

结合面法向动态参数的分形模型

尤晋闽, 陈天宁

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了对结合面法向动态参数进行正确的理论计算, 以分形接触理论为基础, 建立了结合面法向动态参数的理论分形模型, 揭示了接触刚度和接触阻尼与作用在粗糙表面上的法向载荷、粗糙表面材料性能常数, 以及分形参数等因素之间的复杂关系, 并对该模型进行了数值仿真. 仿真结果表明: 结合面的实际接触面积仅占名义接触面积的一小部分, 降低表面粗糙度或增加法向载荷都将增大实际接触面积; 接触刚度和接触阻尼与分形参数之间具有较强的非线性关系, 而法向载荷对接触刚度的影响较为明显, 当载荷增加时, 刚度值也随之增大, 但对接触阻尼的影响可以忽略.

关键词: 结合面; 动态参数; 接触刚度; 接触阻尼; 分形模型

中图分类号: TB53 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)09-0091-04

Fractal Model for Normal Dynamic Parameters of Joint Surfaces

YOU Jinmin, CHEN Tianning

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To estimate the normal dynamic parameters of joint surfaces theoretically, a new fractal model for these parameters is established following the fractal contact theory. It is revealed that the normal dynamic parameters, such as the contact stiffness and the contact damping, depend on the normal contact load, material properties of rough surface, and fractal parameters. The varying laws between the normal dynamic parameters and their effect factors are simulated numerically. The investigation indicates that the contact between two rough surfaces actually only occurs at the asperities, thus the real contact area makes up only a small section of the apparent area. The real contact area may increase by decreasing the roughness of surfaces and increasing the normal load. And the relationships between normal dynamic parameters of joint surfaces and fractal parameters get strongly nonlinear. The normal load obviously affects contact stiffness, but slightly affects contact damping.

Keywords: joint surface; dynamic parameter; contact stiffness; contact damping; fractal model

在机械结构中存在着大量的结合面, 研究资料表明^[1-2], 机械结构总柔度的 40%~60% 以及总阻尼的 90% 以上均来源于结合面. 因此, 要建立机械结构的动力学模型就必须考虑结合面的动态特性, 否则将不可能得到符合实际的正确结论. 国内外学者对结合面的动态特性进行了大量的实验研究^[3-7], 这些研究表明, 结合面的法向动态参数与结合面的材料、加工方法、表面粗糙度、结合面间的介质

状况、接触面积以及结合面间的法向载荷等因素有关, 但这些工作大多只是通过实验分析了结合面动态参数的影响因素, 而关于理论模型方面的研究文献却尚不多见.

本文在 Majumdar-Bhushan 模型^[8] (简称 MB 模型) 的基础上, 进一步建立了结合面法向动态参数的理论分形模型, 对模型进行数值仿真, 并讨论了法向动态参数与作用在粗糙表面上的法向载荷、粗糙

表面材料性能常数(如硬度、复合弹性模量)、分形参数等因素之间的复杂关系。

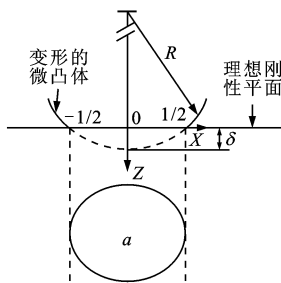
1 MB 接触模型理论

1.1 单个微凸体接触模型

构成结合面的 2 个表面在微观尺度上存在着大量的微凸体,结合面的接触实际上仅发生于微凸体上,因此微凸体的接触性质是研究结合面动态特性的基础. Majumdar 与 Bhushan^[8-9]的研究结果发现,机械加工表面具有统计自仿射分形特征,从而提出了以分形几何理论为基础的 MB 接触模型. 在 MB 模型中^[8],将两粗糙表面的接触假设为一个粗糙面与一个刚性理想平面的接触,如图 1 所示. 对于接触变形前的单个微凸体形貌可由 Weierstrass-Mandelbrot 函数(即 W-M 函数)给出

$$z(x) = G^{(D-1)} l^{(2-D)} \cos(\pi x/l) \quad 1 < D < 2 \quad (1)$$

式中: D 为分形维数,它决定了表面轮廓高度中高频和低频成分的分布比例, D 越大,说明高频成分在轮廓曲线频谱中占了主要部分; G 为分形粗糙度系数,它决定了轮廓高度幅值的大小, G 越大,表面越粗糙; l 为单个微凸体的接触长度 ($-l/2 < x < l/2$).



