

求解大型电力系统机电振荡模态的逆幂方法

岳涵, 赵登福, 夏道止, 杜正春

(西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安)

摘要: 提出了一种求解大规模电力系统全部机电振荡模态的逆幂算法. 首先忽略调速器模型、负荷电动机模型(对未装有电力系统稳定器(PSS)的发电机组进一步忽略励磁调节器模型)对机电振荡模态的影响, 以形成合理的降阶系统, 由于降阶前后系统的机电振荡模态一一对应, 因而降阶不会影响原系统机电振荡模态的个数和机电振荡模态与机组的相关性. 采用 QR 法得到降阶系统的所有机电振荡模态, 以这些模态作为原系统机电模态的近似值, 进而利用逆幂法追踪原系统的所有机电振荡模态. 根据电力系统特性应用了稀疏技术, 提高了求取机电振荡模态的速度. 对 2009 年西北电网系统 4 个典型运行方式的计算结果表明了算法的有效性和应用于大规模电力系统的潜力.

关键词: 大型电力系统; 小干扰稳定性; 逆幂法; 机电振荡模态; 稀疏技术

中图分类号: TM744 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)10-0093-06

Inverse Power Algorithm for Solving Electromechanical Modes of Large-Scale Power System

YUE Han, ZHAO Dengfu, XIA Daozhi, DU Zhengchun

(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An inverse power algorithm to obtain all electromechanical modes for large-scale power system is proposed. The influences of governor, motor load and excitation regulator in the generator without PSS on electromechanical oscillation modes are ignored to establish an order-reduction system. The electromechanical oscillation modes of the reduced-order system correspond one to one with that of the original system, thus the order reduction exerts no effect on the number and the related generators of the electromechanical oscillation mode. These modes are regarded as the approximation of electromechanical oscillation ones of the original system, and all original system electromechanical oscillation modes are traced by inverse power algorithm. The results of four typical operation modes in Northwest Power Grid in 2009 indicate the validity and potentiality.

Keywords: large scale power system; small signal stability; inverse power algorithm; electromechanical mode; sparse technology

在电力系统小干扰稳定分析中, 状态矩阵 A 一般是实不对称稠密矩阵^[1]. 现今大多数的小干扰稳定分析都是使用 QR 法计算 A 的全部特征值. 该方法具有鲁棒性好、收敛速度快的特点, 根据全部特征值能够清楚地分离并确定所有的模态, 用特征向量容易确定各模态的表现以及模态和状态变量之间的关系.

现代电力系统不断朝着大规模的方向发展, 当矩阵 A 的阶数特别大时, 受计算机字长限制而产生了舍入误差, 采用 QR 法迭代时可能不收敛, 有时即使收敛, 误差也可能淹没真值. 因此, 产生了两类针对大规模电力系统特征值求解的特殊方法: 一类是降阶方法^[2-7], 这类方法的缺点是容易遗漏关键模态; 另一类是直接在原系统中求得选择特征子集的

特殊方法^[8-11]. 特征子集方法可以求得设定空间范围内的所有特征根,但可能计算出许多频率很大的特征根,对于低频振荡分析来说,这些特征值是不重要的,因此这一类方法包含大量冗余计算. 在电力系统低频振荡分析中,起关键作用的是机电振荡模态,只要求出所有的机电振荡模态,就可以判断出低频振荡发生的原因、影响振荡的主要因素和设计低频振荡抑制器.

本文提出了一种低频振荡分析中获得全部机电振荡模态的逆幂算法,同时根据电力系统状态矩阵的稀疏特征,采用了稀疏技术进行逆幂法的稀疏迭代,提高了求取机电振荡模态的速度.

1 机电振荡模态逆幂方法的数学模型

- 求解机电振荡模态的逆幂算法分为两大步骤:
- (1)对原系统进行合理降阶,以 QR 法求得的降阶系统的机电振荡模态作为原系统机电振荡模态的近似值;
 - (2)以步骤(1)为基础,利用逆幂法追踪原系统的全部机电振荡模态.

