

利用互易定理的混响声场数值模拟

王珺, 宁玮, 张景绘

(西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安)

摘要: 运用有限元-边界元耦合的数值模拟方法,对航天器结构在发射飞行阶段的高强度噪声环境激励响应问题进行了研究. 首先介绍了传统的构建混响声场的数值模拟方法;其后利用声振耦合中的互易定理,将混响声场的激励问题转化为结构模型上力激励引起的场点声压响应问题,并采用随机分析原理,用谱分析方法推导了结构在混响声场激励下的响应计算公式;最后建立了航天器典型结构的声振耦合模型,并分别用传统方法和利用互易定理的方法进行了数值模拟. 结果表明:2种方法的仿真结果几乎完全吻合,而且相对于传统方法,利用互易定理的数值模拟方法可以显著减少求解的时间和存储计算文件的空间.

关键词: 混响声场;互易定理;随机分析;声振耦合分析;数值模拟

中图分类号: O324 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)03-0110-05

Numerical Simulation of Reverberant Acoustic Field Adopting Reciprocity Theorem

WANG Jun, NING Wei, ZHANG Jinghui

(School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Predicting noise-induced vibration from acoustic loads experienced in launch environment was investigated with the coupled finite element method and boundary element algorithm. The conventional numerical simulation of a reverberant field as a launch acoustic environment was introduced. Following the reciprocity theorem used in the coupled FE-BE model, the structural response due to reverberant acoustic excitation was substituted by the sound pressure caused by force excitation on the structure, then the output response power spectrum density of the coupled model subjected to reverberant environment was evaluated based on the stochastic analysis principle. To verify the accuracy and efficiency of the proposed method, it was used to simulate a force-excited structure. The simulation results were in good agreement with the solutions from the conventional methods.

Keywords: reverberant acoustic field; reciprocity theorem; stochastic analysis; sound-vibration coupling analysis; numerical simulation.

航天器结构在其任务周期内将受到冲击、振动和噪声等多种环境和载荷的作用,其中噪声环境的高强声场引起的机械振动可造成内部结构和设备的功能失效与机械损坏,严重时甚至造成发射失败,因此在发射之前一般要在混响室内进行声环境试验^[1]. 在产品研发阶段一般先要进行数值模拟,传统

方法都是以有限元-边界元耦合方法为基础,在边界元中施加混响声场激励来计算结构的响应^[2-3]. 这种方法虽然直观,但是计算效率偏低,当模型复杂时,甚至不能进行计算.

为解决这一问题,本文提出一种新的利用互易定理的数值模拟方法. 互易定理在单一的结构和声

学问题中都被广泛使用。对于声振耦合的情况, Lyamshev^[4]首先证明了其有效性,随后 Norris^[5]、Wyckaert^[6]等也相继对此进行了证明。Fahy^[7]总结了互易定理在声振耦合问题中的发展和应用,其中也提到了其在混响声场中的应用,但关心的主要是声透射问题,对于结构在混响声场中的响应却并未涉及。Langley^[8]提出了基于统计能量法的混响声场互易定理关系式,但主要适用于高频,且只能求出子结构响应的均值。本文则基于有限元-边界元法,在声振耦合模型互易定理的基础上,采用随机分析的原理,用谱分析的方法推导了结构在混响声场激励下的响应计算公式,适用于中低频段。对航天器的典型结构模型进行了数值模拟,并与传统的直接建立混响声场的数值模拟结果进行了对比。

1 理论基础

间接边界元流体模型与有限元结构模型的耦合系统方程如下^[3]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathrm{i}\omega \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} & \mathbf{L}^T \\ \rho_0 \omega^2 \mathbf{L} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_a \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{M}$ 分别为结构模型的刚度矩阵、阻尼矩阵和质量矩阵; $\mathbf{u}$ 为节点位移; $\mathbf{q}$ 为节点压力跳动量; $\mathbf{L}$ 为几何耦合矩阵,表示结构与声场之间的相互耦合作用; $\mathbf{A}$ 为间接边界元影响矩阵,为对称方阵; $\mathbf{F}_s$ 为结构模型的载荷向量; $\mathbf{F}_a$ 为流体模型的载荷向量。

1.1 建立混响声场的传统计算方法

文献[9-10]对混响声场进行了定义:①由封闭空间内沿各个传播方向的大量具有随机相位的平面波叠加而成,声能量流向各个方向的传播概率相同;②各个平面波是不相干的,声场在叠加时,它们的相位变化是无规则的;③封闭空间内平均声能密度均匀且处处相等。假定各个平面波的声压幅值相等,具有随机相位,且声源辐射面的法线方向均指向结构中心。

