

一种适合漫反射表面从明暗恢复形状的快速算法

王国晖, 韩九强, 张新曼

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对使用朗伯反射模型描述漫反射表面的形状恢复算法存在较大误差的问题,提出了一种基于 Oren-Nayar 反射模型的从明暗恢复形状的快速算法(FSFS-ON). 首先假定摄像机采用正交投影,其方向与光源方向一致,建立适合漫反射表面的图像辐照度方程,然后将该方程转化为包含物体深度信息的 Eikonal 偏微分方程,使用单调迎风 Godunov Hamiltonian 函数和 fast marching 方法逼近该微分方程的黏性解,进而得到物体表面的三维形状. 合成花瓶图像的实验结果表明:与同类算法相比,FSFS-ON 算法所需的 CPU 运行时间有较大幅度的减少;与基于朗伯反射模型的算法相比,FSFS-ON 算法恢复三维形状高度的均方根误差降低了 35.04%.

关键词: 从明暗恢复形状;漫反射表面;黏性解

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)10-0007-04

A Fast Shape from Shading Method for Diffuse Surfaces

WANG Guohui, HAN Jiuqiang, ZHANG Xinman

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Focusing on the high error of shape from shading (SFS) for diffuse surfaces, a fast SFS method based on Oren-Nayar reflection model (FSFS-ON) is proposed. The image irradiance equation for diffuse surfaces is established under assumptions that the camera performs orthographic projection and its direction is the same as the direction of the light source. The equation is then transformed into the Eikonal partial differential equation(PDE) that includes the shape information of the surface. The viscosity solution of the resulting PDE is approximated by using the monotone upwind Godunov Hamiltonian and the fast marching method so that the heights of three-dimensional surface are obtained. Experimental results and comparisons on synthetic vase image show that the CPU time of the FSFS-ON algorithm is greatly reduced, compared with the existing methods of the same kind, and that the root mean square errors of the heights of the FSFS-ON algorithm are decreased by 35.04%, compared with the method based on Lambertian reflection model

Keywords: shape from shading; diffuse surface; viscosity solution

由单幅图像的明暗变化来恢复物体形状(Shape from Shading, SFS)是计算机视觉中三维物体形状重构的关键技术之一,已广泛应用于工业生产线自动化测量、医学图像重构、SAR 图像地形地貌测量以及月球或星球表面的三维形状恢复等. SFS 算法在 20 世纪 70 年代由 Horn 等人^[1]提出并发展,在

此基础上,又出现了很多新的算法^[2-6],如最小化方法、局部方法、线性化方法和演化方法等.然而,传统的 SFS 算法存在两方面的问题:一是使用的成像模型过于简单,如表面反射模型常常使用朗伯模型,在描述漫反射表面时存在较大误差;二是使用的数值算法常常采用迭代的形式,不能保证 SFS 问题存在

收敛解^[2-3].

为了解决漫反射表面的三维形状恢复问题,本文提出了一种基于 Oren-Nayar 反射模型的从明暗恢复形状的快速算法(FSFS-ON),克服了上述两方面的不足. FSFS-ON 算法有以下几个特点:① 采用 Oren-Nayar 反射模型^[7-9]来代替朗伯反射模型,这更接近于实际的漫反射表面特性,减少了由于模型误差导致的高度重构误差;② 将图像辐照度方程转化为相应的 Eikonal 偏微分方程,使用单调迎风 Godunov Hamiltonian 函数和 fast marching 方法^[10-11]逼近偏微分方程的黏性解,由于 fast marching 方法不需要迭代,从而较大幅度地加快了求解速度.

