

合成孔径雷达图像的最小均方误差线性最优滤波

孙增国, 韩崇昭

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对常用于合成孔径雷达(SAR)图像降噪的 Lee 滤波和 Kuan 滤波误差较大的问题,提出了基于最小均方误差(MMSE)准则的线性最优滤波. 线性最优滤波通过把斑点噪声的乘性模型同时展开为一阶和二阶泰勒级数,然后使用 MMSE 准则获得线性滤波的统一模型,最后再对该统一模型使用 MMSE 准则而获得. 线性最优滤波在所有的线性滤波中具有最低的滤波误差,因而具有最高的滤波精度. 对某乡村和城区 SAR 图像的降噪实验表明:线性最优滤波对边缘细节的保留能力强于 Kuan 滤波,它对斑点噪声的滤除能力强于 Lee 滤波;与最大后验概率(MAP)滤波相比,线性最优滤波虽然具有较弱的边缘细节保留能力,但它对斑点噪声的滤除能力却强于 MAP 滤波.

关键词: 合成孔径雷达图像;斑点噪声;线性最优滤波;乘性模型;泰勒级数

中图分类号: TP753 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)12-0006-05

Linear Optimal Filter with Minimum Mean Square Error for Synthetic Aperture Radar Images

SUN Zengguo, HAN Chongzhao

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A linear optimal filter is proposed based on the minimum mean square error (MMSE) criterion to solve the problem that the commonly used Lee and Kuan filters for synthetic aperture radar (SAR) images have bigger filtering errors. The multiplicative noise model of speckle is expanded into both the first-order and the second-order Taylor series at the same time, and then the MMSE criterion is used to deduce a unified model of linear filters. The linear optimal filter is finally obtained by applying the MMSE criterion again to the unified model. The linear optimal filter has the lowest filtering error and the highest filtering accuracy among all linear filters. The despeckling experiments on rural and urban SAR images show that the linear optimal filter has higher edge and fine detail preserving capacity than the Kuan filter, and has higher speckle suppression than the Lee filter. A comparison with the maximum a posteriori filter shows that the linear optimal filter has lower edge and fine detail preserving capacity, but has higher capability of speckle suppression.

Keywords: synthetic aperture radar image; speckle; linear optimal filter; multiplicative model; Taylor series

合成孔径雷达(SAR)图像由于相干成像方式产生斑点噪声,严重影响图像的理解和分析,因此降噪是 SAR 图像处理的重要内容^[1-2]. 多帧平均可以抑制噪声,提高图像的信噪比,但这是以图像空间分辨率的损失为代价的^[2]. 最常见的均值滤波和中值滤波没有考虑图像的统计特性,因此它们不是噪声滤

收稿日期: 2009-03-17. 作者简介: 孙增国(1980—),男,博士生;韩崇昭(联系人),男,教授,博士生导师. 基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(2007CB311006);国家高技术研究发展计划资助项目(2006AA01Z126);国家自然科学基金资助项目(60602026);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20070698002).

除和边缘保留的有效平衡^[1]. 常用于 SAR 图像降噪的是基于图像局部统计特性的自适应滤波方法,如 Lee 滤波和 Kuan 滤波,它们能在滤除斑点噪声的同时保留图像的边缘细节信息^[2-6]. Lee 滤波和 Kuan 滤波同属于基于最小均方误差(MMSE)准则的线性滤波,即它们都假定真实图像的估计是观察图像和观察图像均值的线性组合^[3],但是 Lee 滤波和 Kuan 滤波都不能取得最优的滤波效果. 为此,基于 MMSE 准则,本文提出了一种线性最优滤波. 首先把斑点噪声的乘性模型同时展开为一阶和二阶泰勒级数,其次使用 MMSE 准则推导出线性滤波的统一模型,最后对该统一模型再次使用 MMSE 准则,从而获得线性最优滤波公式. 本文给出了乡村和城区 SAR 图像的降噪实验,由此验证了线性最优滤波的有效性.

1 SAR 图像的乘性噪声模型

在斑点噪声充分发育的条件下,SAR 图像服从如下乘性噪声模型^[3,7]

$$I = uR \quad (1)$$

式中: I 为观察图像; R 为真实图像; u 为斑点噪声,假定它和真实图像相独立,并且为单位均值的平稳随机过程. 在此条件下,真实图像的均值和方差分别为^[2,7]

$$\mu_R = \mu_I \quad (2)$$

$$\sigma_R^2 = \frac{\sigma_I^2 - \sigma_u^2 \mu_I^2}{1 + \sigma_u^2} \quad (3)$$

式中: μ_R 和 μ_I 分别为真实图像和观察图像的均值; σ_R^2 和 σ_I^2 分别为真实图像和观察图像的方差; σ_u^2 为斑点噪声的方差.