当只考虑混响声场激励,即只有流体模型的载荷向量作为一种不确定性的激励时,根据随机分析原理,主要采用谱分析的方法定性分析随机载荷对结构的动力响应情况,并假设随机激励过程为平稳随机过程。通过对式(1)的推导,最终可以得到结构的响应谱密度表达式为^[10]

$$S_{uu} \approx \mathbf{H}_{12} \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^H \mathbf{H}_{12}^H = \mathbf{H}_{K \times I} \mathbf{D}_{I \times I} \mathbf{H}_{K \times K}^H \quad (2)$$

式中:为了降低计算量,混响声场被近似分解为一组平面波伪工况,矩阵 $\mathbf{L}$ 的每列相当于一个平面波载

荷;矩阵 $\mathbf{H}_{12}$ 为耦合模型中声激励到结构位移响应的传递函数;矩阵 $\mathbf{D}$ 表示平面波载荷的相关性;上标 H 表示矩阵的共轭转置;下标 K 为结构的节点自由度;下标 I 为平面波声源数,随着计算频率的增加而增加。可以看出,随着 K 和 I 的增大,计算量也将越来越大,当计算量增大到一定程度时,甚至无法进行计算。

1.2 利用互易定理的计算方法

声振互易定理的一般表达式为^[7]

$$\frac{\hat{p}(r_i)}{\hat{F}(r_j)} = -\frac{\hat{a}(r_j)}{\hat{Q}(r_i)} \quad (3)$$

式中:如图1所示, $\hat{F}(r_j)$ 为施加在结构 j 点上的力; $\hat{p}(r_i)$ 为在力激励下声场场点 i 的声压响应; $\hat{Q}(r_i)$ 为在 i 点的点声源体积加速度 ($\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$); $\hat{a}(r_j)$ 为在

点声源激励下结构 j 点沿 $\hat{F}(r_j)$ 方向的加速度响应。从互易定理的关系式可以看出,对于声振耦合模型,声场中的任一点声源引起的结构响应,可以通过在该响应点施加一个力激励而引起的在点声源位置处的场点声压响应而求得,也就是将一个声致振动的问题转化为了振动致声的问题。

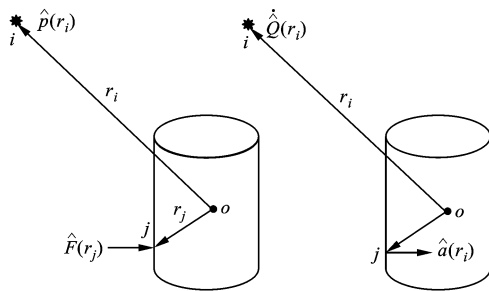


图1 耦合模型互易定理示意图

声场中任一点声源可表示为^[11]

$$\hat{Q}_i = Q \exp(\mathrm{j}\phi_i) \quad (4)$$

式中: $Q = 4\pi r_0^2 v_a$, 是点声源的体积速度幅值,通常也称为点源强度,其中 r_0 为点声源半径, v_a 为振速幅值; ϕ_i 是每个点声源的相位。当该点声源处于自由声场,且 $kr_0 \ll 1$ ($k = \frac{\omega}{c_0}$, 其中 ω 为圆频率, c_0 为声速) 时,其产生的球面波在距点声源为 r 的结构中心 o 处的声压表达式为^[11]

$$\hat{p}_i = \frac{\mathrm{j}\omega \rho_0}{4\pi r} \hat{Q}_i \exp(-\mathrm{j}\omega r/c_0) \quad (5)$$

式中: ρ_0 为空气密度。当 r 足够大时,球面波声压幅

值的变化已很缓慢,所以在距离变化不太大的范围内,声压幅值近似为常数,就这个意义讲,球面波的特性已近似于平面波.因此,在以结构为中心、 r (一般取为结构尺寸的20倍左右)为半径的虚拟球面上均匀地分布 N 个(大于等于最高计算频率所需的伪工况数)互不相关、点源强度相等、相位随机的点声源时,结构在这 N 个点声源激励下的响应近似于在混响声场中的响应.

