的后验概率(APP)算法的接收机,直接求均值(AVG)法^[6]存在系统误差,无法得到处理单元精确的 EXIT 函数,其适用条件受到一定的限制.

本文针对上述问题提出了一种 EXIT 函数的精确计算方法——最优直方图法(OptHIST). 该方法采用自适应调整间隔宽度的最优直方图来估计对数似然比的分布函数,得到在积分最小均方误差(IMSE)意义上最优的分布函数,进而通过对数似然比的分布函数进行积分得到精确的 EXIT 函数. OptHIST 法解决了 AVG 法适用条件受限的问题,同时也避免了 HIST 法的间隔宽度需要靠人工选取且无法保证最优性的问题. 同时,由于在 OptHIST 方法中直方图统计和互信息计算一体化完成,因此实际应用更为简便.

1 EXIT 函数的计算模型

以并行级联码的一个译码器单元为例来说明 EXIT 函数的计算模型. 均匀分布且相互独立的信息比特序列 $U \in \{-1, +1\}$ 经过线性编码器编码得到编码序列 C ,然后将 C 通过信道进行传输,得到接收符号序列 Y . 在接收端,软输入软输出后验概率(SISO-APP)译码器接收信道输出的 Y 以及 U 的先验信息 L_A ,经处理后输出外部信息 L_E . 其中, L_A 和 L_E 都表示为对数似然比的形式, L_A 被模拟为信息比特 U 经过一个等效的先验信道后的输出.

将 U 与 L_A 以及 U 与 L_E 之间的互信息分别表示为 $I_A(U, L_A)$ 和 $I_E(U, L_E)$,则整个计算模型的系统框图如图 1 所示.

可以将 SISO-APP 译码器看作一个将输入 $I_A(U, L_A)$ 放大为输出 $I_E(U, L_E)$ 的互信息放大器,采用函数形式表示的放大器的输入输出关系就是该译码器单元的 EXIT 函数,可以表示为 $I_E = T(I_A,$

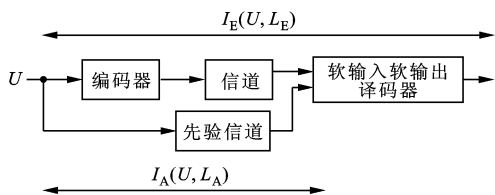


图 1 EXIT 函数的计算模型

$P)$,其中 I_E 和 I_A 分别是 $I_E(U, L_E)$ 和 $I_A(U, L_A)$ 的简写形式, P 是由衰落系数、信噪比等信道特征决定的参数.

由于 L_A 的概率分布已知,所以不难得到 $I_A(U, L_A)$,因此计算 EXIT 函数的主要问题在于计算 $I_E(U, L_E)$. 由互信息定义^[7]可以得到

$$I_E(U, L_E) = \frac{1}{2} \sum_{u=-1,1} \int_{-\infty}^{\infty} p_{L_E}(\xi | U = u) \cdot \log_2 \frac{2 p_{L_E}(\xi | U = u)}{p_{L_E}(\xi | U = -1) + p_{L_E}(\xi | U = +1)} d\xi \quad (1)$$

式中: p_{L_E} 是 L_E 的概率分布函数; ξ 是积分变量. 由式(1)可知,由于没有对 L_E 的分布函数 p_{L_E} 进行任何预先的假设与限制,这一计算模型在计算 EXIT 函数时可以有效避免因模型失配而带来的系统误差,但同时,因缺乏对 p_{L_E} 的先验知识, p_{L_E} 的估计精度将对 EXIT 函数的精确程度产生较大影响.

2 直接求均值法的适用条件

直接求均值法^[6]利用 L_E 与其硬判决出错概率 p_{en} 之间的关系

$$p_{en} = 1 / (1 + \exp(|L_E|)) \quad (2)$$

由均值的数学定义直接计算 $I_E(U, L_E)$,详细的步骤可参阅文献[6].

当样本数 N 趋向于无穷大时, AVG 法得到的 EXIT 函数将无限逼近其真实值. 但是,该方法隐含着一个重要的假设,即 L_E 是真正的对数似然比,也就是译码器必须采用严格的后验概率算法. 只有这样, $|L_E|$ 才是 p_{en} 的充分统计量,式(2)才严格成立. 当译码器采用近似的后验概率算法时,其输出 L_E 只是近似的对数似然比,式(2)得到的 p_{en} 也只是 p_{en} 的一个近似值. 因此,对于近似的后验概率算法, AVG 法不能得到准确的 EXIT 函数.

