

滚动轴承故障诊断的多小波谱峭度方法

王晓冬, 何正嘉, 訾艳阳

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 采用提升多小波的方法, 以峭度为优化目标, 遗传算法为优化算法, 针对信号特征进行多小波的自适应构造. 以构造的多小波作为谱峭度的滤波器, 针对多小波特点改进了峭度图, 提出了多小波谱峭度方法. 该方法建立在传统谱峭度方法的基础上, 不仅克服了原方法中滤波器变化有限的劣势, 而且提高了谱分析的分辨率. 将该方法应用于滚动轴承的故障诊断中, 以试验台与电力机车的滚动轴承故障诊断为例进行验证, 结果表明, 该方法不仅提高了频带选择的准确性与滤出信号的信噪比, 而且获得了更好的诊断效果.

关键词: 多小波; 自适应构造; 谱峭度; 滚动轴承; 故障诊断

中图分类号: TH17 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)03-0077-05

Spectral Kurtosis of Multiwavelet for Fault Diagnosis of Rolling Bearing

WANG Xiaodong, HE Zhengjia, ZI Yanyang

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new multiwavelet is constructed according to the signal feature, which utilizes multiwavelet lifting, taking kurtosis as the optimal object and genetic algorithm as the optimal strategy. The new multiwavelet is substituted for the filter in spectral kurtosis (SK) and the kurtogram is improved accordingly. The multiwavelet spectral kurtosis is proposed based on the conventional SK, which makes up the SK in filter limitation and improves the resolution of spectral analysis. The examples for rolling bearing in test rig and locomotive result indicate the improved accuracy of frequency-band-selection and the signal-to-noise-ratio of signal filtered.

Keywords: multiwavelet; adaptive construction; spectral kurtosis; rolling bearing; fault diagnosis

谱峭度方法的本质是通过在每一条谱线上检测信号的非平稳性, 来发现信号特征所在的频率. Antoni^[1]将谱峭度方法规范化, 并且提出了谱峭度的快速算法——峭度图^[2], 将该方法应用于故障诊断中, 取得了较好的效果. 在该方法中, 对信号分解及滤波采用的主要有短时傅里叶变换(STFT)与有限冲击响应(FIR)滤波器, 它们的变化都非常有限, 因此影响了信号分解的效果. 大量的工程实践表明, 不同类型的机械故障会在动态信号中反映出不同的特征波形^[3], 只有与故障特征实现最佳匹配的滤波器才能达到最好的提取效果.

近年来兴起的多小波变换是小波理论的新发

展, 它是指由2个或2个以上的函数作为尺度函数生成的小波^[4]. 多小波具有多个时频特征有所差异的基函数, 可以对分解结果进行更加精细的表达, 当引入提升框架后, 用于修正小波的函数更多, 构造的多小波更灵活, 从而可以更好地实现与故障特征的匹配^[5]. 本文将提升方法引入多小波理论中, 提出了多小波的对称提升方法, 依据信号特征进行多小波的自适应构造, 结合谱峭度理论, 提出多小波谱峭度方法, 并以滚动轴承的故障诊断为应用对象, 分别分析了轴承试验台与电力机车的实际案例, 验证了方法的有效性.

1 基本理论

1.1 谱峭度

峭度是一个归一化的时域统计量,对于信号中的瞬时特征非常敏感,因此被广泛应用于机械设备的故障诊断中^[6].定义信号

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft} H(t, f) dX(f) \quad (1)$$

式中: $H(t, f)$ 是频率 f 处的复包络; X 为严格白噪声. 可以利用谱的阶矩来定义谱峭度

$$K_Y(f) = \frac{S_{4Y}(f)}{S_{2Y}^2(f)} - 2, f \neq 0 \quad (2)$$

$$S_{2nY}(f) = E\{|H(t, f) dX(f)|^{2n}\} / df = E\{|H(t, f)|^{2n}\} S_{2nX} \quad (3)$$

式中: S_{2nY} 表示 $Y(t)$ 的 2 阶矩. 对于 $Y(t)$ 的计算是通过 STFT 实现的, 即

$$F_Y(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) \omega^*(t - \tau) e^{-j2\pi ft} dt = \langle Y(t), \omega(t - \tau) e^{j2\pi ft} \rangle \quad (4)$$