所有虚拟球面上的 N 个点声源在结构中心 o 点引起的总声压,为各个球面波声压的叠加

$$\hat{p}_o = \sum_{i=1}^N \hat{p}_{oi} \quad (6)$$

根据随机分析的原理,平稳随机信号的功率谱密度计算式中要引入极限运算和期望值运算,但为简化叙述,推导过程中未写出^[12].因为 N 个点声源互不相关,所以 o 点处声压和的模平方期望值等于所有单个声压模平方期望值的和, o 点的声压谱密度可表示为

$$S_{\text{diffuse}} = |\hat{p}_o|^2 = \left| \sum_{i=1}^N \hat{p}_{oi} \right|^2 = \sum_{i=1}^N |\hat{p}_{oi}|^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\omega \rho_0}{4\pi r} Q \right)^2 = \frac{\omega^2 \rho_0^2 N}{(4\pi r)^2} Q^2 \quad (7)$$

同理,结构在声场随机激励下的加速度谱密度响应可表示为

$$S_{\text{aa}} = |\hat{a}|^2 = \left| \sum_{i=1}^N \hat{a}_i \right|^2 = \sum_{i=1}^N |\hat{a}_i|^2 = Q^2 \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{a}_i}{\hat{Q}_i} \right|^2 \quad (8)$$

式(8)建立起了结构的功率谱密度响应与每个点声源体积速度之间的联系.下面,将式(3)中的点声源体积加速度变形为点声源体积速度

$$\frac{\hat{p}(r_i)}{\hat{F}(r_j)} = -\frac{\hat{a}(r_j)}{\dot{Q}(r_i)} = -\frac{\hat{a}(r_j)}{j\omega \hat{Q}(r_i)} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)中,就把对各个点声源引起的结构加速度响应的计算转变为对结构上集中力引起的各个场点声压的计算

$$S_{\text{aa}} = Q^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{p}(r_i)}{\hat{F}(r_j)} \right|^2 \quad (10)$$

因为根据式(7)可以得到

$$Q^2 = \frac{(4\pi r)^2}{\omega^2 \rho_0^2 N} S_{\text{diffuse}} \quad (11)$$

最终即可得到结构加速度谱密度的响应为

$$S_{\text{aa}} = \frac{(4\pi r)^2}{\rho_0^2 N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{p}(r_i)}{\hat{F}(r_j)} \right|^2 S_{\text{diffuse}} \quad (12)$$

其中 $\left| \frac{\hat{p}(r_i)}{\hat{F}(r_j)} \right|$ 可以通过在所关心的结构节点处施加一个力,然后由虚拟球面上的场点声压确定出来.这样,混响声场激励下的结构响应问题就转变成了集中力激励下的球面场点声压问题,大大简化了计算.

2 数值仿真

圆柱壳是航天航空结构的基本部件之一,运载火箭的仪器舱和飞机舱段等都可以简化为圆柱壳进行力学分析计算.本文建立了典型圆柱壳结构来模拟飞行器的舱壁,在圆柱壳结构中间用横板和集中质量模拟飞行器中的仪器和设备,圆柱壳半径为0.2 m,高度为0.6 m,上下密封,中部为一宽为0.15 m的薄板,壁厚均为0.005 m,板中部放一仪器,质量为5 kg.

2.1 建立数值模型

利用MSC. Patran 2005建立典型结构的有限元模型,用四节点壳单元离散,共划分2 520个QUAD4单元、2 536个节点.仪器作为集中质量单元,以多点约束(MPC)中的RBE3单元与中部水平板相应位置铰接,对典型结构底部一圈8个螺栓孔处的节点做固支处理.材料为铝,密度为2 700 kg/m³,弹性模量为71 GPa,泊松比为0.3.典型结构的有限元模型如图2所示.

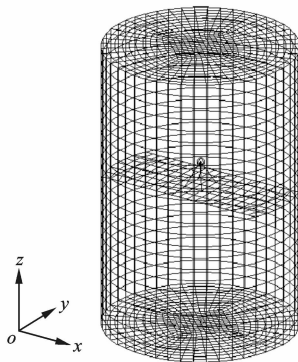


图2 典型结构的有限元模型

虽然有限元模型与间接边界元模型都表示的是同一个实体模型,但表达的却是完全不同的物理意义,因此要根据分析的需要和要满足的计算精度分别建立,一般来说边界元模型的网格可以较有限元模型的网格略为稀疏.本文的间接边界元模型采用与有限元模型相同的网格划分,只是去掉了集中质量单元.基于单元尺寸和波长的关系,此模型可以计算的最高频率为2 144 Hz(空气密度为1.225 kg/m³,声速为340 m/s).