2 基于 MMSE 的 SAR 图像线性滤波的统一模型

Lee 使用线性形式近似 SAR 图像的乘性噪声模型,最早提出了基于图像局部统计特性的斑点噪声滤除方法^[3]. Kuan 对此作了改进,他先推导出加性噪声的滤波公式,然后把 SAR 图像的乘性噪声模型改写为等效的加性噪声形式,推导出等效加性噪声的方差,从而直接得到了乘性噪声的 Kuan 滤波公式^[3-4]. 如果把乘性噪声模型式(1)在 $(\mu_R, 1)$ (1 为噪声均值)处展开为一阶泰勒级数 $I = R + \mu_R(u - 1)$,假定真实图像的线性估计 $\hat{R} = (1 - K_1)\mu_I +$

$K_1 I$,其中 K_1 为待定的加权因子,则真实图像与其估计的均方误差 $J = E[(R - \hat{R})^2]$,经过适当化简,可得 $J = \sigma_I^2 K_1^2 - 2K_1 \sigma_R^2(1 + \sigma_u^2) + \sigma_R^2(1 + \sigma_u^2)$,并且当 $K_1 = \frac{\sigma_R^2(1 + \sigma_u^2)}{\sigma_I^2}$ 时, J 取得极小值. 可见, K_1 就是 Lee 滤波公式中的加权因子. 同理,把乘性噪声模型式(1)在 $(\mu_R, 1)$ 处展开为二阶泰勒级数 $I = R + (u - 1)R$,同样假定真实图像的线性估计 $\hat{R} = (1 - K_2)\mu_I + K_2 I$,其中 K_2 为待定的加权因子,可得真实图像与其估计的均方误差 $J = K_2^2 \sigma_I^2 - 2K_2 \sigma_R^2 + \sigma_R^2$,并且当 $K_2 = \frac{\sigma_R^2}{\sigma_I^2}$ 时, J 取得极小值. 可见, K_2 就是 Kuan 滤波公式中的加权因子. 总之,对乘性噪声模型分别进行一阶和二阶泰勒级数展开,假定真实图像的估计是观察图像和观察图像均值的线性组合,应用 MMSE 准则,同样可以获得 Lee 滤波和 Kuan 滤波公式.

由 Lee 滤波和 Kuan 滤波公式可以看出,加权因子 K_1 大于 K_2 . 因此,当对图像降噪时, Lee 滤波会给当前滑动窗的中心像元以较大加权,而 Kuan 滤波会给当前滑动窗的局部均值以较大加权. 因此, Lee 滤波侧重保留图像的边缘细节信息,而 Kuan 滤波则侧重噪声的滤除. 为了取得噪声滤除和边缘细节保留的平衡,进而获得最优的滤波性能,我们可以同时考虑乘性噪声模型的一阶和二阶泰勒展开

$$I = (1 - \eta)[R + \mu_R(u - 1)] + \eta[R + R(u - 1)] \quad (4)$$

式中:调节因子 $\eta \in [0, 1]$,它决定一阶和二阶泰勒展开的权重. 当 $\eta = 0$ 时,只对乘性噪声模型进行一阶泰勒级数展开. 当 $\eta = 1$ 时,只对乘性噪声模型进行二阶泰勒级数展开. 和 Lee 滤波及 Kuan 滤波类似,同样假定真实图像的线性估计 $\hat{R} = (1 - K)\mu_I + KI$, K 为待定的加权因子,由此可以推导出真实图像与其估计的均方误差

$$J = (1 - K)^2 \sigma_I^2 - 2(1 - K) \sigma_u^2 (\mu_R^2 + \eta \sigma_R^2) + \sigma_u^2 (\mu_R^2 + \eta^2 \sigma_R^2) \quad (5)$$

根据 MMSE 准则(即寻找 K ,使得 J 最小),经过适当化简可得

$$K = \frac{\sigma_I^2 - \sigma_u^2 (\mu_R^2 + \eta \sigma_R^2)}{\sigma_I^2} \quad (6)$$