式中: $\omega(t)$ 为窗函数. STFT 可以看作是信号与滤波器的内积, 而滤波器是窗函数包络的余弦. Antoni 将谱峭度表示在 $(f, \Delta f)$ 平面上, 采用 FIR 滤波器对信号进行分析与处理. 令 $h(n)$ 为一个具有截止频率 f_c 的原型滤波器, 可获得 2 个准解析的低通和高通滤波器, 即

$$h_0(n) = h(n) e^{j\pi n/4} \quad (5)$$

$$h_1(n) = h(n) e^{j3\pi n/4} \quad (6)$$

它们的归一化频带分别为 $[0, 1/4]$ 和 $[1/4, 1/2]$. 利用式(5)、式(6)中的滤波器仿照小波包分解的树形结构对信号进行分解, 获得分解系数 $c_k^i(n)$ ($i=0, \dots, 2^k-1; k=0, \dots, K-1$). 采用 FIR 滤波器时, 只有带宽与截止频率处的衰减速度可以调整, 对于不同的信号, 分析效果也往往不会有太大变化, 即限制了它与不同信号的最佳匹配.

1.2 多小波及提升方法

多小波是通过对小波基的向量化扩展得到的, 可以表示为 $\Psi = (\psi_1, \dots, \psi_r)^T$. 多尺度函数^[7]表示为 $\Phi = (\varphi_1, \dots, \varphi_r)^T$, 本文中取 $r=2$. 由于多小波的滤波器表示为矩阵形式, 因此与单小波不同, 多小波为多输入多输出系统, 多小波的分解结果在不进行后处理的条件下是单小波的 2 倍, 从而可以对信号更加精细、全面地表达.

尽管随着小波理论的发展, 很多新的小波被构造出来, 但它们往往独立于被分析的信号^[8]之外, 因

此 Sweldens^[9]提出了单小波提升框架, 通过时域的变换, 利用已有基函数来灵活构造新的小波. 对于初始多小波滤波器 $H, G, \tilde{H}$ 和 $\tilde{G}$, 其提升框架为

$$H_n(z) = H(z), z = e^{j\omega}$$

$$G_n(z) = T(z^2)(G(z) + S(z^2)H(z))$$

$$\tilde{H}_n(z) = \tilde{H}(z) - S^*(z^2)\tilde{G}(z)$$

$$\tilde{G}_n(z) = (T^*(z^2))^{-1}\tilde{G}(z) \quad (7)$$

式中: $H_n, G_n, \tilde{H}_n, \tilde{G}_n$ 为新的多小波滤波器; $S(z)$ 和 $T(z)$ 为有限阶, 并且 $T(z)$ 的行列式为单项式. 因此, 构造具有特定消失矩小波的过程, 首先选择一个初始小波 $\omega_0(x)$ ($\omega_0(x) = \Psi_1$ 或 Ψ_2), 以及 k 个平移的尺度函数和小波函数 $\omega_1(x), \dots, \omega_k(x)$, 其次利用提升系数方程进行构造, 得到

$$\omega_0^n = \omega_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \omega_i(x) \quad (8)$$

式中: c_i 为用于小波提升的系数. 在单小波的提升框架中, ω_i 只能是尺度函数, 而在多小波的提升框架中, ω_i 的选择更多, 对于 $\Psi_1, \omega_i \in \{\Psi_2, \Phi_1, \Phi_2\}$, 对于 $\Psi_2, \omega_i \in \{\Phi_1, \Phi_2\}$. 与单小波相比, 多小波提升框架的最大优势是用于修正初始小波的函数较多, 因此构造出的新小波也就更灵活、更多样.

假设一个多小波由 p 阶消失矩提升至 p' 阶, 对式(8)两边积分获得的提升系数线性方程组如下(其中方程组的解 $[c_1, c_2, \dots, c_k]^T$ 即为提升框架的系数)

$$\begin{bmatrix} \int \omega_1 x^p dx & \int \omega_2 x^p dx & \cdots & \int \omega_k x^p dx \\ \int \omega_1 x^{p+1} dx & \int \omega_2 x^{p+1} dx & \cdots & \int \omega_k x^{p+1} dx \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \int \omega_1 x^{p'-1} dx & \int \omega_2 x^{p'-1} dx & \cdots & \int \omega_k x^{p'-1} dx \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int \omega_0 x^p dx \\ -\int \omega_0 x^{p+1} dx \\ \vdots \\ -\int \omega_0 x^{p'-1} dx \end{bmatrix} \quad (9)$$