2.2 数值模拟和分析

利用商业软件 Sysnoise Rev 5.6 建立有限元结构模型与间接边界元流体模型的耦合模型,分别用前面介绍的 2 种方法来计算其在混响声场激励下的响应. 本文主要是为了验证新的计算方法的有效性和计算效率,因此只计算混响声场声压谱密度为 $1\text{ Pa}^2/\text{Hz}$ 时,结构上集中质量点沿 z 向的加速度谱密度响应.

在传统的计算方法中,混响声场近似分解为一组平面波伪工况,为了达到给定的容差要求,所需的伪工况数随着频率的增加而增加,在 $2\,000\text{ Hz}$ 时达到最大,为 236 个,其关系如图 3 所示.

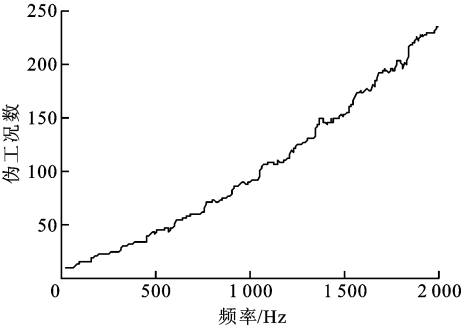


图 3 所需伪工况数随频率的变化

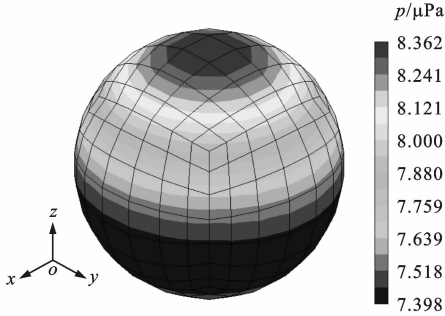
在计算过程中,同时对结构上所有节点的响应谱密度都进行了计算,当节点数或计算频率增大到一定程度时,计算所需的内存就会溢出,将无法继续进行计算. 采用互易定理的计算方法时,与传统方法一样,也是首先建立结构与流场的有限元-边界元耦合模型,区别主要在于没有在边界元上施加混响声场,而是根据之前对该方法的推导和介绍,在有限元结构模型的集中质量点沿 z 轴在频域施加幅值为 1 kN 的力,计算耦合模型在 $20\sim2\,000\text{ Hz}$ 频带范围、步长为 5 Hz 时各频率点的响应. 以结构中心为圆心,取 $r=20\text{ m}$ 建立虚拟球面,上面均匀分布 296 (大于 236) 个场点,提取这些场点对应计算频率点的声压幅值响应. 图 4 为不同频率时虚拟球面上的场点声压幅值分布图.

结构经受的混响声场是由在图 4 所示球面场点位置的 296 个互不相关、点声源强度相等、相位随机的点声源构成的. 将以上所有场点的声压结果代入式(12),即可求出该点在混响声场激励下沿 z 轴的加速度谱密度响应,如图 5 所示.

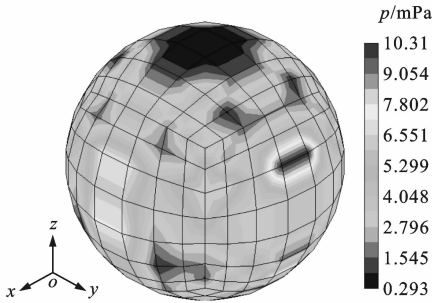
通过图 5 的对比可以看出,2 种方法的仿真结果几乎完全吻合,在计算频带范围内激起的模态数也都是一样的,只是在个别共振频率点处,采用互易定理计算的结果比建立混响声场的计算结果略小,

这可能是由于在采用互易定理时,用了点声源而没有用平面波模拟混响声场造成的.

在计算效率上,本文使用的计算机为 Intel 酷睿 2 双核 2.33 GHz CPU, 4 GB 内存. 对于默认的算法,计算时由于内存溢出,需要分 7 个频带来分别依次计算,总计算时间约为 6 h ,计算产生的数据文件约占 24 GB 硬盘空间,而对于利用互易定理的计算方法,计算时间仅约为 90 min ,产生的数据文件约为 300 MB . 由此可以看出,无论从计算时间还是数据文件占用的空间来看,采用互易定理的计算方法的效率都得到了显著提升,而且这种提升并没有以牺牲计算精度为代价.