R : 曲率半径; δ : 变形量; a : 接触点面积

图 1 单个微凸体的接触模型

对于一个给定的 a , $\delta = G^{(D-1)} a^{(2-D)/2}$, $R = a^{D/2} / \pi^2 G^{(D-1)}$. 根据 Hertz 接触理论,微凸体发生弹性变形转化的临界变形量取决于 R ,即

$$\delta_c = (H/2E)^2 R = (H/2E)^2 a^{D/2} / G^{D-1}$$

$$1/E = ((1-\nu_1^2)/E_1) + ((1-\nu_2^2)/E_2) \quad (2)$$

式中: H 表示较软材料的硬度; E 为复合弹性模量; E_1 、 E_2 、 ν_1 、 ν_2 分别代表 2 个接触表面材料的弹性模量和泊松比. 由 $\delta = \delta_c$ 得到临界接触点面积为

$$a_c = G^2 (2E/H)^{2/(D-1)} \quad (3)$$

由式(3)看出,对于确定的粗糙表面, a_c 为定值. 当微凸体发生弹性变形时,即 $\delta < \delta_c$ 时得到 $a > a_c$; 发生塑性变形时,即 $\delta > \delta_c$ 时得到 $a < a_c$. 可见,当 $a <$

a_c 时,微凸体是处于塑性变形状态,而 $a > a_c$ 时,则处于弹性变形状态,这也正是 MB 分形接触理论区别于以往弹塑性接触理论之处. 单个微凸体的弹性和塑性接触载荷分别为

$$P_e(a) = \frac{4\pi^{1/2} EG^{D-1} a^{(3-D)/2}}{3}; P_p(a) = Ha \quad (4)$$

1.2 接触面积及接触载荷的分布规律

在 MB 模型中,假设粗糙表面与平面接触时,接触点面积分布密度函数与海洋面岛屿面积的分布密度函数相似,遵循幂函数规律^[8]

$$n(a) = \frac{D}{2} \frac{a_1^{D/2}}{a^{D/2+1}} \quad (5)$$

式中: a_1 为最大接触点面积. 实际接触总面积为

$$A_r = \int_0^{a_1} n(a) a da = Da_1 / (2-D) \quad (6)$$

由式(4)和式(5),得出接触总载荷 ($D \neq 1.5$) 为

$$P = \int_{a_c}^{a_1} n(a) P_e(a) da + \int_0^{a_c} n(a) P_p(a) da \quad (7)$$

2 法向动态参数的分形模型

机械结合面可看成是由 2 个粗糙表面相互接触作用而形成的,通常用接触刚度与接触阻尼来反映结合面的动态特性. 当结合面之间受到法向载荷作用时,粗糙表面的微凸体产生变形,一部分微凸体的接触点面积超过临界接触点面积而处于弹性变形,储存了弹性应变能,表现为法向刚度作用. 另一部分微凸体的接触点面积未超过临界接触点面积而处于塑性变形,耗散了系统的能量,因此表现为法向阻尼作用.

2.1 法向接触刚度

当微凸体发生弹性变形时,由式(4)求得单个微凸体的法向接触刚度 k_n ,同时得到结合面法向的总刚度

$$k = \int_{a_c}^{a_1} k_n n(a) da = \frac{2ED}{\pi^{1/2} (1-D)} (a_1^{1/2} - a_1^{D/2} a_c^{(1-D)/2}) \quad (8)$$

式(8)反映了结合面的法向接触刚度与法向载荷、粗糙表面材料性能常数以及分形参数等因素之间的复杂关系,构成了结合面法向接触刚度的分形模型.

2.2 法向接触阻尼

考虑了微凸体在塑性接触区产生阻尼作用的因素后,则塑性应变能为

$$w_p = \frac{HDG^{D-1}}{4(2-D)} a_1^{D/2} a_c^{2-D} \quad (9)$$

同理,在弹性接触区产生的弹性应变能为

$$\omega_c = \frac{8EDG^{2(D-1)}}{15\pi^{1/2}(5-3D)}(a_1^{(5-2D)/2} - a_1^{D/2} a_c^{(5-3D)/2}) \quad (10)$$