1.1 系统的降阶模型

通常系统的降阶程度越大,以 QR 法计算机电振荡模态计算量越小,但降阶系统的机电振荡模态偏离原系统相应的模态就越远. 所以,降阶方式的选择要均衡系统降阶程度与降阶系统机电振荡模态偏离程度这两方面. 一般来说,调速器模型、负荷的电动机模型对机电振荡模态的影响相对较小,按上述原则有 4 种降阶方式,如表 1 所示.

表 1 4 种降阶方式

方式	同步电机	励磁调节器	PSS
1	✓	✓	✓
2	暂态电势变化		✓
3 (安装 PSS)	✓	✓	✓
3 (未安装 PSS)	✓	×	×
4	✓	×	×

注:✓表示保留原模型;×表示舍去原模型.

通过大量的仿真计算与分析,对降阶效果进行比较,因篇幅关系,这里仅列出西北电网 2009 年冬大 4 种降阶方式下的部分机电振荡模态,见表 2~表 5.

表 2 方式 1 降阶前后系统机电振荡模态的比较

序号	机组	模态值	
		降阶系统	原系统
1	靖远 1J,靖远 2J	-2.939 7+j14.070 1	-2.824 2+j14.072 3
2	靖远 1J,靖远 3J	-1.259 0+j13.255 6	-1.145 6+j13.321 0
3	西夏 1J+,DWKOU2	-1.598 0+j13.213 0	-1.492 6+j13.226 9
4	兰铝 1J+	-0.795 1+j8.992 7	-0.750 8+j9.064 9
5	公伯峡 1J	-1.692 5+j7.631 2	-1.680 6+j7.568 6

表 3 方式 2 降阶前后系统机电振荡模态的比较

序号	机组	模态值	
		降阶系统	原系统
1	靖远 1J,靖远 2J	-1.368 7+j10.234 8	-2.824 2+j14.072 4
2	靖远 1J,靖远 3J	-0.637 4+j10.080 0	-1.145 6+j13.321 0
3	西夏 1J+,DWKOU2	-0.533 8+j10.301 3	-1.492 5+j13.226 9
4	兰铝 1J+	-0.306 8+j8.231 1	-0.523 0+j9.080 0
5	公伯峡 1J	-0.289 0+j6.735 6	-1.680 6+j7.568 6

表 4 方式 3 降阶前后系统机电振荡模态的比较

序号	机组	模态值	
		降阶系统	原系统
1	靖远 1J,靖远 2J	-2.842 1+j14.064 5	-2.824 2+j14.072 3
2	靖远 1J,靖远 3J	-1.330 4+j13.255 1	-1.145 6+j13.321 0
3	西夏 1J+,DWKOU2	-1.535 4+j13.230 6	-1.492 6+j13.226 9
4	兰铝 1J+	-0.750 8+j9.064 9	-0.523 0+j9.080 1
5	公伯峡 1J	-1.684 5+j7.573 7	-1.680 6+j7.568 6

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_{G1} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_{Gg} & & \\ & & \tilde{\mathbf{C}}_{D1} & \mathbf{0} \\ & & & \ddots \\ & \mathbf{0} & & \tilde{\mathbf{C}}_{Dd} \\ & & & & \tilde{\mathbf{C}}_{L1} & \mathbf{0} \\ & & & & & \ddots \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & \tilde{\mathbf{C}}_{Ll} \\ \mathbf{0} & & \dots & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} Y_G - D_G & Y_{GD} & Y_{GL} & Y_{GM} \\ Y_{DG} & Y_D - D_D & Y_{DL} & Y_{DM} \\ Y_{LG} & Y_{LD} & Y_L - D_L & Y_{LM} \\ Y_{MG} & Y_{MD} & Y_{ML} & Y_M \end{bmatrix} \quad (5d)$$

