

单级悬浮工作台平面运动测量系统对准误差分析

伍宏亮, 毛军红

(西安交通大学润滑理论及轴承研究所, 710049, 西安)

摘要: 为了得到单级 6 自由度悬浮工作台的运动学模型, 将非接触驱动和支承等效为由万向联轴器、伸缩杆和平面运动副组成的支链, 在移动台转角很小的情况下, 平面运动与离面运动相互独立, 且不受伸缩杆与基座表面垂直度误差的影响. 基于欧拉转动定理, 通过计算工作台在 2 个不同位置时光轴与反射镜镜面交点之间的距离, 建立了工作台平面运动测量系统三维对准误差模型. 测量误差的分布及其对误差源的灵敏度表明, 二维对准误差分析方法忽略的离面对准误差的灵敏度最大可达平面对准误差灵敏度的 25%, L 形反射镜绕 z 轴偏转造成的对准误差及镜面垂直度误差是影响测量误差的主要因素.

关键词: 误差分析; 悬浮工作台; 运动学模型; 对准误差

中图分类号: TH115 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)01-0051-05

Measurement Alignment Error Analysis for In-Plane Motion of a Precision Levitation Stage

WU Hongliang, MAO Junhong

(Theory of Lubrication and Bearing Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A kinematic model of a 6-DOF precision levitation stage is developed by equivalent chains consisting of universal joints, extensible legs and planar joints instead of non-contact actuators and bearings. The moving platform in-plane motion is independent of its out-of-plane motion while rotation displacements are small, and this kinematic characteristic does not change if extensible legs are not perpendicular with the base surface, so the accuracy of this stage mainly depends on the measurement system accuracy. Based on Euler's rotation theorem, a 3-D measurement alignment error model for in-plane motion of the precision levitation stage is derived by calculating the distance of two intersection points of the L-shape mirror and the laser beam, and the influence of alignment errors on measurement error is analyzed by calculating error distributions and their sensitivity to error sources. The results show that the sensitivity of out-of-plane alignment errors, and which is ignored in the previous 2-D analysis, may reach to 25% of the sensitivity of in-plane alignment error, and the most important error sources include L-shape mirror alignment error caused by rotation around z -axis and its orthogonal error.

Keywords: error analysis; levitation stage; kinematic model; alignment error

由于磁悬浮或气浮支承的工作台可以有效地消除库仑摩擦力的影响, 因此能够实现较高的运动精度, 近年来已成为一个研究热点^[1-5]. 对于仅有一个移动部件的单级悬浮工作台, 移动台具有 6 个自由

度, 没有实体运动副, 目前的研究重点是悬浮工作台的结构设计, 关于其误差分析的文献则很少. Holmes 等^[6]对一种 6 自由度悬浮工作台的系统误差进行了建模, 首先建立工作台运动误差模型, 然后

分析了各运动误差对应的测量系统误差源,但该模型仅分析了平面内的对准误差.

本文提出了一种悬浮工作台的误差分析方法,以文献[4]中的悬浮工作台为研究对象,将其等效为 6 自由度并联工作台,来分析其运动的特点,并找出了影响平面运动误差的主要因素. 基于欧拉转动定理,提出了一种平面运动测量系统的三维对准误差分析方法,结合实例分析找出了影响测量精度的主要因素.

1 悬浮工作台及其运动学建模

毛军红设计了一个由气磁混合支承的工作台,如图 1 所示,将静压空气止推轴承置于移动台底部中央,并与移动台联结为一体,把 4 个独立线圈安装在与移动台一体化加工的铁芯上,构成了 4 个电磁驱动器. 位移传感器和电磁驱动器交替均匀布置在移动台支承面的四周,移动台的边长为 180 mm,厚为 23 mm,电磁驱动器间的距离^[4]为 130 mm. 移动台工作时由空气轴承悬浮起来,用位移传感器测量气隙厚度,无接触电磁驱动器主动调整移动台的高度和姿态,而面运动的精度与动态性能则取决于电磁驱动器的闭环控制. 该工作台仅有一个移动部件,在 6 个自由度上均没有实体运动副,若在水平面内配以 $xy\theta$ 平面三轴电机,则可以实现水平面内单级大行程纳米精度的 3 自由度运动^[6-7]. 文献[4]实现了工作台离地面运动的闭环控制,实验表明,工作台在竖直方向闭环定位噪声的均方根为 6 nm.