2 多小波谱峭度法

2.1 多小波自适应构造

为实现对称提升, 提出“对称选择”的方法来选择用于提升的 k 个平移函数^[5]. 假设 ω_i ($i=0, 1, \dots, N$) 是关于点 a_{ω_i} 对称或反对称的, 以 Ψ_1 为例, 所选择的平移量 $k_{\omega_i, 1}$ 和 $k_{\omega_i, 2}$ 须满足

$$a_{\Psi_1} - (a_{\omega_i} + k_{\omega_i,1}) = (a_{\omega_i} + k_{\omega_i,2}) - a_{\Psi_1} \quad (10)$$

$$i = 1, 2; k \in \mathbf{Z}$$

初始多尺度函数和多小波函数的对称性可以表示为 $B_{\omega_i} = \pm 1$ (1 表示正对称, -1 表示反对称). 将平移量与对称性条件代入式(9), 得到

$$\begin{bmatrix} \int \omega_1(x+k_{\omega_1,1})x^p dx & \int \omega_1(x+k_{\omega_1,2})x^p dx & \cdots \\ \int \omega_1(x+k_{\omega_1,1})x^{p+1} dx & \int \omega_1(x+k_{\omega_1,2})x^{p+1} dx & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \int \omega_1(x+k_{\omega_1,1})x^{p'-1} dx & \int \omega_1(x+k_{\omega_1,2})x^{p'-1} dx & \cdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ B_{\omega_0} B_{\omega_1} & \ddots \\ & \ddots & 1 \\ 0 & & B_{\omega_0} B_{\omega_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int \omega_0(x)x^p dx \\ -\int \omega_0(x)x^{p+1} dx \\ \vdots \\ -\int \omega_0(x)x^{p'-1} dx \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)的解即为提升 Ψ_1 的系数, Ψ_2 的提升与 Ψ_1 类似. 获得提升系数之后, 代入提升系数方程, 可得到提升框架

$$G_n(z) = T(z^2)(G(z) + S(z^2)H(z)) \quad (12)$$

借助于 $T(z)$ 和 $S(z)$, 可以成功地构造新的对称双正交多小波. 式(11)为欠定的, 则存在 $N_f = (p' - p) - R(\mathbf{M} \cdot \mathbf{B})$ 个自由参数, 其中 $\mathbf{M}$ 与 $\mathbf{B}$ 分别代表式(11)中的前 2 个矩阵, R 表示取矩阵的秩, 而 N_f 个自由参数可以用于多小波的优化. 针对滚动轴承的故障诊断, 当外圈、内圈或滚动体发生磨损、点蚀、剥落等故障时, 通常表现为周期性的冲击信号特征, 因此取细节信号的峭度最大值作为优化目标.

2.2 多小波谱峭度的实现

采用冗余多小波包变换对信号进行分解, 数据点数保持不变, 以保证在后续的包络谱分析中频率分辨率不变, 即

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} d_{1,j,k} \\ d_{2,j,k} \end{bmatrix} &= 2^{1/2} \sum_{n=0}^K H_n \begin{bmatrix} d_{1,j-1,k+n} \\ d_{2,j-1,k+n} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} d_{1,j,k+l} \\ d_{2,j,k+l} \end{bmatrix} &= 2^{1/2} \sum_{n=0}^K G_n \begin{bmatrix} d_{1,j-1,k+n} \\ d_{2,j-1,k+n} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: d 表示由信号分解得到的系数; H_n 与 G_n 为所构造的滤波器; $j, k \in \mathbf{Z}$. 分解 j 层以后在每一层分别获得 2 个分支的各 2^j 个频段的信号, 其峭度为

$$K_{i,j,k} = \frac{|d_{i,j,k}(n)|^4}{[\sum |d_{i,j,k}(n)|^2]^2} - 2 \quad (14)$$

如图 1 所示, 将计算得到的峭度值表示在多小波峭度图中, 选择峭度值最大的频段进行滤波, 并计算其平方包络谱

$$P(f) = F((d(t))^2 - E((d(t))^2))\omega(t) \quad (15)$$

式中: F 表示快速傅里叶变换.