1 Oren-Nayar 反射模型下的图像辐照度方程

设成像平面为 xy 平面,摄像机的光轴与 z 轴重合,在正交投影条件下,SFS 问题就是求解图像辐照度方程^[4]

$$I(x, y) = R(p(x, y), q(x, y)) \quad (1)$$

式中: $I(x, y)$ 为图像的灰度值; $R(p(x, y), q(x, y))$ 是由反射模型确定的反射图. 物体表面函数 $z = z(x, y)$ 的表面法向量为

$$\mathbf{n} = [p, q, -1]^T \quad (2)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} p &= p(x, y) = \frac{\partial z(x, y)}{\partial x} \\ q &= q(x, y) = \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

已知点光源的方向向量为 $\mathbf{L} = [p_s, q_s, -1]^T$, 摄像机的方向向量为 $\mathbf{V} = [p_c, q_c, -1]^T$, 其中 p_s, p_c 和 q_s, q_c 分别为光源、摄像机方向向量在 x 和 y 轴的分量. 物体表面上一点的局部坐标系 $(x'y'z')$ 如图 1 所示, 图中 θ_i, φ_i 和 θ_r, φ_r 分别为光源和摄像机方向向量的天顶角、方位角.

对于理想的漫反射表面,物体表面的辐射亮度 L_r 遵循朗伯余弦定律,即

$$L_r = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i \quad (4)$$

式中: ρ 为漫反射率; E_0 为入射光的强度. 方程(4)表明辐射亮度仅仅与入射角有关,而对于实际的漫反射表面,使用朗伯模型来计算物体表面的辐射亮度被证实是不精确的^[7-9]. 为此, Oren 和 Nayar^[7]提出了一种较为精确的反射模型,他们将物体的表面视

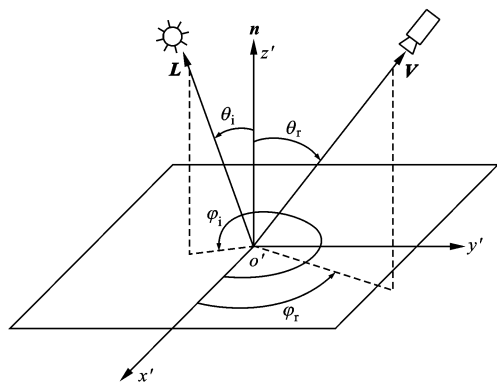


图1 物体表面一点的局部坐标系

为由许多 V 型槽构成,且 V 型槽中 2 个微平面的斜率相同但方向相对,表面的粗糙度定义为微平面方向的概率分布函数. 利用 Gauss 概率分布函数,通过图 1 所示的几何关系, Oren 和 Nayar 得到了计算辐射亮度 L_r 的方法

$$L_r(\theta_i, \varphi_i; \theta_r, \varphi_r) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i (A + B \max[0, \cos(\varphi_r - \varphi_i)] \sin \alpha \tan \beta) \quad (5)$$

式中: $A = 1 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33}$; $B = 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$, σ 为 Gauss 概率分布函数的标准差,代表了表面的粗糙程度; $\alpha = \max[\theta_i, \theta_r]$; $\beta = \min[\theta_i, \theta_r]$.

假定光源与摄像机共线(本文仅考虑此情况),有 $\theta_i = \theta_r = \alpha = \beta$, $\varphi_r = \varphi_i$, 方程(5)简化为

$$L_r = \frac{\rho}{\pi} E_0 (A \cos \theta_i + B \sin^2 \theta_i) \quad (6)$$

设光源与摄像机的方向向量为 $[0, 0, -1]^T$, 由于 θ_i 为 $\mathbf{n}$ 与 $\mathbf{L}$ 之间的夹角,故有

$$\cos \theta_i = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{L}}{\|\mathbf{n}\| \cdot \|\mathbf{L}\|} = \frac{1}{(1 + p^2 + q^2)^{1/2}} = \frac{1}{(1 + \|\nabla z\|^2)^{1/2}} \quad (7)$$

$$\sin^2 \theta_i = 1 - \cos^2 \theta_i = \frac{\|\nabla z\|^2}{1 + \|\nabla z\|^2}$$

将式(7)代入方程(6),得到由 Oren-Nayar 反射模型确定的反射图

$$R(p, q) = \frac{A}{(1 + \|\nabla z\|^2)^{1/2}} + \frac{B \|\nabla z\|^2}{1 + \|\nabla z\|^2} \quad (8)$$

于是,得到了 Oren-Nayar 反射模型下的图像辐照度方程

$$I(x, y) = \frac{A}{(1 + \|\nabla z\|^2)^{1/2}} + \frac{B \|\nabla z\|^2}{1 + \|\nabla z\|^2} \quad (9)$$