图 2 为悬浮工作台的等效工作台,移动台和基座由 6 个等效支链链接,每个等效支链由万向联轴

器、伸缩杆和平面运动副组成, L_1 、 L_2 和 L_3 垂直于基座表面 F_1 , L_4 和 L_5 垂直于基座表面 F_2 , L_6 垂直于基座表面 F_3 ,且 3 个基座表面相互垂直,平面运动副的表面始终与伸缩杆垂直的基座表面重合. 以移动台的中心为原点,分别建立空间坐标轴 xyz 和固定在移动台上的坐标轴 $x_0y_0z_0$. 当各伸缩杆的伸长量均为 0 时,两坐标系重合,将万向联轴器固定在移动台正三角形的 3 个顶点上. 该三角形在水平面内,其中心与移动台中心重合,并且 M_1 、 M_2 和 M_3 的转动轴均分别与 x_0 、 y_0 轴平行. 将 M_4 和 M_5 对称固定在移动台一侧,其转动轴均分别与 y_0 、 z_0 轴平行, L_4 和 L_5 到 x_0 轴的距离均为 d_4 . 将 M_6 固定在另一侧,并且 L_6 的延长线通过移动台中心,而 M_6 的转动轴分别与 x_0 、 z_0 轴平行.

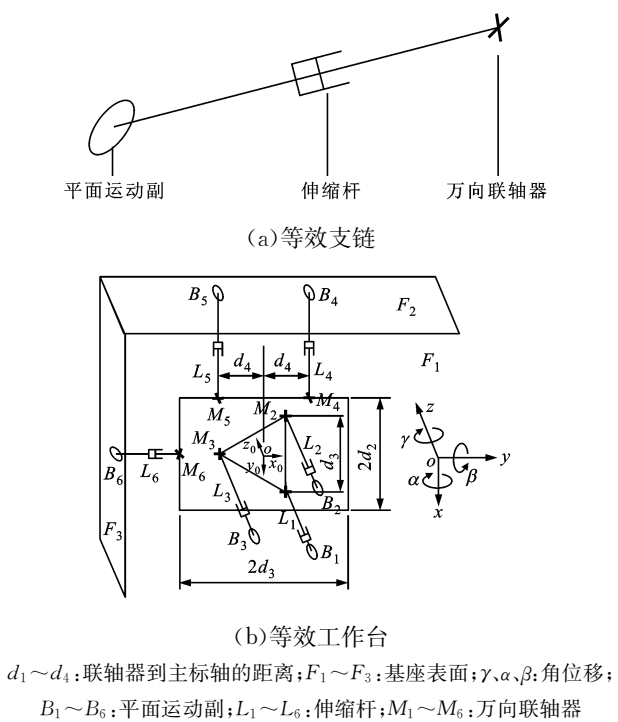


图 2 等效支链和等效工作台示意图

由图 2 可见,悬浮工作台是一个 6 自由度的并联工作台,具有 3 个平面运动轴(x - y - γ)和 3 个离面运动轴(z - α - β),工作台 3 个角位移的设计行程范围为 10^{-6} rad,则齐次变换矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta & x \\ \gamma & 1 & -\alpha & y \\ -\beta & \alpha & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

移动台运动后, $x_0y_0z_0$ 中任意一点的坐标 P_0 在 xyz 中的坐标为 P ,则

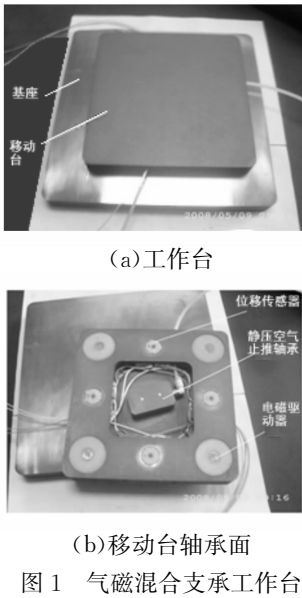


图 1 气磁混合支承工作台

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{x0} \\ P_{y0} \\ P_{z0} \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$

两者的转换关系为

$$\begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} P_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} P_{x0} \\ P_{y0} \\ P_{z0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

由于各伸缩杆与对应的基座表面垂直,且固定于伸缩杆一端的平面运动副始终与该表面重合,因此固定于另一端的万向联轴器在 x 、 y 或 z 轴上的坐标变化与伸缩杆的长度相等. 由此关系可求得工作台的运动学逆解