利用式(2)、式(3)容易证明:当 $\eta = 0$ 时, $K = K_1$,此时,以式(6)为加权因子的线性滤波就简化为 Lee 滤波;当 $\eta = 1$ 时, $K = K_2$,此时,以式(6)为加权

因子的线性滤波就简化为 Kuan 滤波;当 $0 < \eta < 1$ 时, $K_1 > K > K_2$, 此时, 以式(6)为加权因子的线性滤波的噪声平滑能力强于 Lee 滤波而劣于 Kuan 滤波, 它的边缘保留能力强于 Kuan 滤波而劣于 Lee 滤波. 可见, 只要假定真实图像的估计是观察图像和观察图像均值的线性组合(即 $\hat{R} = (1-K)\mu_l + KI$), 基于 MMSE 的线性滤波公式的加权因子就可以用式(6)表示, 只不过对应不同的调节因子 η , Lee 滤波和 Kuan 滤波仅是 η 取 0 和 1 时的特例. 因此, 以式(6)为加权因子的线性滤波就成为 SAR 图像基于 MMSE 的线性滤波的统一模型.

3 基于 MMSE 的线性最优滤波公式

由式(6)可知, 不同的 η 对应不同的滤波加权因子 K , 即对应不同的噪声平滑能力和边缘细节保留能力, 进而产生不同的均方误差, 获得不同的滤波性能. 我们希望找到 η^* , 使其产生的均方误差为最小, 即获得最优的滤波性能. 把式(6)代入式(5)中, 经过适当化简, 可得 J 随 η 的函数关系

$$J(\eta) = [\eta^2 \sigma_u^2 \sigma_R^2 (\sigma_l^2 - \sigma_u^2 \sigma_R^2) - 2\eta \mu_R^2 \sigma_R^2 (\sigma_u^2) + \mu_R^2 \sigma_u^2 \sigma_l^2 - \mu_R^4 (\sigma_u^2)^2] / \sigma_l^2 \quad (7)$$

由式(3)可知, $\sigma_l^2 - \sigma_u^2 \sigma_R^2 > 0$, 因此可以推导出使 $J(\eta)$ 最小的调节因子

$$\eta^* = \frac{\mu_R^2 \sigma_u^2}{\sigma_l^2 - \sigma_R^2 \sigma_u^2} \quad (8)$$

把式(8)代入式(6)中, 经过适当化简, 可得使均方误差最小的加权因子

$$K^* = \frac{\sigma_R^2}{\sigma_l^2 - \sigma_R^2 \sigma_u^2} \quad (9)$$

利用式(2)、式(3)容易证明: $0 < \eta^* < 1$. 因此, 以 K^* 为加权因子的线性滤波的边缘保留能力强于 Kuan 滤波而劣于 Lee 滤波, 它的噪声滤除能力强于 Lee 滤波而劣于 Kuan 滤波. 综合考虑边缘保留和噪声滤除, 它可以产生最小的均方误差, 拥有最高的滤波精度. 因此, 以 K^* 为加权因子的滤波公式就是基于 MMSE 的线性最优滤波公式. 事实上, 针对 SAR 图像的线性滤波, 利用式(2)、式(3)可以证明式(9)和文献[8]中所提公式具有相同的形式, 但本文从乘性噪声模型的泰勒展式的角度进行推导, 提出了基于 MMSE 的线性滤波的统一模型, 并且证明了式(9)在均方误差最小意义上为最优.

由式(6)可知, 只有当噪声方差 σ_u^2 较大时, 调节因子 η 才会有效影响加权因子 K 的大小, 进而影响滤波性能. 此时, 利用 K^* 滤波才会在均方误差上有

明显的降低, 即线性最优滤波只有在大噪声条件下才能有效显示出均方误差最小这一优点. 当噪声方差很小 ($\sigma_u^2 \ll 1$) 时, 利用式(3)可以证明: $K_1 \approx K^*$, $K_2 \approx K^*$, 也就是说, 只有在噪声非常小的条件下, Lee 滤波和 Kuan 滤波才能达到线性最优滤波的滤波精度. 一旦噪声较大, Lee 滤波和 Kuan 滤波就会产生较大的均方误差, 此时, 只有线性最优滤波才能保持较高的滤波精度.