由式(9)和式(10)得到结合面之间产生的阻尼损耗因子为

$$\eta = \omega_p / \omega_c \quad (11)$$

设粗糙表面所在基体的质量为 m , 则法向阻尼系数为

$$C_n = \eta(mk)^{1/2} \quad (12)$$

式(12)同样反映了结合面之间的法向接触阻尼是由法向载荷、粗糙表面材料性能常数,以及分形参数等因素决定,并构成了结合面法向接触阻尼的分形模型。

3 仿真与讨论

为了清楚地认识各因素对法向接触参数的影响规律,将各参数分别进行归一化

$$P^* = \frac{P}{A_a E}; k^* = \frac{k}{EA_a^{1/2}}; C_n^* = \frac{C_n}{A_a^{1/4}(mE)^{1/2}} \quad (13)$$

$$G^* = \frac{G}{A_a^{1/2}}; A_r^* = \frac{A_r}{A_a}$$

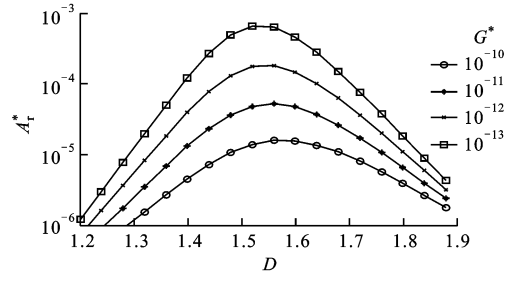
式中: A_a 为结合面的名义接触面积; P^* 为归一化接触载荷; k^* 为归一化接触刚度; C_n^* 为归一化接触阻尼; G^* 为归一化粗糙度系数; A_r^* 为归一化实际接触面积。仿真参数为 $A_a = 10^{-6} \text{ m}^2$, $H = 9 \text{ GPa}$, $E = 130 \text{ GPa}$, $D \in [1.2, 1.9]$, G 取 $10^{-13} \sim 10^{-16} \text{ m}$ 。

3.1 接触面积的变化规律

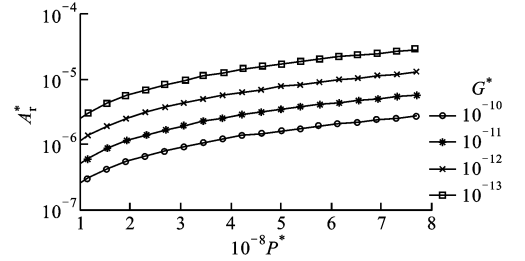
根据接触理论的分析结果,结合面的接触实际上仅发生在微凸体上,实际接触面积并不等于名义接触面积,影响实际接触面积的主要因素是分形参数和接触载荷,因此对它们之间的关系进行了仿真(见图2)。从图2a看出 A_r 仅占 A_a 的一小部分,并且表面越粗糙, A_r 越小。同时,随着 D 的增加, A_r 先增大后减小, A_r 除了受 D 、 G 的影响外,还受到 P 的影响。图2b反映了在不同的 G^* 值下 A_r^* 与 P^* 的关系,并从中发现当 P^* 增大时, A_r^* 也随之增大。

3.2 接触刚度的变化规律

从式(8)中看出,在粗糙表面材料性能参数一定时, k 主要由 P 与 D 、 G 决定。通过图3a的仿真,发现 k^* 随着 D 的增大而不断增大,但随着 G^* 的增大则逐渐减小,说明接触表面越粗糙,结合面间产生的接触刚度越小。另外,图3b反映了 P 对 k 的影响规律,当 P^* 增加时, k^* 也随之增大,这与文献[3]的实验结论相符合。