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{3^{1/2}}{6}d_3 & -\frac{1}{2}d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3^{1/2}}{6}d_3 & \frac{1}{2}d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3^{1/2}}{3}d_3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

对式(2)求逆可得工作台的运动学正解

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3^{1/2}}{3d_3} & \frac{3^{1/2}}{3d_3} & -2\frac{3^{1/2}}{3d_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{d_3} & \frac{1}{d_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2d_4} & \frac{1}{2d_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

从式(3)可以看出,等效后的工作台在转角很小的情况下,移动台的平面运动和离面运动相互独立,并且平面运动中沿 y 轴的平动与其他 2 个轴自由度的运动也相互独立.

2 平面运动测量系统误差建模

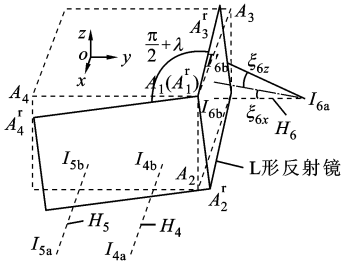
移动台的平面运动与离面运动相互独立,则其平面内的定位误差与离面运动无关,因此本文不讨论实现离面运动的 3 个等效支链(即 L_1 、 L_2 和 L_3 所

在的等效支链)对平面运动的影响. 移动台平面内 3 轴的运动由 L_4 、 L_5 、 L_6 驱动来实现. 如果 L_6 与 F_3 不垂直, L_4 和 L_5 的长度不变,则 L_6 伸长时,移动台仅在 y 轴方向有位移,而在 x 轴和 γ 轴方向上没有运动,说明 L_6 与 F_3 的垂直度误差不会改变工作台的耦合关系. 同理, L_4 、 L_5 与 F_2 的垂直度误差也不会改变工作台的耦合关系,因此单级悬浮工作台平面运动的精度主要取决于测量系统的精度,而对准误差则是测量误差的主要来源之一.

如图 3 所示,移动台在水平面内的位移可以用 3 个激光干涉仪来测量,各激光干涉仪对应光轴 H_i 和测量值 C_i ($i=4\sim 6$). 在理想情况下,光轴 H_4 和 H_5 平行于 x 轴,且两者到 x 轴的距离均为 d_5 . 光轴 H_6 平行于 y 轴, L 形平面反射镜镜面 $A_1A_2A_4$ 和 $A_1A_2A_3$ 分别与 x 、 y 轴垂直. 光轴 H_i 的光源点为 I_{ia} ,当 $L_1\sim L_6$ 均为 0 时, H_i 与平面反射镜镜面相交于点 I_{ib} . 在 $x_0y_0z_0$ 中, L 形反射镜镜面 $A_1A_2A_3$ 的 3 个顶点 A_j ($j=1,2,3$) 的坐标记为 a_{j0} , 则

$$a_{10} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad a_{20} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_1 \\ -2d_6 \end{bmatrix}; \quad a_{30} = \begin{bmatrix} -d_2 \\ d_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

式中: d_6 为 L 形反射镜高度的 1/2.



λ:垂直度误差; $A_1^r\sim A_4^r$:反射镜偏转后的顶点; $A_1\sim A_4$:理想反射镜顶点; $H_4\sim H_6$:光轴; ξ_{6x} 、 ξ_{6z} : H_6 绕 x 、 z 轴的偏转角;
 $I_{4a}\sim I_{6a}$:光源点; $I_{4b}\sim I_{6b}$:光轴与反射镜面的交点; I'_{6b} : H_6 的偏转点

图 3 测量系统及其对准误差

在 xyz 中, H_6 上的 I_{6a} 和 I_{6b} 的坐标分别为

$$I_{6a} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_7 \\ -d_6 \end{bmatrix}, \quad I_{6b} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ -d_6 \end{bmatrix}$$

式中: d_7 为 I_{6a} 在 y 轴上的参数值.

测量系统在 x 、 y 和 γ 轴的测量值依次为 $\frac{C_4+C_5}{2}$ 、 C_6 、 $\frac{C_5-C_4}{2d_5}$, 测量误差为

$$\sigma_x = \frac{C_4+C_5}{2} - x \quad (4)$$

$$\sigma_y = C_6 - y \quad (5)$$

$$\sigma_y = \frac{C_5 - C_4}{2d_5} - \gamma \quad (6)$$

假设 L 形反射镜具有对准误差, 根据欧拉转动定理, 可以用 $A_1A_2A_3$ 和 A_1, A_2A_4 的欧拉角来描述, 取 $\phi_1 \sim \phi_3$ 分别表示 $A_1A_2A_3$ 绕 x, y, z 轴旋转的角度. 若 L 形镜面的垂直度误差为 λ , 则 $A_1A_2A_3$ 和 $A_1A_2A_4$ 的夹角为 $\pi/2 + \lambda$.