3 OptHIST 法计算 EXIT 函数

HIST 法^[4]可以解决 AVG 法适用条件受限的问题,但由此法得到的 EXIT 函数的精确度受直方

图间隔宽度的影响较大. 为此, 本文提出了 OptHIST 法, 其步骤如下:

(1) 按照图 1 的计算模型, 由随机产生的信息比特序列 U 产生外部信息序列 L_E ;

(2) 根据已知的 U 的取值(+1 或 -1)对 L_E 进行分类, 得到子序列 $L_{E,+1}$ 和 $L_{E,-1}$, 并估计子序列的方差 $\hat{\sigma}_{+1}$ 和 $\hat{\sigma}_{-1}$;

(3) 使用 $h=3.49\hat{\sigma}n^{-1/3}$ 分别计算出用来统计序列 $L_{E,+1}$ 和 $L_{E,-1}$ 的最优直方图间隔宽度^[8] h_{+1} 和 h_{-1} , 其中 $\hat{\sigma}$ 和 n 分别是序列的方差和数据长度;

(4) 使用间隔宽度为 h_{+1} 和 h_{-1} 的直方图分别对 $L_{E,+1}$ 和 $L_{E,-1}$ 进行统计, 得到式(1)所需的 $p_{L_E}(\xi|U=+1)$ 和 $p_{L_E}(\xi|U=-1)$, 然后由式(1)计算 $I_E(U, L_E)$.

定义由直方图估计得到的随机变量 X 的分布函数 $\hat{f}(x)$ 与真实分布函数 $f(x)$ 之间的积分均方误差为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} E\{\hat{f}(x) - f(x)\}^2 dx \quad (3)$$

可以证明^[8], 上述 OptHIST 方法得到的 p_{L_E} 在积分最小均方误差意义上是最优的. 与 HIST 方法相比, OptHIST 方法仅仅需要多估计 2 个方差 $\hat{\sigma}_{+1}$ 和 $\hat{\sigma}_{-1}$, 额外增加的计算量很少.

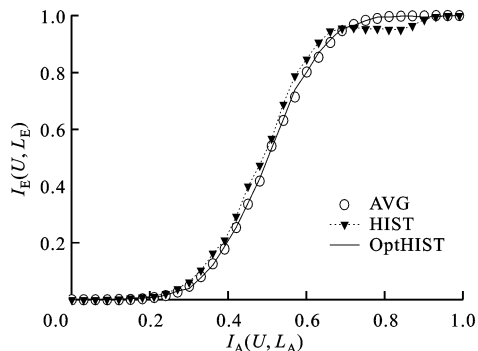
4 实验结果及分析

为了检验 OptHIST 法的有效性, 本文进行了以下 2 个数值实验.

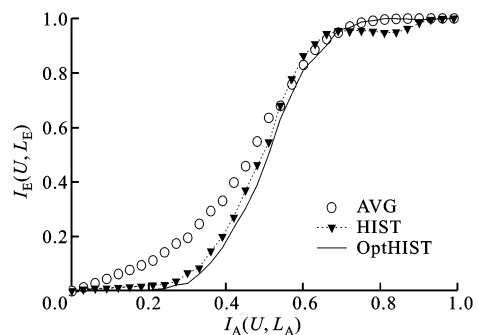
实验 1 分别采用 HIST 法、AVG 法以及 OptHIST 法计算了生成多项式为 (13, 15)、码率为 0.5 的递归系统卷积码(RSC)的 EXIT 函数. 该码为常用 Turbo 码的一个组成码, 仿真采用的码长为 12 000 b, 信道为加性高斯白噪声(AWGN)信道, 信噪比 $E_b/N_0=0.8$ dB. 译码器分别采用对数最大后验概率(LogMAP)算法和最大-对数最大后验概率(Max-LogMAP)算法, 得到的 EXIT 函数如图 2 所示.

由于 LogMAP 译码器采用的是一种严格的 APP 译码方法, 当码长足够长时, AVG 法得到的 EXIT 函数可以作为精确解来检验其他方法的计算结果. 由图 2a 可以看出, OptHIST 法得到的 EXIT 函数都与精确解吻合良好, 而 HIST 法得到的 EXIT 函数则存在一定的局部变形.

