

推力轴承对柔性转子系统的非线性动力影响

宋学宾, 刘恒, 易均, 景敏卿

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对推力轴承支承下, 推力轴承对柔性转子系统的稳定性影响问题, 考虑转子的倾斜后得到了推力轴承提供的非线性力和力矩, 建立了单盘柔性转子系统的有限元模型. 将转子的轴向和横向运动方程相结合, 对其线性自由度进行缩减后形成了整个系统的动力方程, 运用打靶法和 Floquet 稳定性分叉理论, 分析了推力轴承以及圆盘质量偏心对整个系统的非线性动力影响. 数值结果表明, 推力轴承对整个系统运行的稳定性和分叉行为有很大影响, 推力轴承延迟了系统周期解的分叉, 提高了临界转速和失稳转速, 降低了转子共振振幅, 因此推力轴承有助于转子系统的稳定运行.

关键词: 推力轴承; 柔性转子系统; 非线性; 分叉; 稳定性

中图分类号: TH133.1; O322 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)09-0108-06

Nonlinear Dynamic Effect of Thrust Bearing on a Flexible Rotor System

SONG Xuebin, LIU Heng, YI Jun, JING Mingqing

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Aiming at the problem that how the stability of a flexible rotor system is influenced by thrust bearing, the nonlinear force and moment provided by the thrust bearing are derived and a finite element model of the flexible rotor with a disk is established. And the dynamic equation of the system is formed by combing the axial equation with the lateral equation after reducing the linear degree of freedom. The shooting method and Floquet theory are employed to analyze the effects of thrust bearing and mass eccentricity of the disks on the nonlinear dynamic characteristics of the rotor system. The numerical results show that thrust bearing has great influence on stability and bifurcation of the motion of system. Thrust bearing can postpone the bifurcation of the periodic motion of system, heighten the critical speed and the stability threshold speed and lower the resonant amplitude of the rotor. Thus, thrust bearing improves the stability of the rotor system.

Keywords: thrust bearing; flexible bearing-rotor system; nonlinear; bifurcation; stability

在大型旋转机械中, 推力轴承不仅被用来支承轴向载荷, 而且亦被用来抑制各种激振力和改善系统的动力响应. 以往的研究主要集中在推力轴承的静特性上, 往往忽略了推力轴承对转子的横向振动以及稳定性的影响. Mittwollen 等人^[1]首先计算了高速大载荷下推力轴承的动态特性, 进而在转子动力学模型中引入这些动态系数, 研究了推力轴承支

承的高速转子系统的横向振动, 并通过实验验证了推力轴承对整个系统有很大的影响. 陈渭等人^[2]研究了推力轴承对非对称单质量转子横向振动状态的影响, 指出推力轴承在一定状态下可以在一定程度上改善转子系统的稳定性状态. 姜培林等人^[3]运用传递矩阵法研究了推力轴承对整个系统的耦合作用, 但这些研究均建立在线性理论的基础上. 轴承-

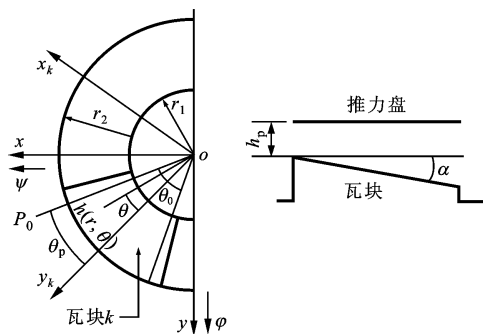
转子系统是一个典型的非线性动力系统,大扰动下(共振或失稳后)系统的动态特性将呈现出非线性特征,如次谐波运动、伪周期运动、混沌等,这些非线性特性对整个系统具有显著的影响.传统的线性稳定性理论仅研究了系统平衡点解的线性稳定性,而无法考虑转子质量偏心的影响,因此必须用非线性分析方法研究其动力学特性.