2 图像辐照度方程求解

考虑图像大小为 $(0, m) \times (0, n)$ 的均匀离散网格点 $(x_i, y_j) = (ih, jh) (i=0, 1, \dots, m; j=0, 1, \dots, n; (h, h)$ 定义了数值算法中离散网格的大小), 我们的目标就是求解未知函数 $z(x, y)$ 的离散近似解 $z_{i,j} = z(x_i, y_j)$.

fast marching 方法^[11] 是一种时间复杂度为 $O(N \lg N)$ 的数值方法, 用于快速求解一类特殊形式的一阶偏微分方程——Eikonal 方程(式(10))的黏性解.

$$\|\nabla z(x, y)\| = F(x, y) \quad (10)$$

Rouy 和 Tourin^[10] 证明了通过迭代的方式, 利用单调迎风 Godunov Hamiltonian 函数(式(11))逼近 $\|\nabla z\|$ 可以收敛到方程(10)的黏性解.

$$\hat{H}(p^-, p^+; q^-, q^+) = (\max[\{p^-\}^+, \{p^+\}^-]^2 + \max[\{q^-\}^+, \{q^+\}^-]^2)^{1/2} \quad (11)$$

式中: $\{x\}^+ = \max[x, 0]$; $\{x\}^- = -\min[x, 0]$; p^- 、 p^+ 和 q^- 、 q^+ 分别代表 p 和 q 的后向、前向差分, 即

$$\left. \begin{aligned} p_{i,j}^- &= (z_{i,j} - z_{i-1,j})/h; & p_{i,j}^+ &= (z_{i+1,j} - z_{i,j})/h \\ q_{i,j}^- &= (z_{i,j} - z_{i,j-1})/h; & q_{i,j}^+ &= (z_{i,j+1} - z_{i,j})/h \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式(11)、式(12)代入式(10), 得到

$$\begin{aligned} & \max\left[\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{h}, -\frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{h}, 0\right]^2 + \\ & \max\left[\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{h}, -\frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{h}, 0\right]^2 = F_{i,j}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

令 $z_1 = \min[z_{i-1,j}, z_{i+1,j}]$, $z_2 = \min[z_{i,j-1}, z_{i,j+1}]$, 求解方程(13), 且满足单调迎风条件, 得到近似解 $z_{i,j}$, 即物体表面的三维形状

$$z_{i,j} = \begin{cases} \frac{z_1 + z_2 + (2h^2 F_{i,j}^2 - (z_1 - z_2)^2)^{1/2}}{2} & |z_1 - z_2| < hF_{i,j} \\ \min[z_1, z_2] + hF_{i,j} & |z_1 - z_2| \geq hF_{i,j} \end{cases} \quad (14)$$

3 FSFS-ON 算法具体实现

为了利用 fast marching 方法求解图像辐照度方程(9), 需要将该方程进行适当变形以得到标准的 Eikonal 方程.

方程(9)可以看作是关于 $(1 + \|\nabla z\|^2)^{1/2}$ 的一元二次方程, 进行变量代换 $f = (1 + \|\nabla z\|^2)^{1/2}$,

则方程(9)可以改写为

$$(I(x, y) - B)f^2 - Af + B = 0 \quad (15)$$

求解方程(15), 且满足 $f \geq 1$, 得

$$f = \frac{A + (A^2 - 4(I(x, y) - B)B)^{1/2}}{2(I(x, y) - B)} \quad (16)$$

于是, FSFS 问题(式(9))可以转化为如下的静态 Hamilton-Jacobi 偏微分方程

$$\left. \begin{aligned} \|\nabla z(x, y)\| &= (f^2 - 1)^{1/2} & \forall x \in \Omega \\ z(x, y) &= \phi(x, y) & \forall x \in \partial\Omega \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: Ω 是定义在实数集 $\mathbf{R}^2$ 上的一个开集, 代表图像的大小; $\phi(x, y)$ 是定义在 $\partial\Omega$ 上的实值连续函数, 代表已知初始曲线或奇异点的真实高度值.

FSFS-ON 算法过程如下.

(1) 设置每个像素点标志: 设置初始曲线或奇异点的标志为 K , 代表高度值已知; 将标志为 K 的像素点的 4 个邻域的标志设为 T , 代表高度值将要得到更新; 剩余像素点的标志设置为 F , 代表高度值未知.