以 y 轴为例, 求解存在对准误差时的 σ_y . 由于镜面对准误差导致 $A_1A_2A_3$ 偏转到镜面 $A_j^r (j=1 \sim 3)$, 因此 A_j^r 在 $x_0y_0z_0$ 中对应的坐标为

$$\begin{aligned} a_{j0}^r &= a_{j0} + \mathbf{R}(a_{j0} - a_{j0}) \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_x(\phi_1)\mathbf{R}_y(\phi_2)\mathbf{R}_z(\phi_3) \\ \mathbf{R}_x(\phi_1) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_1 & -\sin\phi_1 \\ 0 & \sin\phi_1 & \cos\phi_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_y(\phi_2) &= \begin{bmatrix} \cos\phi_2 & 0 & \sin\phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi_2 & 0 & \cos\phi_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_z(\phi_3) &= \begin{bmatrix} \cos\phi_3 & -\sin\phi_3 & 0 \\ \sin\phi_3 & \cos\phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{R}$ 为转动变换矩阵.

由式(1)可得 A_j^r 在 xyz 中的对应坐标 a_j^r , 而 A_j^r 上任意一点为

$$q_1 = a_3^r + (a_1^r - a_3^r)u + (a_2^r - a_3^r)v \quad (7)$$

式中: u, v 均为实数. 假设 H_6 具有对准误差, 则

$$I'_{6b} = I_{6a} + \mathbf{R}_6(I_{6b} - I_{6a})$$

$$\mathbf{R}_6 = \mathbf{R}_x(\xi_{6x})\mathbf{R}_z(\xi_{6z})$$

式中: $\mathbf{R}_6$ 为光轴的转动矩阵. H_6 的方程为

$$I_6 = I_{6a} + (I_{6a} - I'_{6b})s_6 \quad (8)$$

$$s_6 = -\frac{\|I_6 I_{6a}\|}{\|I'_{6b} I_{6a}\|}$$

当 H_6 和 A_j^r 相交时, 由式(7)和式(8)可以求解出

$$a_3^r + (a_1^r - a_3^r)u + (a_2^r - a_3^r)v = I_{6a} + (I_{6a} - I'_{6b})s_6 \quad (9)$$

通过式(9)可求解 s_6 , 则 y 轴的测量值

$$C_6 = |I_{6a} - I'_{6b}|(s_6 - s_{60}) \quad (10)$$

式中: I_6 为 H_6 上的任意点; s_{60} 是移动台位置的初始值. 将式(10)代入式(5)可得

$$\sigma_y = |I_{6a} - I'_{6b}|(s_6 - s_{60}) - y \quad (11)$$

由式(11)可以计算出由对准误差和垂直度误差造成的平面运动测量误差, 还可以对测量系统对准误差以外的因素(如 d_1, d_2, d_5, d_7)进行分析.

3 实例分析

移动台作平面运动时, 在 x, y 轴的位移为 $[-100 \text{ mm}, 100 \text{ mm}]$, 已知 $d_1 = d_2 = 200 \text{ mm}, d_5 = 100 \text{ mm}, d_6 = 25 \text{ mm}, d_7 = 500 \text{ mm}, \phi_i (i=1 \sim 3), \xi_{6x}$ 和 ξ_{6z} 均为 $\frac{\pi}{180 \times 160} \text{ rad}$. 图 4 为 $\alpha = \beta = \gamma = 0 \text{ rad}$ 时 σ_y 的分布图, 图中的竖线为等值线, 移动台沿 x 轴运