由于非线性分析的复杂性,以往对转子轴承系统的非线性分析皆采用简化模型^[4],但此类模型并不能准确地反映实际轴承转子系统的特性,因此本文以推力轴承支承的柔性转子系统为研究对象,考虑了转子的倾斜以及陀螺效应,采用有限元方法将转子离散为多自由度系统,运用改进的自由界面模态综合技术,以及转子系统的局部非线性特性缩减了系统的自由度.同时,运用非线性分析方法(Floquet 理论、预测追踪算法)研究了推力轴承支承的柔性转子系统的非线性不平衡响应、稳定性和分叉规律,详细讨论了推力轴承以及圆盘质量偏心对系统非线性特性的影响,为实际推力轴承支承的柔性转子系统的设计和分析提供了一定的指导.

1 系统模型建立

1.1 推力轴承的非线性油膜力和力矩

图1为典型的固定瓦推力轴承的示意图.其中 oxy 为固定于转子上的惯性坐标系, ox_ky_k 为瓦块局部坐标系.



(a) 固定瓦推力轴承

(b) 油膜厚度

r_1, r_2 : 瓦块内、外半径; θ_0 : 瓦块张角; θ_p : 瓦块节线的位置角;

ψ, φ : 转子绕 x 和 y 轴的转角; h_p : 节线处的油膜厚度;

α : 瓦面倾斜参数; $h(r, \theta)$: 瓦块上任一点的油膜厚度; P_0 : 瓦块节线

图1 推力轴承及油膜厚度

不考虑瓦块弹性变形以及温黏变化,在极坐标系下,推力轴承的瓦块油膜压力分布由以下雷诺方程决定

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{rh^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6r\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12r \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

式中: p 为油膜压力; ω 为转轴角速度; μ 为润滑油动力黏度.

当考虑了转轴的倾斜后,瓦块各点的膜厚都发生了变化,油膜厚度此时不仅是瓦块参数的函数,同时也是 φ 和 ψ 的函数.假设推力轴承的瓦块数为 n ,则第 k 块瓦的膜厚为

$$h_k = h_p - \alpha r \sin(\theta - \theta_p) + \psi r \cos(\alpha_k + \theta_p - \theta) - \varphi r \sin(\alpha_k + \theta_p - \theta) \quad (2)$$

式中: α_k 为瓦块坐标系与主坐标系的旋转角.

在文献[1-2]中,陈渭对推力轴承的归一化动静特性系数进行插值,并采用曲线拟合的方法计算轴承的油膜力等数据.本文利用有限差分法以及超松弛迭代法^[5]直接求解式(1),得到了瓦块压力分布,然后在瓦面上积分得到各瓦块的油膜力以及对转轴的力矩.

第 k 块瓦所提供的油膜力和力矩为

$$\left. \begin{aligned} F_k &= \iint_{\Omega_k} p r dr d\theta \\ M_{x_k} &= \iint_{\Omega_k} p r^2 \cos(\theta_p - \theta) dr d\theta \\ M_{y_k} &= - \iint_{\Omega_k} p r^2 \sin(\theta_p - \theta) dr d\theta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

转换到主坐标系中的油膜力矩为

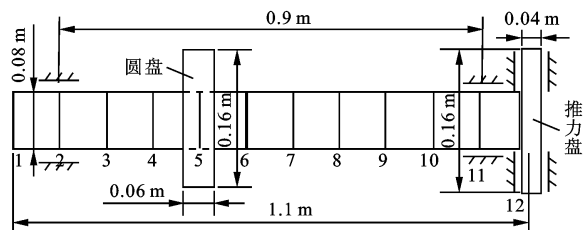
$$\left. \begin{aligned} M_{kx} &= \cos(\alpha_k) M_{x_k} + \sin(\alpha_k) M_{y_k} \\ M_{ky} &= -\sin(\alpha_k) M_{x_k} + \cos(\alpha_k) M_{y_k} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由 n 块瓦组成的推力轴承的总油膜力和力矩为

$$F_z = \sum_{k=1}^n F_k; M_x = \sum_{k=1}^n M_{kx}; M_y = \sum_{k=1}^n M_{ky} \quad (5)$$