4 降噪实验

本文采用 Lee 滤波、Kuan 滤波、最大后验概率 (MAP) 滤波^[9-10] 以及本文提出的线性最优滤波对 SAR 图像降噪, 并假定斑点噪声和真实图像均服从 Gamma 分布^[1,11], 图 1 给出了乡村 SAR 图像的降噪结果. 表 1 给出了图 1 中各个降噪算法滤波结果的量化指标. 其中, R 定义为降噪后图像在某一均匀区域的均值的平方与其方差的比值, 它反映了降噪算法对斑点噪声的滤除能力, R 越大, 说明算法对斑点噪声的滤除能力越强^[7,10]. ΔC 定义为真实图像和降噪后图像在某一区域的变异系数的差值, 它反映了降噪算法对边缘细节信息的保留能力, ΔC 越接近 0, 说明该降噪算法对边缘细节信息的保留能力越强^[7]. 为了说明线性最优滤波的一般性和有效性, 图 2 给出了城区 SAR 图像的线性最优滤波的降噪结果, 表 2 给出了图 2 结果相应的量化指标. 可见, 线性最优滤波对斑点噪声的滤除能力强于 Lee 滤波, 它对边缘细节信息的保留能力强于 Kuan 滤波. 和 MAP 滤波相比, 线性最优滤波虽然具有较低的边缘细节保留能力, 但它对斑点噪声的滤除能力却强于 MAP 滤波. 总之, 不论是乡村 SAR 图像还是城区 SAR 图像, 综合考虑噪声的滤除和边缘细节的保留这两方面, 和 Lee 滤波、Kuan 滤波以及 MAP 滤波相比, 线性最优滤波可以取得较好的滤波效果.

表 1 乡村 SAR 图像降噪结果(图 1)的量化指标

滤波方法	R	ΔC
Lee 滤波	16.202 3	0.006 4
Kuan 滤波	17.045 0	0.012 4
MAP 滤波	15.403 2	0.005 0
线性最优滤波	16.548 7	0.008 3

表 2 城区 SAR 图像降噪结果图 2 的量化指标

滤波方法	R	ΔC
Lee 滤波	9.827 2	0.030 4
Kuan 滤波	12.383 3	0.059 6
MAP 滤波	8.188 8	0.020 4
线性最优滤波	10.986 4	0.044 1