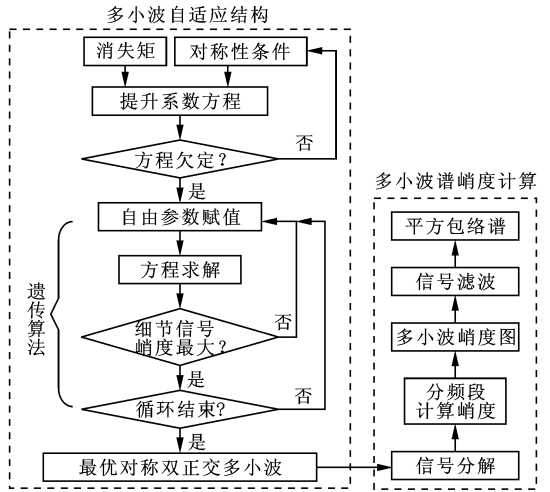


图 1 多小波谱峭度方法的流程图

3 多小波谱峭度法的应用

本文选择光滑且初始波形简单的 3 次 Hermite 样条作为初始尺度函数对多小波进行构造, 为便于比较, 设多小波的消失矩为 4, 支撑长度为 5. 消失矩和支撑长度可以根据需要进行选择, 消失矩越大, 支撑长度越长, 构造出的多小波更灵活和复杂.

3.1 滚动轴承试验台案例分析

在轴承故障模拟试验平台上, 采用砂轮打磨的方式加工轴承故障, 以模拟实际故障. 试验中采用 N205 轴承, 滚动体个数为 13, 轴承内径为 25 mm, 外径为 52 mm, 滚动体直径为 7.5 mm, 采样频率为 20 kHz, 数据长度为 16 384. 轴承故障为外圈故障, 实测转速为 2 000 r/min, 计算特征频率为 174.5 Hz. 从图 2a 中可以看到, 信号中存在一些冲击成分, 但噪声比较强. 在图 2b 中存在 34 Hz 的倍频成分, 这与轴承的转频一致, 但是外圈的故障频率则难以识别.

采用本文方法进行分析, 分解层数设为 4, 如图 3a 所示, 图中的每个色块表示一个频段, 其频率与横坐标相对应, 每一层有 2 个分支的多个频段, 峭度最大值出现在第 1 层第 1 分支的高频段. 滤波后在该频段的包络谱中出现了非常明显的 177 Hz 的谱线及其倍频, 这与外圈的特征频率基本一致.

采用传统的峭度图对同一信号进行分析, 选择实际效果较好的 FIR 滤波器进行分解, 分解层数为

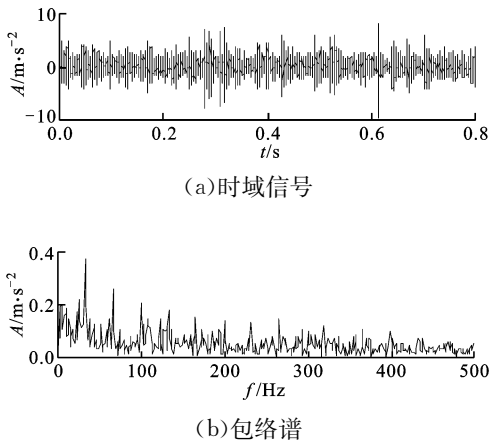


图 2 试验台轴承数据及其包络谱

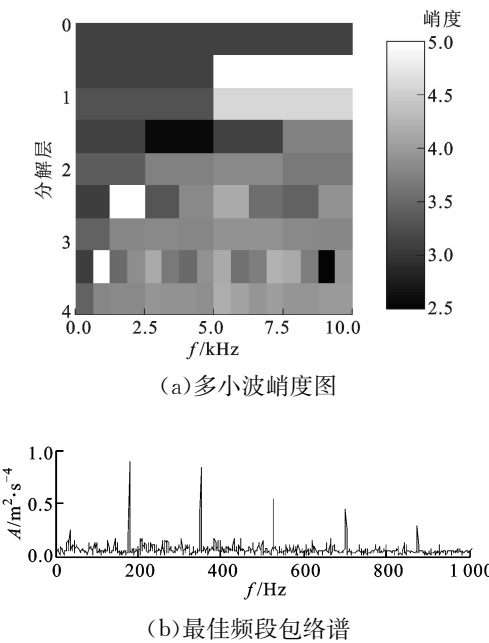


图 3 试验台轴承的多小波谱峭度分析结果

4. 从图 4a 中看到,其峭度图与多小波峭度图不同,图中的 1.6 等指的是对频段进行 1/3 划分^[2],峭度最大值为 6. 从包络谱中可以看到 177 Hz 及其倍频,但与本文方法相比较,其提取效果并不太好. 图 4 中的峭度值尽管较大,但包络谱中杂乱的谱线更加明显,而本文方法则有效地抑制了噪声,清楚地表示出故障的特征频率.