图 2b 是采用 3 种不同方法得到的 MaxLogMAP 译码器 EXIT 函数曲线的比较结果. 与图 2a 中的结果类似, HIST 法得到的函数曲线依然存在



(a) LogMAP 译码器 EXIT 函数的比较



(b) MaxLogMAP 译码器 EXIT 函数的比较

图 2 3 种方法得到的 RSC 译码器的 EXIT 函数

局部变形, 而此时 AVG 法得到的 EXIT 函数则出现较大的系统误差, 尤其是在先验信息较小的时候, 误差更大.

实验 2 分别采用 HIST 法、AVG 法以及 OptHIST 法计算了采用半集划分(SSP)^[9]标记的 8-PSK 符号映射器的 EXIT 函数. 相关参数为: 符号长度 10 000 b, AWGN 信道, 信噪比为 0 dB, 解映射器采用 LogMAP 译码算法, 实验结果如图 3 所示. 由图 3 可以看出, 由 OptHIST 法得到的 EXIT 函数与 AVG 方法得到的精确解依然吻合良好, 而 HIST 法则引入了较大的偏差, 使函数曲线整体出现偏移.

对于图 2a 和图 3 的数值实验, 由于有 AVG 法得到的 EXIT 函数作为精确解, 可以进一步定量比较 OptHIST 法和 HIST 法的误差大小. 由式(3)计算得到图 2a 中 OptHIST 法和 HIST 法的相对误差分别为 0.12% 和 7.87%, 图 3 中 2 种方法相应的相对误差分别为 0.16% 和 15.02%. 由此可见, OptHIST 法可以得到更加精确的 EXIT 函数, 其误差可比 HIST 法减小约 7%~15%. 同时, 在进行的 2 组实验中, OptHIST 法的误差变化不大, 远小于 HIST 的误差变化, 因此 OptHIST 法更加稳健, 鲁棒性更强.

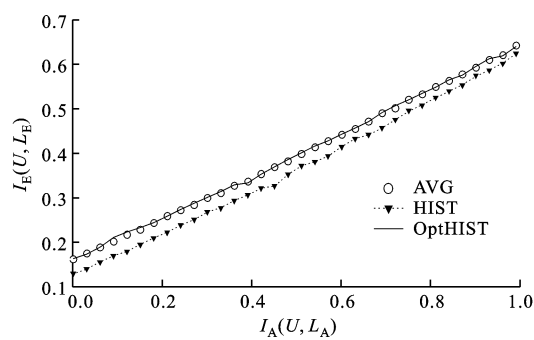


图 3 3 种方法得到的 8-PSK 符号解映射器 EXIT 函数的比较

5 结束语

本文提出了一种迭代处理单元 EXIT 函数的精确计算方法——OptHIST 法. 与现有的方法相比, OptHIST 法比 HIST 法的鲁棒性更强,比 AVG 法的适应性更广. 实验结果表明,对于采用严格的 APP 译码方法的处理单元,OptHIST 法可比 HIST 法减小误差约 7%~15%.

参考文献:

[1] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes [C]//Proc IEEE ICC. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1993: 1064-1070.

[2] 冯昂,殷勤业,张莹. 多输入多输出码分多址系统的 Turbo 联合检测 [J]. 西安交通大学学报,2007, 41 (4): 471-474.

FENG Ang, YIN Qinye, ZHANG Ying. Turbo joint

detection algorithm for multiple-input multiple-output code division multiple access system [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(4): 471-474.

[3] RICHARDSON T, SHOKROLLAHI A, URBANKE R. Design of capacity approaching low-density parity-check codes [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2001, 47(2): 599-619.

[4] ALEXEI A, GERHARD K, BRINK S T. Extrinsic information transfer functions: model and erasure channel properties [J]. IEEE Trans on Communication, 2008, 56(10): 2657-2673.

[5] LI Kai, WANG Xiaodong, ASHIKHMIN A. EXIT function of Hadamard component in repeat zigzag Hadamard (RZH) codes with parallel decoding [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2008, 54(11): 1773-1785.

[6] KLIEWER J, SOON X N, HANZO L. Efficient computation of EXIT functions for nonbinary iterative decoding [J]. IEEE Trans on Communication, 2006, 54 (12): 2133-2136.

[7] COVER T M, THOMAS J A. Elements of information theory [M]. New York, USA: John Wiley, 1991.

[8] WAND M P. Data-based optimal choice of histogram bin width [J]. The American Statistician, 1997, 51 (1): 59-64.

[9] TEE R, MAUNDER R G, HANZO L. EXIT-chart aided near-capacity irregular bit-interleaved coded modulation design [J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2009, 8(1):32-37.

(编辑 刘杨)