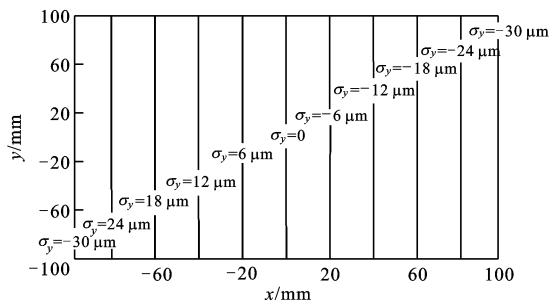


图 4 移动台位移的测量误差

动时, σ_y 随 x 呈线性变化, 最大误差为 $30 \mu\text{m}$. 对式(11)中的各误差源求偏导可得 σ_y 对各误差源的灵敏度 S , 表 1 列出了当移动台作平面运动, 其在 x, y 轴的位移为 $[-100 \text{ mm}, 100 \text{ mm}]$ 时, σ_y 对各误差源灵敏度的极值. 由表 1 可知: σ_y 对 ϕ_3 的灵敏度为 100 mm/rad , 最大可达 300 mm/rad ; σ_y 对 ϕ_1 的灵敏度为 10 mm/rad , 最大可达 25.118 mm/rad ; σ_y 对其他误差源的灵敏度等于或低于 0.001 mm/rad , 最大为 0.007 mm/rad . 因此, ϕ_3 是影响 y 轴位移测量误差的主要因素.

采用同样的方法分析 σ_x , 可以发现 ϕ_3 和 λ 是影响 x 轴位移测量误差的主要因素. 由于 L 形反射镜本身存在垂直度误差, 镜面 $A_1A_2A_4$ 的对准误差大于 $A_1A_2A_3$ 的误差, 因 x 轴的测量误差大于 y 轴的测量误差, 所以 σ_x 随 y 呈线性变化.

表 1 灵敏度分析结果

	$S_{\min}/\text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$	$S_{\max}/\text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$
$S(\phi_1)$	25.060	25.120
$S(\phi_2)$	0.007	0.007
$S(\phi_3)$	-299.900	-99.880
$S(\xi_{6x})$	1.693×10^{-5}	3.385×10^{-5}
$S(\xi_{6z})$	-4.929×10^{-9}	-2.464×10^{-9}

4 结 论

本文将单级悬浮工作台的非接触驱动和支承等效为由万向联轴器、伸缩杆和平面运动副组成的支链,进而将单级悬浮工作台等效为 6 自由度并联工作台,并说明了它们运动本质上的一致性.单级悬浮工作台的平面运动与离面运动相互独立,且平面内沿 y 轴的平动与其他 2 个自由度的运动也相互独立,从而克服了一般并联工作台运动耦合的缺点.

根据欧拉转动定理,将 L 形反射镜和光轴的三维对准误差看作反射镜和光轴先后绕 x 、 y 和 z 轴转动 3 个角度,利用移动台在 2 个不同位置时光轴与镜面交点的距离来表示激光干涉仪的位移测量值,采用测量值与实际位移的差值表示测量误差,建立了测量误差的数学模型.实例分析表明,L 形反射镜绕 z 轴偏转造成的对准误差及镜面垂直度误差是影响测量误差的主要因素.

参考文献:

- [1] HOLMES M, TRUMPER D. Magnetic/fluid-bearing stage for atomic-scale motion control (the angstrom stage) [J]. Precision Engineering, 1996, 18(1): 38-49.
- [2] KIM W J, TRUMPER D L. High-precision magnetic levitation stage for photolithography [J]. Precision

Engineering, 1998, 22(2): 66-77.

- [3] KIM W J, VERMA S, SHAKIR H. Design and precision construction of novel magnetic-levitation-based multi-axis nanoscale positioning systems [J]. Precision Engineering, 2007, 31(4): 337-350.
- [4] MAO Junhong, LI Lichuan. Design and implementation of an active rectangular aerostatic thrust bearing stage with electromagnetic actuators [J]. China Science Bulletin, 2009, 54(5): 858-864.
- [5] 李黎川,丁玉成,卢秉恒.超精密磁悬浮工作台的一种低功耗磁悬浮设计 [J]. 微细加工技术, 2003(4): 45-50.
LI Lichuan, DING Yucheng, LU Bingheng. A low-power magnetic suspension design for magnetically-suspended precision tables [J]. Microfabrication Technology, 2003(4): 45-50.
- [6] HOLMES M, KOCKEN R, TRUMPER D. The long-range scanning stage a novel platform for scanned-probe microscopy [J]. Precision Engineering, 2000, 24(3): 191-209.
- [7] GAO W, DEJIMA S, YANAI H, et al. A surface motor-driven planar motion stage integrated with an $XY\theta_z$ surface encoder for precision positioning [J]. Precision Engineering, 2004, 28(3): 329-337.

(编辑 管咏梅)