3.2 电力机车滚动轴承案例分析

选取的第 2 个例子为某电力机车的滚动轴承的故障诊断,将轴承置于测试机车的试验装置上,轴承型号为 52732QT,滚动体个数为 17,内径为 160 mm,外径为 290 mm,滚动体直径为 34 mm,采样频率为 12.8 kHz,数据长度为 16 384. 利用加速度传感器采集的振动数据如图 5 所示.

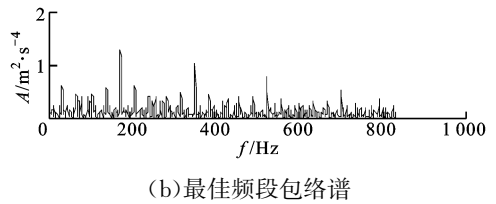
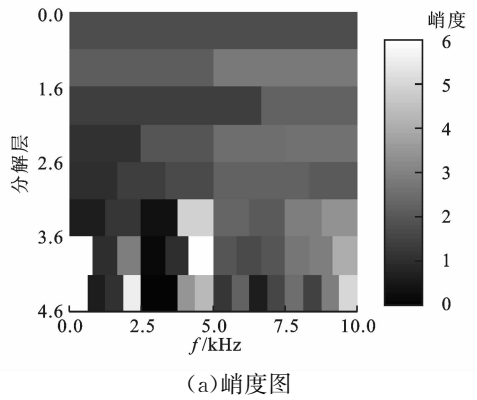


图 4 试验台轴承的传统谱峭度分析结果

从时域信号中可以看到滚动轴承的噪声比较大,却看不到明显的冲击信号,而从包络谱中可以看到 11.7 Hz 的谱线非常明显. 由于滚动轴承的转速为 653 r/min,因此所对应的频率为轴承的回转频率,也就是说振动信号随着轴承的转动存在着较为明显的波动,但故障特征频率并不明显. 如图 6 所示,利用多小波峭度图对信号进行分析,分解层数为 4,可以看到峭度最大值出现在第 4 层第 1 分支的第 1 频段. 图 6b 中 79.7 Hz 的谱线及倍频非常突出,这与根据转速计算所得的外圈特征频率(78.5 Hz)基本一致,因此可以判断轴承的外圈发生了故障.

为比较本文方法的有效性,利用传统峭度图对图 5a 中的信号进行分析,结果如图 7 所示,其峭度最大值出现在 1.6 层的第 3 频段,滤波后的信号包

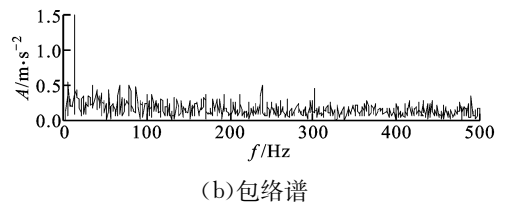
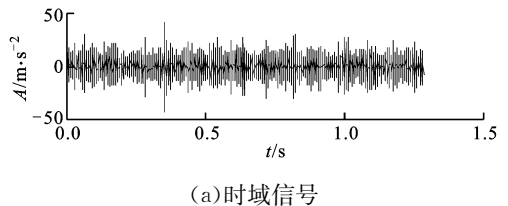


图 5 电力机车滚动轴承数据及其包络谱

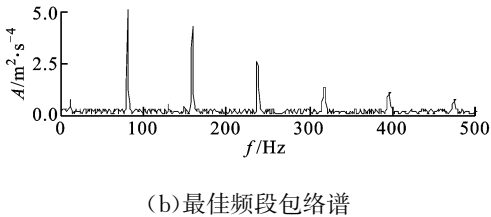
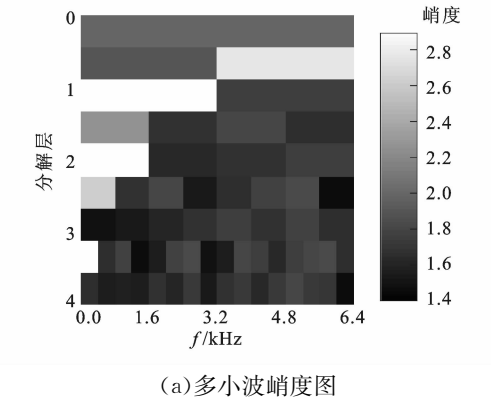