从式(5)中可以看出, $\tilde{\mathbf{A}}$ 为分块对角阵, $\tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ (其中“0”分别表示相应维数的零矩阵) 为分块稀疏矩阵, $\tilde{\mathbf{D}}$ 也是分块稀疏矩阵, 其稀疏结构同导纳矩阵相同. 将式(4)带入式(1)中的第一式

$$(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{D}}^{-1}\tilde{\mathbf{C}} - \tau\mathbf{I})\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{v}^{(k-1)} \quad (6)$$

展开上式得

$$(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})\mathbf{z}^{(k)} - \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{D}}^{-1}\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{v}^{(k-1)} \quad (7)$$

令 $\mathbf{w}^{(k)} = -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}^{(k)}$, 则 $\mathbf{z}^{(k)} = -\tilde{\mathbf{C}}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{w}^{(k)}$, 带入式(7)得

$$(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})\tilde{\mathbf{C}}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{w}^{(k)} - \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{w}^{(k)} = \mathbf{v}^{(k-1)} \quad (8)$$

对式(8)两端同时左乘 $\tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}$, 得

$$(\tilde{\mathbf{D}} - \tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}\tilde{\mathbf{B}})\mathbf{w}^{(k)} = -\tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}\mathbf{v}^{(k-1)} \quad (9)$$

考虑到 $\mathbf{w}^{(k)} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}^{(k)}$, 由式(7)可得

$$\mathbf{z}_R^{(k)} = (\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{v}_R^{(k-1)} - \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{w}_R^{(k)}) \quad (10)$$

式(9)和式(10)等价于式(1)中的第一式, 因此可将求解式(1)中的第一式用式(9)和式(10)替换, 从而求得所需要的向量 $\mathbf{z}_R^{(k)}$. 式(9)对于给定的 τ , 首先计算矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}^* = \tilde{\mathbf{D}} - \tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}\tilde{\mathbf{B}}$, 并作稀疏三角分解 $\tilde{\mathbf{D}}^* = \mathbf{LU}$. 注意到 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})$ 为分块对角阵, 一个动态元件对应于一个对角块, 因此 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}$ 可通过对各对角块分别直接求逆得到. 另外, 不难看出 $\tilde{\mathbf{D}}$ 和 $\tilde{\mathbf{D}}^*$ 有相同的稀疏结构 (2×2 的分块稀疏阵).

以上最终求解的 $\mathbf{z}_R^{(k)}$ 是右特征向量. 左特征向量实际上是 $\mathbf{A}^T$ 的右特征向量, 求解步骤可以归纳如下.

(1) 求解方程得到 $\mathbf{w}_L^{(k)}$, 即

$$\tilde{\mathbf{D}}^* \mathbf{w}_L^{(k)} = -\mathbf{v}_L^{(k-1)} [(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}] \tilde{\mathbf{B}} \quad (11)$$

(2) 计算

$$\mathbf{z}_L^{(k)} = (\mathbf{v}_L^{(k-1)} - \mathbf{w}_L^{(k)} \tilde{\mathbf{C}})(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1} \quad (12)$$

上述的求解过程可以利用右特征向量求解过程的中间结果 $\tilde{\mathbf{D}}^{*T} = (\mathbf{LU})^T = \mathbf{U}^T \mathbf{L}^T$ 得到, $[(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}]^T$ 可由 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tau\mathbf{I})^{-1}$ 每个子块转置即可.

1.3 求取机电振荡模式的逆幂算法流程

根据以上的论述, 在大规模电力系统小干扰稳定性分析中, 逆幂法求解机电振荡模式的实现步骤可归纳如下.

(1) 对原系统降阶, 利用 QR 方法得到降阶系统的特征值, 挑出其中的机电振荡模式 λ'_k , 置 $k=1$, 求出其参与机组.

(2) 利用逆幂法求出离 $\tau = \lambda'_k$ 最近的原系统的特征值 λ_k . 如果 λ_k 是机电振荡模式, 而且参与机组与 λ'_k 的参与机组相同或基本相同, 则 λ'_k 对应的原系统的机电振荡模式为 λ_k , 置 $k=k+1$, 重新执行步骤(2); 否则, 对 λ'_k 按 $\tau = \lambda'_k + am + jbn$ (a, b 是很小的步长, $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 进行修正, am 是 λ'_k 实部的修正量, bn 是 λ'_k 虚部的修正量. 重新执行步骤(2).