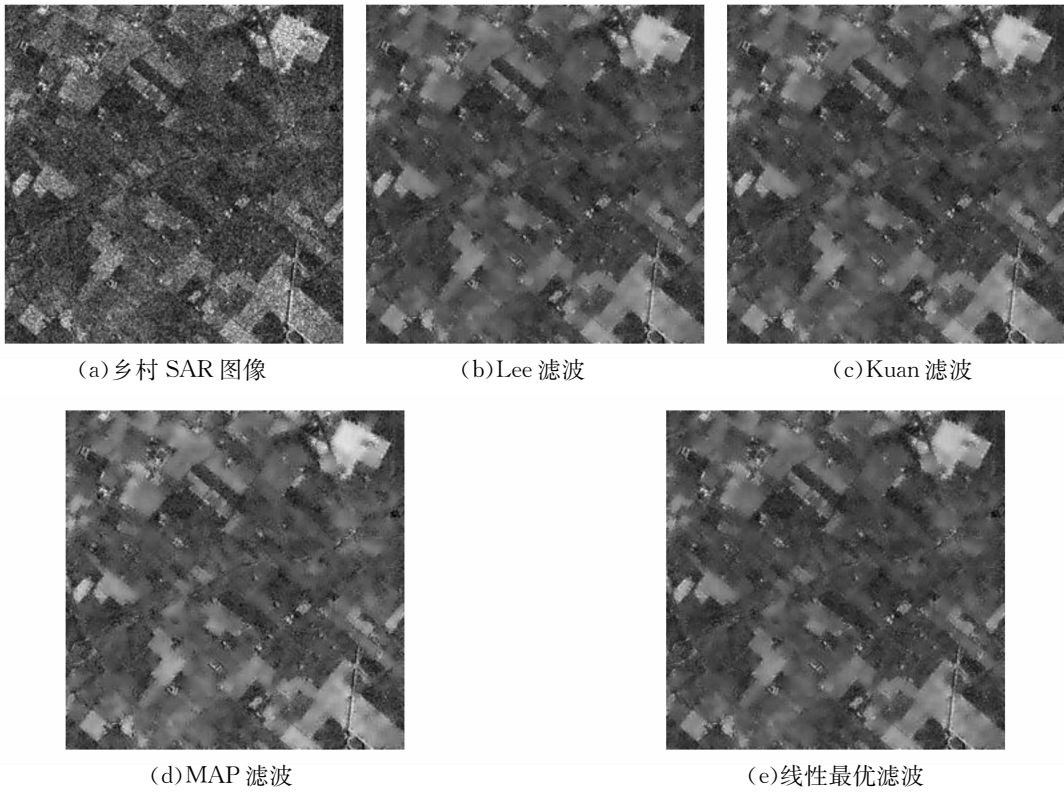


图 1 乡村 SAR 图像的降噪结果

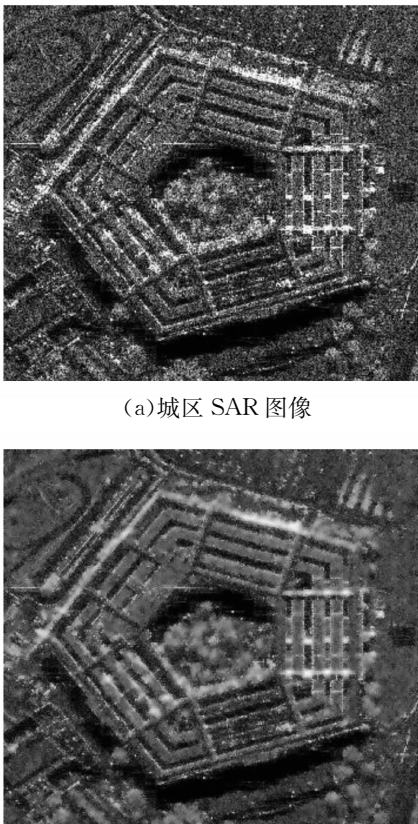


图 2 城区 SAR 图像的降噪结果

5 结 论

本文提出了一种基于 MMSE 准则的线性最优滤波. 首先同时考虑斑点噪声的乘性模型的一阶和二阶泰勒展式;其次使用 MMSE 准则推导出线性滤波的统一模型, Lee 滤波和 Kuan 滤波都是此模型的特例;最后对此统一模型再次使用 MMSE 准则, 从而获得线性最优滤波公式. 在所有的线性滤波中, 本文的线性最优滤波具有最低的滤波误差, 因而具有最高的滤波精度, 这种优点在斑点噪声较大时表现得尤为突出. 乡村和城区 SAR 图像的降噪实验表明, 线性最优滤波对边缘细节的保留能力强于 Kuan 滤波, 它对斑点噪声的滤除能力强于 Lee 滤波. 和 MAP 滤波相比, 线性最优滤波虽然具有较弱的边缘细节保留能力, 但它对斑点噪声的滤除能力却强于 MAP 滤波. 总之, 综合考虑噪声的滤除和边缘细节的保留这两方面, 线性最优滤波可以取得较好的滤波效果.

参考文献:

[1] 皮亦鸣, 杨建宇, 付毓生, 等. 合成孔径雷达成像原理 [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2007.

- [2] MAITRE H. 合成孔径雷达图像处理[M]. 孙洪, 译. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [3] LOPES A, TOUZI R, NEZRY E. Adaptive speckle filters and scene heterogeneity [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, 28(6): 992-1000.
- [4] FERNANDEZ S A, LOPEZ C A. On the estimation of the coefficient of variation for anisotropic diffusion speckle filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(9): 2694-2701.
- [5] LEE J S, GRUNES M R, SCHULER D L, et al. Scattering-model-based speckle filtering of polarimetric SAR data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(1): 176-187.
- [6] KUAN D T, SAWCHUK A A, STRAND T C, et al. Adaptive restoration of images with speckle [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1987, 35(3): 373-383.
- [7] TOUZI R. A review of speckle filtering in the context of estimation theory [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(11): 2392-2404.
- [8] LEE J S. Speckle suppression and analysis for synthetic aperture radar images [J]. Optical Engineering, 1986, 25(5): 636-643.
- [9] ACHIM A, KURUOGLU E E. Image denoising using bivariate alpha-stable distributions in the complex wavelet domain [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(1): 17-20.
- [10] ACHIM A, KURUOGLU E E, ZERUBIA J. SAR image filtering based on the heavy-tailed Rayleigh model [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(9): 2686-2693.
- [11] SOLBO S, ELTOFT T. Γ -WMAP: a statistical speckle filter operating in the wavelet domain [J]. International Journal of Remote Sensing, 2004, 25(5): 1019-1036.

(编辑 刘杨)