图 6 机车轴承的多小波谱峭度分析结果

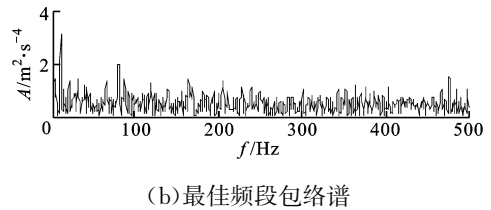
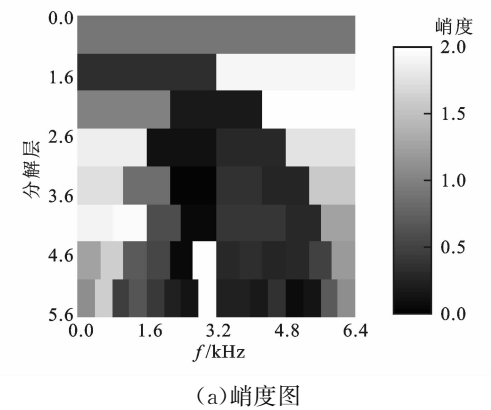


图 7 机车轴承的传统谱峭度分析结果

络谱中的 79.7 Hz 的谱线也非常微弱,因此难以判断故障的存在. 由于传统的谱峭度方法选择了高频段,但实际冲击特征则反映在低频段,而传统方法中滤波器对于特征识别的劣势导致不能准确地提取冲击特征,因此受高频段噪声的影响,选择了错误的频段.

4 结 论

由于传统的谱峭度方法采用的滤波器较为单

一,变化有限,难以准确地匹配故障特征,因此影响了特征提取的效果. 本文提出的多小波谱峭度的方法是通过多小波自适应构造方法来构造最佳匹配的基函数,采用峭度作为优化目标,遗传算法作为优化算法,对多小波进行自适应构造. 在试验台和电力机车的滚动轴承实例中,对于信噪比较低的信号,本文方法不仅能够准确地锁定特征频段,而且可有效地提取出微弱特征,获得了优于传统方法的效果.

参考文献:

[1] ANTONI J. The spectral kurtosis: a useful tool for characterizing non-stationary signals [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006(20): 282-307.

[2] ANTONI J. Fast computation of the kurtogram for the detection of transient faults [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007(21): 108-124.

[3] 何正嘉, 訾艳阳, 陈雪峰, 等. 内积变换原理与机械故障诊断 [J]. 振动工程学报, 2007, 20(5): 528-533.

HE Zhengjia, ZI Yanyang, CHEN Xuefeng, et al. Transform principle of inner product for fault diagnosis [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20 (5): 528-533.

[4] MARIANTONIA C, LAURA B M, LUIGIA P. Multiwavelet analysis and signal processing [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems: II Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(8): 970-987.

[5] WANG Xiaodong, ZI Yanyang, HE Zhengjia. Multiwavelet construction via an adaptive symmetric lifting scheme and its applications for rotating machinery fault diagnosis [J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(4): 1-17.

[6] 屈梁生, 何正嘉. 机械故障诊断学 [M]. 上海: 上海科技出版社, 1986: 6-12.

[7] GERONIMO J S, HARDIN D P, MASSOPUST P R. Construction of orthogonal wavelets using fractal interpolation functions [J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1996, 27: 158-192.

[8] 姜洪开, 何正嘉, 段晨东, 等. 自适应冗余第 2 代小波设计及齿轮箱故障特征提取 [J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(7): 715-719.

JIANG Hongkai, HE Zhengjia, DUAN Chendong, et al. Adaptive redundant second generation wavelet design and gearbox fault feature extraction [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2005, 39(7): 715-719.

[9] SWELDENS W. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1996, 3(2): 186-200.

(编辑 管咏梅)