1.2 柔性转子的有限元方程

图2为推力轴承支承的柔性转子系统结构图.采用 Timoshenko 梁轴单元对转轴进行离散,利用有限元法得出了转轴的横向运动方程



1~12: 转子节点

图2 柔性轴承转子系统结构图

$$m\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{G} + \mathbf{F}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}_r + \mathbf{f}_0 \quad (6)$$

式中: $\mathbf{m}$ 、 $\mathbf{c}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别为转轴的质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{F}$ 分别为系统的重力和外力矢量; $\mathbf{f}_r$ 为转轴的不平衡力矢量; $\mathbf{f}_0$ 为轴承的非线性油膜力矢量; $\mathbf{u}$ 为系统的位移矢量. 对于具有 w 个节点的柔性转子

$$\mathbf{u} = (x_1, y_1, \phi_1, \varphi_1, \dots, x_w, y_w, \phi_w, \varphi_w)^T$$

$$j = 1, 2, \dots, w \quad (7)$$

图2所示的系统是一个局部非线性轴承-转子动力系统, 为了快速准确地分析此系统的动力特性, 可采用自由界面模态综合技术, 将线性自由度转换为模态坐标, 对其特征模态进行截断以缩减自由度. 将非线性自由度仍保留在物理空间, 以避免非线性分析时由坐标变换引起的数值误差.

如果系统有 b 个非线性节点, 包括非线性油膜力节点、不平衡轮盘节点, 则将这些节点的自由度 $\mathbf{u}_b$ 保留, 相应作用于 $\mathbf{u}_b$ 上的非线性外力可表示为

$$\mathbf{f}_b = (f_{x1}, f_{y1}, 0, 0, f_{x2}, f_{y2}, 0, 0, \dots, 0, 0, R_x, R_y)^T \quad (8)$$

式中: f_x 、 f_y 分别是径向轴承在水平方向和垂直方向所施加的油膜力; R_x 、 R_y 是推力轴承对 x 轴和 y 轴的转矩. 缩减后的部件方程^[6-7]可表示为

$$\mathbf{T}_s^T \mathbf{m} \mathbf{T}_s \ddot{\mathbf{p}}_s + \mathbf{T}_s^T \mathbf{c} \mathbf{T}_s \dot{\mathbf{p}}_s + \mathbf{T}_s^T \mathbf{k} \mathbf{T}_s \mathbf{p}_s = \mathbf{T}_s^T \mathbf{G} + \mathbf{T}_s^T \mathbf{F} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{T}_s$ 为总变换矩阵; $\mathbf{p}_s$ 为缩减后的自由度矢量坐标.

转轴在轴向的运动方程为

$$m_z \ddot{z} = F_z - f_{z0} \quad (10)$$

式中: F_z 为推力轴承所施加的非线性油膜力; f_{z0} 为轴向载荷; m_z 为转轴的总质量. 由式(9)和式(10)得缩减后的系统动力方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{q} = \{\mathbf{u}_b^T, \mathbf{p}_k^T, z\}^T; \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s^T \mathbf{m} \mathbf{T}_s + m_d & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & m_z \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s^T \mathbf{c} \mathbf{T}_s + c_d & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & 0 \end{bmatrix}^T; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s^T \mathbf{k} \mathbf{T}_s + k_d & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{T}_s^T \mathbf{G}, 0]^T + [\mathbf{T}_s^T \mathbf{F}, 0]^T + [f_d^T, \mathbf{O}, F_z - f_{z0}]^T$$

式中: $\mathbf{m}_d$ 、 $\mathbf{c}_d$ 、 $\mathbf{k}_d$ 分别是圆盘的质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{f}_d$ 为圆盘质量偏心所引起的不平衡力矢量; $\mathbf{p}_k$ 为线性自由度经过模态缩减后所对应的模态坐标.