(2) 初始化: 将所有 K 点的高度值设为真实值, 这些值作为 marching 过程的初始点, 并且在整个过程中保持不变; T 点的高度值由公式 $\phi(ih, jh) + h(f^2 - 1)^{1/2}$ 确定; 所有 F 点的高度值设为无穷大. T 和 F 点的高度值在 marching 过程中将得到更新.

(3) marching 过程: ①令 $P = (i_{\min}h, j_{\min}h)$ 为 T 中高度值为最小的点; ②将 P 点从 T 中移出并添加到 K 中; ③考虑 $(i_{\min}h, j_{\min}h)$ 点的 4 个邻域 $(i_{\min-1}h, j_{\min}h)$ 、 $(i_{\min+1}h, j_{\min}h)$ 、 $(i_{\min}h, j_{\min-1}h)$ 、 $(i_{\min}h, j_{\min+1}h)$ 中不为 K 的点, 若 $(i_{\min}h, j_{\min}h)$ 的邻域标志为 F , 则将其从 F 中移出并添加到 T 中, 且用式(14)更新其值, 若 $(i_{\min}h, j_{\min}h)$ 的邻域标志为 T , 则直接用式(14)更新其值; ④当所有的像素点标志均为 K 时, 结束 marching, 否则返回①.

4 实验结果

本文实验的运行环境如下: CPU 为 AMD Athlon64 X2 5000+, 频率为 2.6 GHz, RAM 为 2 GB, 操作系统为 Windows XP. 算法使用 Matlab 7.7 结合 C 语言 mex 函数实现. 使用花瓶函数(式(18))生成灰度图像, 图像的分辨率为 100×100 像素(将图像区域 (x, y) 扩展到 $[-49, 50] \times [-49, 50]$).

$$z(x, y) = (f^2(x) - y^2)^{1/2} \quad (18)$$

式中: $f(x) = 0.15 - 0.025(2x+1)(3x+2)^2(2x-1)^2(6x-1)$; $(x, y) \in [-0.5, 0.5] \times [-0.5, 0.5]$.

本文算法对合成花瓶图像的三维形状恢复结果

如图 2 所示。

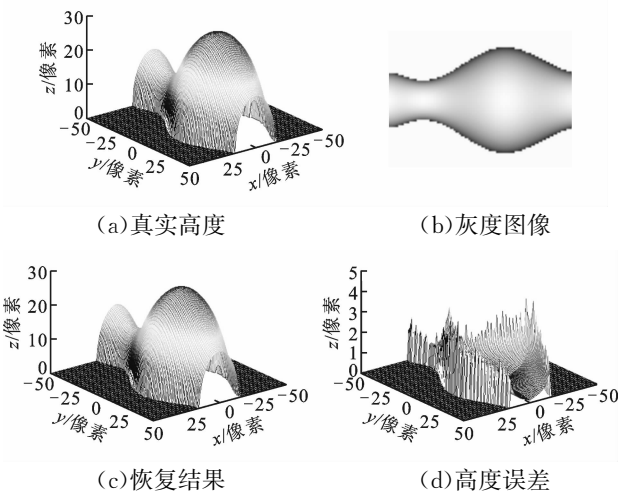


图 2 本文算法对合成花瓶图像的三维形状恢复结果

为了验证本文算法对漫反射表面形状恢复的快速有效性,分别用文献[5]中基于 Oren-Nayar 模型和 Lax-Friedrichs sweeping 方法及文献[6]中基于朗伯模型和 fast marching 方法对合成花瓶图像进行了三维形状恢复,结果如图 3 所示。