(3) 如此循环, 直至找到降阶系统所有机电振荡模式 λ'_k 对应于原系统的机电振荡模式.

求解大规模矩阵机电振荡模式的逆幂算法流程如图 1 所示.

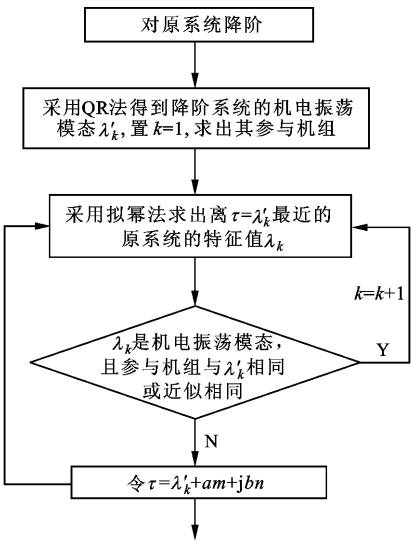


图 1 机电振荡模式的逆幂算法流程

2 算例与分析

西北电网含陕西、宁夏、甘肃、青海 4 个区域,有冬大、冬小、夏大、夏小 4 种典型运行方式. 2009 年 4 种运行方式的网络数据(只列出动态元件)见表 6. 2009 年西北电网 4 种典型运行方式降阶前后的系统阶数如表 7 所示.

表 6 西北电网 2009 年 4 种运行方式的网络数据

阶段	冬大	冬小	夏大	夏小
发电机/台	70	58	68	57
负荷/个	373	353	355	336
直流系统/个	2	2	2	2

表 7 西北电网 2009 年 4 种运行方式降阶前后的系统阶数

阶段	冬大	冬小	夏大	夏小
降阶前阶数	1 235	1 132	1 253	1 119
降阶后阶数	489	441	526	482

表 8 本文算法和 QR 法得到机电振荡模式

序号	机组	模态值	
		QR 法	逆幂法
1	JINGTAI18	-0.731 2+14.556 2	-0.731 2+j14.556 1
2	渭河 3J,渭河 5J+	-1.003 3+j13.564 3	-1.003 3+j13.564 3
3	马莲台 2J,马莲台 1J	-1.028 4+j12.787 3	-1.028 4+j12.787 1
4	大通 1J,大通 2J	-1.984 1+j11.524 0	-1.984 1+j11.524 4
5	蒲城 G1+,铜川 1J+	-0.735 8+j10.470 9	-0.735 4+j10.470 3
6	石一 1J,石二 1J+	-0.649 2+j8.324 8	-0.649 5+j8.324 7
7	公伯峡 1J	-1.680 5+j7.568 5	-1.680 5+j7.568 5
8	刘家峡 2J,龙羊峡 1J	-0.254 5+j6.856 1	-0.254 5+j6.856 6

表 9 列出了本文算法与 QR 法计算出 4 种运行方式的机电振荡模式所花费的时间. 从表 9 可以看出,对西北电网的 4 种运行方式,由于在逆幂法中采用了稀疏迭代,求解大规模电力系统全部机电振荡模式的效率明显高于 QR 法.

以本文方法进行降阶,由于系统的网络拓扑和发电机的数目没有变化,降阶前、后系统的机电振荡模式的数目和对应性没有改变,因而不会影响机电振荡模式的个数及每个机电振荡模式与相关机组的相关性,降阶只会影响机电振荡模式实部和虚部值,所以只要追踪到降阶后每一个机电振荡模式对应的

用 QR 法求出 4 种运行方式降阶前后系统的所有机电振荡模式. 降阶前后系统彼此靠近且有相同的参与机组的模式编号,用带有箭头的线段连接,箭头指向降阶前系统的机电振荡模式. 限于篇幅,以下仅以冬大方式为例说明.