引入状态变量 $\mathbf{X} = (\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T)^T$, 相应的系统方程在状态空间中可表示为

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Q} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

2 分析方法

假设作用于系统载荷的周期为 T , 则系统的稳态解为周期解、伪周期解及混沌解. 对于轴承转子系统, 周期解随转速 v 、不平衡量等的变化将发生失稳, 产生新的稳态解形式, 如伪周期解及混沌解, 或发生绝对失稳. 求解式(12)得到

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{f}(\mathbf{X}, t, \mu) \\ \mathbf{X}(t) &= \mathbf{X}(t + T) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}, t, \mu) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Q} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}\mathbf{q}) \end{bmatrix}$$

应用打靶法^[8] (PNF) 对式(13)积分, 结合牛顿迭代法可求得给定参数 μ_s 时所对应的周期解. 若研究非线性动力系统的稳态周期解随外参数变化时的稳定性分叉规律, 必须连续追踪外参数变化时的系统周期解. 当已求得外参数 μ_n 时的周期解 $\mathbf{X}_n$ 时, 可通过预测追踪得到 μ_{n+1} 时的周期解 $\mathbf{X}_{n+1}$, 然后用打靶法进行校准^[8-9].

3 计算实例及结果

如图2所示, 在转子上固结有一个刚性圆盘和一个推力盘, 计算中将其均匀离散为11段12个节点, 刚性圆盘位于第5个节点, 推力盘位于第12个节点.

径向轴承采用2个圆轴承, 分别支承于第1、11节点, 轴承内径和轴承宽度均为0.08 m, 半径间隙为0.000 18 m, μ 为0.018 2 Pa·s. 为了计算简便, 本文采用无限长轴承^[10] 及“ π 油膜”的假设, 得到油膜动压力的解析表达式

$$\left. \begin{aligned} F_r &= -\sigma \omega \left[\left(1 - 2 \frac{d\varphi}{d\tau} \right) \frac{2\epsilon^2}{(2 + \epsilon^2)(1 - \epsilon^2)} + \frac{\pi}{(1 - \epsilon^2)^{3/2}} \frac{d\epsilon}{d\tau} \right] \\ F_t &= \sigma \omega \left[\left(1 - 2 \frac{d\varphi}{d\tau} \right) \frac{\pi\epsilon}{(2 + \epsilon^2)(1 - \epsilon^2)^{1/2}} + \frac{4}{(1 + \epsilon)(1 - \epsilon^2)} \frac{d\epsilon}{d\tau} \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: ϵ 为偏心率; σ 为 Sommerfeld 数^[10]; τ 为归一化时间.

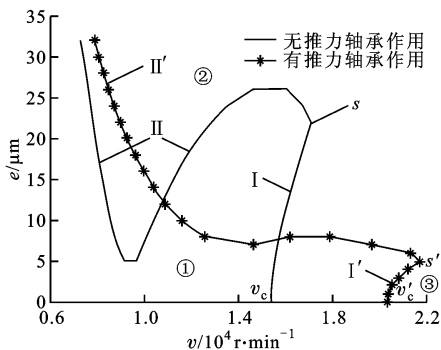
推力轴承采用双边作用的固定瓦轴承, 支承于第12节点, 每边瓦块个数为4, 瓦宽为0.04 m, θ_0 为

60° , α 为 0.001 5, θ_p 为 $0.55\theta_0$, 推力轴承的总间隙为 0.2 mm, 轴向载荷为 0. 油膜力由本文 1.1 节所述的方法求得.

采用本文 1.2 节中介绍的方法建立动力学模型, 在截断转速为 $120 \times 10^3 \text{ r/min}$ 的条件下保留 8 阶模态. 界面自由度的个数为 16, 包括一个圆盘、2 个径向轴承以及一个推力轴承的位移和转角自由度. 转子不平衡量的添加方式是在圆盘上加同相位的质量偏心.