(a)20 Hz



(b)2 000 Hz

图 4 $r=20\text{ m}$ 虚拟球面场点上的声压幅值

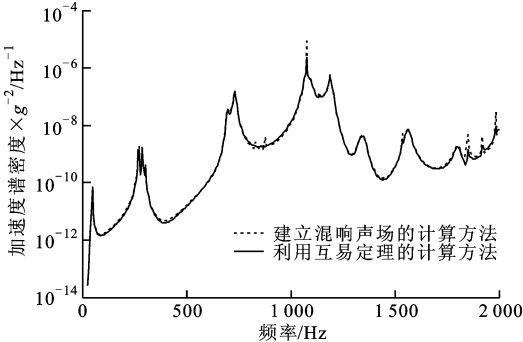


图 5 2 种计算方法的加速度谱密度响应结果对比

3 结 论

本文采用的是基于有限元-边界元法的数值模拟,适用于中低频范围。在传统的构建混响声场数值模拟的基础上,提出了一种新的利用互易定理的数值模拟方法,通过对航天器典型结构的数值模拟,取得了理想的仿真结果,证明了该方法的有效性。由于传统的构建混响声场的方法同时对所有节点的响应都进行了计算,因此计算效率偏低,受制于软件内存,当模型过于复杂时便无法进行计算,所以仅适用于那些结构简单而所关心的节点又比较多的情况。利用互易定理的方法由于将混响声场的激励问题转化成了结构模型上力激励引起的场点声压响应问题,使数值计算量大大减小,因此当结构复杂且只关心少数几个关键节点的响应时,利用互易定理的数值模拟方法可显著提高计算的效率。

参考文献:

- [1] 耿丽艳, 李新明, 张俊刚. 大型混响室高频特性试验研究[J]. 航天器环境工程, 2007, 24(5): 322-325.
GENG Liyan, LI Xinming, ZHANG Jungang. Research on the high frequency performance of a large reverberation chamber [J]. Spacecraft Environment Engineering, 2007, 24(5): 322-325.
- [2] VLAHOPOULOS N, VALLANCE C, STARK R D. Numerical approach for computing noise-induced vibration from launch environments [J]. Spacecraft and Rockets, 1998, 35(3): 355-360.
- [3] VLAHOPOULOS N, RAVEENDRA S T, VALLANCE C, et al. Numerical implementation and applications of a coupling algorithm for structural-acoustic models with unequal discretization and partially interfacing surfaces [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1999, 32 (4): 257-277.
- [4] LYAMSHEV L M. A question in connection with the principle of reciprocity in acoustics [J]. Soviet Physics Doklady, 1959, 4: 405-409.
- [5] NORRIS A N, REBINSKY D A. Acoustic reciprocity for fluid-structure problems [J]. Acoustical Society of America, 1993, 94(3): 1714-1715.

- [6] WYCKAERT K, AUGUSZTINOVICZ F, SAS P. Vibro-acoustical modal analysis: reciprocity, model symmetry, and model validity [J]. Acoustical Society of America, 1996, 100(5): 3172-3181.
- [7] FAHY F J. Some applications of the reciprocity principle in experimental vibroacoustics [J]. Acoustical Physics, 2003, 49(2): 217-229.
- [8] LANGLEY R S. On the diffuse field reciprocity relationship and vibrational energy variance in a random subsystem at high frequencies [J]. Acoustical Society of America, 2007, 121(2): 913-921.
- [9] NORTON M P, KARCZUB D G. Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers [M]. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003: 283-287.
- [10] LMS International NV. LMS SYSNOISE rev 5.6: computational vibro-acoustics, user's manual [M]. Interleuvenlaan 68, Leuven, Belgium: LMS International NV, 2002.
- [11] CREMER L, HECKL M, PETERSSON B A T. Structure-borne sound, structural vibrations and sound radiation at audio frequencies [M]. 3rd ed. New York, USA: Springer-Verlag, 2005: 455-458.
- [12] BENDAT J S, PIERSOL A G. Random data, analysis and measurement procedures [M]. 3rd ed. New York, USA: Wiley, 2000: 138-140.

[本刊相关文献链接]

飞行器仪器舱混响室声环境实验研究和数值模拟. 西安交通大学学报, 2009, 43(6): 99-102, 128.
用切比雪夫谱元方法求解均匀流场中的声传播问题. 西安交通大学学报, 2009, 43(7): 120-124.
离心风机蜗壳振动声辐射的定量预测. 西安交通大学学报, 2009, 43(9): 71-74.
多孔泡沫材料的声吸收特性. 西安交通大学学报, 2007, 41(9): 1003-1011.
空调变频压缩机声品质评价方法研究. 西安交通大学学报, 2008, 42(1): 13-16.

(编辑 葛赵青)