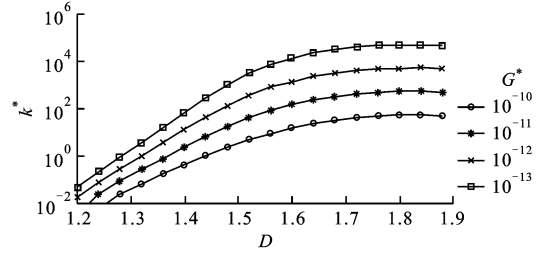


(a) A_r^* 与 D 、 G^* 的关系

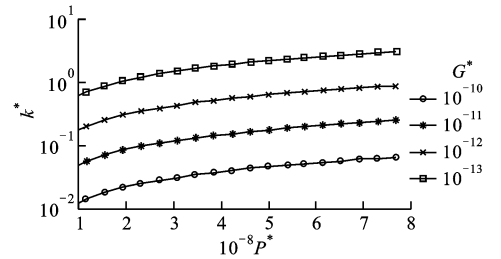


(b) A_r^* 与 P^* 的关系

图2 结合面接触面积的变化规律



(a) k^* 与 D 、 G^* 的关系



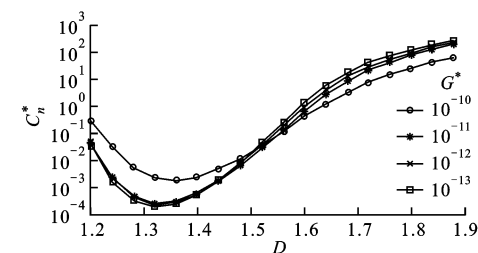
(b) k^* 与 P^* 的关系

图3 结合面接触刚度的变化规律

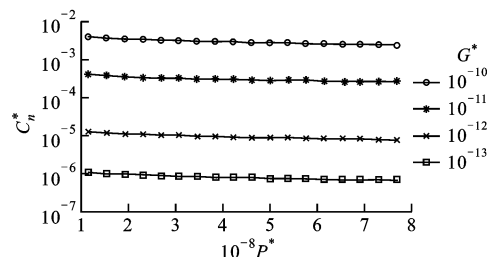
3.3 接触阻尼的变化规律

对式(13)反映的阻尼规律进行仿真(见图4),从图4a中可看出, C_n^* 随着 D 的增大是先减小后增大,最小值位于 $D=1.3$ 附近。 G^* 对 C_n^* 的影响与 D 值有关,在 $D=1.5$ 附近出现拐点,当 D 小于该拐点值时, C_n^* 随着 G^* 的增大而增大,当 D 继续增大超过该拐点值时,呈现出 G^* 越大, C_n^* 反而减小的现象。保持其他参数不变,仿真出在不同的 G^* 下, P^*

对 C_n^* 的影响曲线,如图 4b 所示。当 P^* 增大时, C_n^* 呈略微减小趋势,但变化幅度很小,说明影响法向阻尼系数的主要因素是粗糙表面的分形参数,而法向接触载荷的影响可以忽略,这与文献[7]的实验结果相符合。



(a) C_n^* 与 D 、 G^* 的关系



(b) C_n^* 与 P^* 的关系

图4 结合面接触阻尼的变化规律

4 结 论

本文建立了结合面法向动态参数的理论分形模型,并进行了数值仿真,得到的结果如下。

(1)结合面的接触变形实质上是粗糙表面上微小凸体的变形,因此实际接触面积仅占名义接触面积的一小部分,同时表面越精细,法向载荷越大,则实际接触面积越大。

(2)从法向动态参数的分形模型和仿真结果看出,接触刚度和接触阻尼与粗糙表面材料性能常数及法向接触载荷等有关,并且与分形参数之间具有较强的非线性关系。法向载荷对接触刚度的影响较明显,而对接触阻尼的影响可忽略不计。

(3)基于分形接触理论的法向动态参数分形模型,具有客观唯一性和尺度独立性。

参考文献:

- [1] REN Y, BEARDS C F. Identification of effective linear joints using coupling and joint identification techniques [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(2):331-338.
- [2] IBRAHIM R A, PETTIT C L. Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279 (3/5):857-936.
- [3] FU W P, HUANG Y M, ZHANG X L. Experimental investigation of dynamic normal characteristics of machined joint surfaces [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2000, 122(4):393-398.
- [4] AHMADIAN H, JALALI H. Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21 (2): 1041-1050.
- [5] SHIRYAYEV O V, PAGE S M, PETTIT C L, et al. Parameter estimation and investigation of a bolted joint model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3/5):680-697.
- [6] 尤晋闽,陈天宁. 悬臂梁平面结合面参数的识别技术研究 [J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(11): 1323-1326.
- YOU Jinmin, CHEN Tianning. Parameters identification for joint surfaces of cantilever beam [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(11): 1323-1326.
- [7] ANDREW C, COCKBURN A, WARING A E. Metal surfaces in contact under normal forces; some dynamic stiffness and damping characteristics [C]//Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. London, UK: Professional Engineering Publishing, 1967: 92-100.
- [8] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1):1-11.
- [9] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 1990, 112(2):205-216.

(编辑 管咏梅)