3.1 推力轴承对系统稳定性的影响

图 3 给出了在无推力轴承和有推力轴承的作用下, 整个柔性转子系统的稳态解随转速 v 和偏心量 e 的分布变化规律, 图 4 给出了在这 2 种情况下节点 5(圆盘处 x 方向)的振幅转速曲线.



I、I': 同步周期解的 Hopf 型伪周期分叉集; II、II': 同步周期解的倍周期分叉集; s、s': Hopf 型伪周期分叉集与倍周期分叉集的分界点; ①: 同步周期解区域; ②: 倍周期解区域; ③: 伪周期解区域; v_c 、 v'_c : 系统平衡点解的线性失稳转速

图 3 系统的 e - v 分叉迁集

经过计算, 在无推力轴承作用时 $v_c = 15\,420 \text{ r/min}$, 而在推力轴承作用下 $v'_c = 20\,310 \text{ r/min}$, 系统的平衡点失稳转速明显提高(约提高 31.7%), 这与文献[2]应用线性理论得出的结果是一致的.

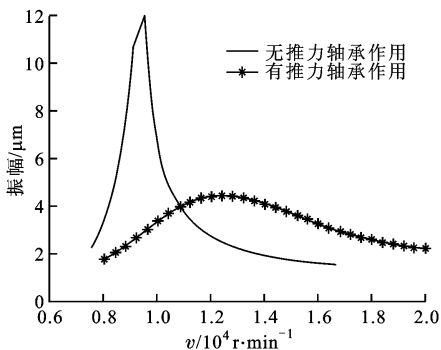


图 4 圆盘处 x 方向的振幅转速曲线($e=4 \mu\text{m}$)

由图 3 和图 4 可知, 有推力轴承支承的柔性转子系统与无推力轴承支承的柔性转子系统的稳定性

分叉规律的相同点为: ①都有同步周期解、伪周期解以及倍周期解区域的划分, 同步周期解的分叉在 e 较小时表现为伪周期分叉, 在 e 较大时表现为倍周期分叉; ②系统倍周期分叉集的低凹处恰好处于系统刚性圆盘处的振幅转速曲线的响应峰位置(见图 4). 当系统邻近响应峰工作时, 由于 e 的作用, 系统将很不稳定, 易产生倍周期涡动, 造成工频振动的周期解失稳, 因此影响系统的正常运转.

然而, 推力轴承对整个系统的影响也是非常明显的: ①在推力轴承的作用下, 系统的倍周期分叉集、尤其是伪周期分叉集向右移动, 说明推力轴承推迟了系统周期解的分叉, 提高了系统周期解的稳定性; ②在 e 为 $5 \sim 25 \mu\text{m}$ 的情况下, 随着转速的增加, 无推力轴承作用的转子系统将 2 次穿越倍周期分叉集(在倍周期区域后还有一个同步周期解的区域与之相连), 而在推力轴承的作用下, 系统倍周期解区域后的同步周期解区域几乎消失, 可见在 e 较大时, 系统的稳定性区域有所减小; ③振动量是影响转子系统平稳运转的重要因素, 过大的振动量对于整个系统的运行是不利的. 由图 4 可以看出, 在推力轴承的作用时, 系统的一阶临界转速明显增大, 而振动的振幅明显下降. 无推力轴承作用时的最大振幅为 $12 \mu\text{m}$, 而有推力轴承作用时, 最大振幅仅为 $4 \mu\text{m}$, 减小了 67%, 这说明推力轴承有效地抑制了系统的横向振动, 改善了系统的运行状态.

推力轴承对柔性转子系统的稳定性有很大影响, 推力轴承不仅降低了共振振幅, 而且提高了系统的稳定性, 但在 e 比较大的倍周期解区域, 会使系统的稳定性有所下降.

3.2 不同偏心量下轴心轨迹的对比

在 $e=5 \mu\text{m}$ 时, 不考虑推力轴承的作用, $v=15\,540 \text{ r/min}$ 时系统发生伪周期分叉, 图 5 给出了 $v=15\,550 \text{ r/min}$ 时系统的伪周期解. 当考虑推力轴承的作用时, 系统在 $v=21\,700 \text{ r/min}$ 时才发生伪周期分叉, 图 6 给出了 $v=15\,550 \text{ r/min}$ 时系统的稳态周期解.