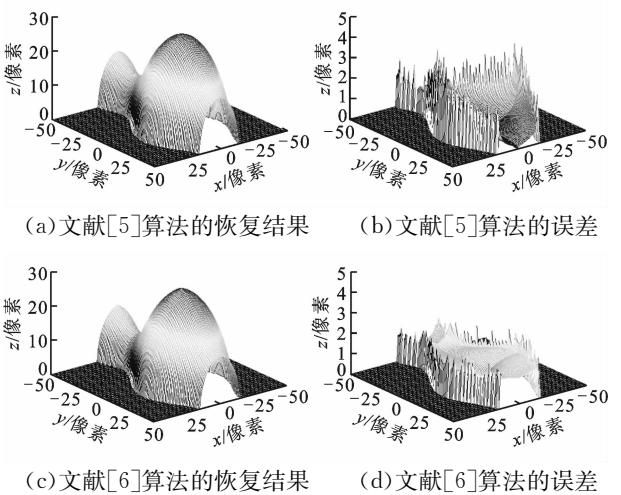


图 3 文献算法对合成花瓶图像的三维形状恢复结果

由图 2 和图 3 可以看出,本文算法和文献[5]算法的恢复结果较文献[6]算法更接近花瓶的真实高度,也就是说,基于 Oren-Nayar 反射模型的算法可以更好地恢复漫反射表面的三维形状。

表 1 是本文算法与文献[5-6]算法误差、速度的比较。由表 1 可以看出,在相同的误差条件下(文献[5]算法迭代 53 次),本文算法较文献[5]算法所需的 CPU 运行时间有较大幅度的减少。同时,由于本文算法和文献[6]算法均基于 fast marching 方法,所以 CPU 运行时间基本相同,但本文算法恢复的

三维形状高度的平均误差和均方根误差均有较大幅度的减少,比文献[6]算法分别降低了 49.32% 和 35.04%。综上,可以看出本文算法对漫反射表面形状恢复的快速有效性。

表 1 本文算法与文献[5-6]算法的误差、速度比较

算法	高度平均 误差/像素	均方根 误差/像素	CPU 运行 时间/s
文献[5]算法	0.237 1	0.496 2	0.52
文献[6]算法	0.444 4	0.734 4	0.01
本文算法	0.225 2	0.477 1	0.01

5 结 论

本文针对使用朗伯反射模型描述漫反射表面的形状恢复算法存在较大误差的问题,提出了一种基于 Oren-Nayar 反射模型的从明暗恢复形状的快速算法。将基于 Oren-Nayar 反射模型下的图像辐照度方程,转化为包含物体表面深度信息的 Eikonal 偏微分方程,使用单调迎风 Godunov Hamiltonian 函数和 fast marching 方法逼近该微分方程的黏性解,进而得到物体表面的三维形状。实验结果表明,与同类算法相比,本文算法在重构误差、运算速度等性能上均有所提高。如何快速求解光源与摄像机不共线时建立的图像辐照度方程,将是我们下一步研究的重点。

参考文献:

[1] HORN B K P. Height and gradient from shading [J]. International Journal of Computer Vision, 1990, 5 (1): 37-75.

[2] ZHANG Ruo, TSAI P S, CRYER J E, et al. Shape from shading: a survey [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21 (8): 690-706.

[3] DUROU J D, FALCONE M, SAGONA M. Numerical methods for shape-from-shading: a new survey with benchmarks [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2008, 109 (1): 22-43.

[4] 杨磊,韩九强.一种含有镜面反射由明暗恢复形状的新算法 [J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(4): 435-438.

YANG Lei, HAN Jiuqiang. New algorithm of shape-from-shading with specular reflectance [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41 (4): 435-438.

[5] AHMED A H, FARAG A A. Shape from shading

- under various imaging conditions [C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2007.
- [6] KIMMEL R, SETHIAN J A. Optimal algorithm for shape from shading and path planning [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2001, 14 (3): 237-244.
- [7] OREN M, NAYAR S K. Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision [J]. International Journal of Computer Vision, 1995, 14 (3): 227-251.
- [8] WOLFF L B, NAYAR S K, OREN M. Improved diffuse reflection models for computer vision [J]. International Journal of Computer Vision, 1998, 30 (1): 55-71.
- [9] RAGHEB H, HANCOCK E R. Surface normals and height from non-Lambertian image data [C]//Proceedings of the 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2004: 18-25.
- [10] ROUY E, TOURIN A. A viscosity solutions approach to shape-from-shading [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29 (3): 867-884.
- [11] SETHIAN J A. Fast marching methods [J]. SIAM Review, 1999, 41 (2): 199-235.

(编辑 刘杨)