由图 5 和图 6 可以看出系统的解明显不同, 在有推力轴承的作用时, 系统从伪周期解转为同步周期解, 即系统从不稳定区域进入稳定运行区域. 图 7 给出了 $e=10 \mu\text{m}$ 、 $v=11\,600 \text{ r/min}$ 时, 无推力轴承作用的转子系统的稳态周期解, 以及左端轴承节点处的轴心轨迹. 图 8 给出了 $e=10 \mu\text{m}$ 、 $v=11\,600 \text{ r/min}$ 时, 推力轴承作用下转子系统的倍周期解, 以及左端轴承节点处的轴心轨迹. 在推力轴承的作用下,

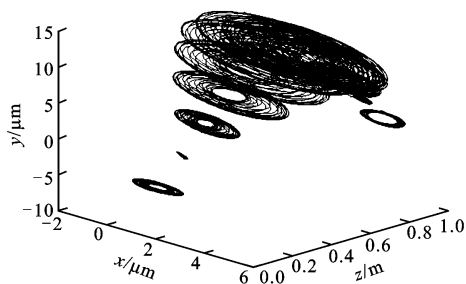


图5 无推力轴承作用的系统伪周期解
($e=5\mu\text{m}$, $v=15\,550\text{ r/min}$)

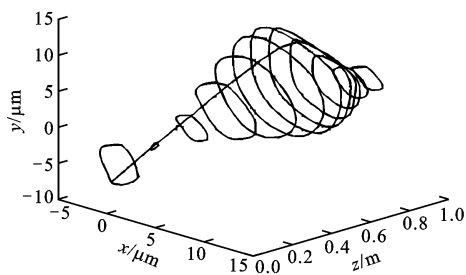
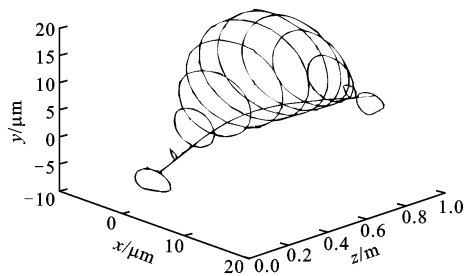
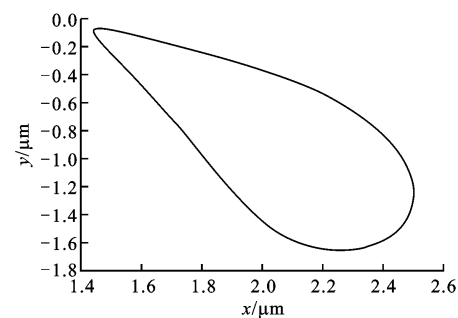


图6 有推力轴承作用的系统稳态周期解
($e=5\mu\text{m}$, $v=15\,550\text{ r/min}$)

系统的解从同步周期解转为倍周期解,转子弯曲变形明显增大,轴心轨迹也有所增大,这说明此时推力轴承并没有改善系统运动的稳定性,其原因主要是由于圆盘的偏心增大造成的。

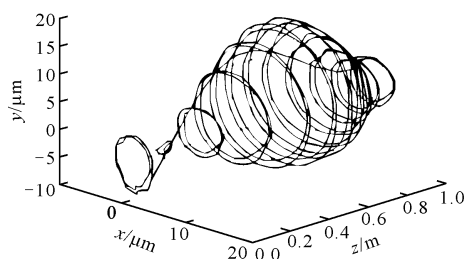


(a) T 周期解

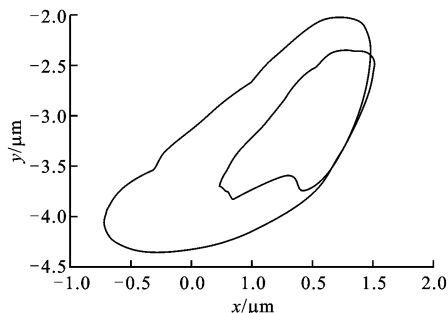


(b) 左端轴承节点处的轴心轨迹

图7 无推力轴承作用的系统周期解
($e=10\mu\text{m}$, $v=11\,000\text{ r/min}$)



(a) $2T$ 周期解



(b) 左端轴承节点处的轴心轨迹

图8 有推力轴承作用的系统倍周期解
($e=10\mu\text{m}$, $v=11\,000\text{ r/min}$)

从图5~图8中可以看出,在偏心量以及转速不同时,推力轴承对系统运行状态的影响也有所不同,而且偏心量越小,系统越容易运行在稳定解区域内。

4 结 论

本文建立了由固定瓦推力轴承支承的柔性转子系统的模型,通过动力方程求得不平衡量改变时系统的非线性不平衡响应及分叉规律,判断了系统 T 周期解的局部稳定性,详细讨论了推力轴承以及圆盘质量偏心对整个系统稳定性的影响,得出的主要结论如下。

(1) 推力轴承在很大程度上有助于提高系统运行的稳定性,不仅减小了系统伪周期解的区域,延迟了系统周期解的分叉,而且提高了系统的临界转速和失稳转速,从而有效抑制了转子的横向振动。

(2) 在推力轴承作用下,系统倍周期解的区域增加,原来系统倍周期解后的稳定周期解区域几乎消失,此时系统的稳定性反而降低,可见推力轴承对轴承转子系统的稳定性也有一定的不利影响。

(3) 质量偏心对整个系统运行的稳定性也有很大影响。在实际转子系统的运行中,降低系统的质量偏心对整个系统的稳定性是有益的。

参考文献:

- [1] MITTWOLLEN N, HEGEL T, GLIENICKE J. Effect of hydrodynamic thrust bearings on lateral shaft vibrations [J]. ASME, 1991, 113(4): 811-817.
- [2] 陈渭,朱均. 推力轴承对单质量转子弯曲振动状态的影响 [J]. 西安交通大学学报,1998, 32(2): 36-52.
CHEN Wei, ZHU Jun. Effects of thrust bearing on flexural vibrations of a Jeffcott rotor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1998, 32(2): 36-52.
- [3] 姜培林,虞烈. 推力轴承对轴承-转子系统的耦合作用研究 [J]. 应用力学学报,1996, 13(4): 46-52.
JIANG PeiLin, YU Lie. The research of coupling influence of thrust bearing on the rotor system [J]. Journal of Applied Mechanics, 1996, 13(4): 46-52.
- [4] KIM Y B, NOAH S T. Bifurcation analysis for a modified Jeffcott rotor with bearing clearance [J]. Nonlinear Dynamics, 1990, 1(3): 221-241.
- [5] 张直明. 滑动轴承的流体动力润滑理论 [M]. 北京:高等教育出版社, 1986: 46-53.
- [6] HO Y S, LIU H, YU L. Effect of thrust magnetic bearing on stability and bifurcation of a flexible rotor active magnetic bearing system [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2003, 125: 307-315.
- [7] ZHANGJiazhong, XU Qingyu, ZHENG Tiesheng. A method for determining the periodic solution and its stability of a dynamic system with local nonlinearities [J]. Acta Mechanica Sinica, 1998, 30(50): 572-579.
- [8] 刘恒. 转子轴承系统稳定性分叉问题的研究 [D]. 西安:西安交通大学,1998.
- [9] IOOSS G, JOSEPH D D. Elementary stability and bifurcation theory [M]. New York, USA: Springer-Verlag Inc. ,1980.
- [10] PINKUS O, STERNLICIT B. Theory of hydrodynamic lubrication [M]. New York, USA: McGraw-Hill Inc. , 1961.

(编辑 管咏梅)