由表 7 可以看到,系统的降阶程度较大. 但从图 2 可以看出,这样的降阶程度并没有使系统的机电振荡模式偏离精确值很远,尤其是它们的虚部,而且降阶前后的机电振荡模式一一对应,降阶并没有改变系统机电模式的性质. 这表明了本文降阶方法的合理性,为逆幂法快速追踪上原系统对应机电振荡模式奠定了坚实基础.

以本文提出的方法,对电网的 4 种运行方式进行计算,结果如图 3 所示. 从图 3 可以看出,逆幂法追踪到的机电振荡模式与 QR 法得到的机电振荡模式是重合的,表明逆幂法追踪到了系统的所有机电振荡模式.

表 8 列出了图 3 中两种算法获得的机电振荡模式及各自的参与机组. 限于篇幅,这里只给出了部分具有代表性的机电振荡模式.

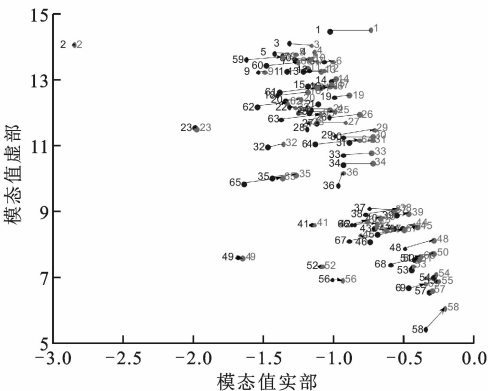


图 2 降阶前后系统的机电振荡模式

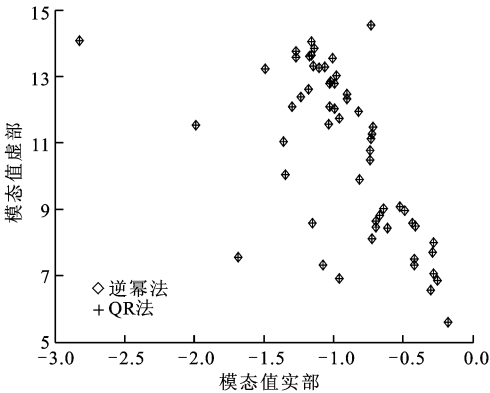


图 3 两种算法获得的机电振荡模态图

表 9 本文算法与改进 QR 法计算时间的比较				
阶段	冬大	冬小	夏大	夏小
本文算法计算时间/s	484	421	462	414
改进 QR 法计算时间/s	572	511	558	504

模态,就得到了原系统所有的机电振荡模态。

对于超大规模的电力系统,由于逆幂法只能求得离降阶方式下的近似机电振荡模态 τ'_n 最近的特征值,但不一定与原系统的机电振荡模态 τ_n 最近,这时需要对降阶方式下的近似机电振荡模态进行修正。修正公式为 $\tau=\tau'_n+am+jbn$ (a,b 是步长; $m,n=0,\pm1,\pm2,\cdots$)。 a,b 的大小取决于系统的规模,系统规模大、机电振荡模态彼此比较靠近时, a,b 应选比较小的数值,这样使用逆幂法即可追踪到大规模电力系统的机电振荡模态。

3 结 论

通过大量的算例表明,对于忽略调速器模型、负荷电动机模型(对未装 PSS 的发电机组进一步忽略励磁调节器模型)的降阶系统,由于降阶前、后系统的网络拓扑和发电机数目相同,因而不影响系统的机电振荡模态的个数及每个机电振荡模态与相关机组的相关特性。在降阶系统机电振荡的基础上,用本文提出的具有稀疏特性的逆幂算法可快速追踪原系统的相对应的全部机电振荡模态,为分析大规模电力系统小干扰稳定性提供了一种新方法。

参考文献:

[1] 王锡凡,方万良,杜正春. 现代电力系统分析[M]. 北京:科学出版社,2003.

[2] VERGHESE G C, PEREZ-ARRIAGA I J, SCHWEPPE F C. Selective modal analysis with applications to electric power systems:part I [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(9):3126-

3134.

[3] SANCHAJ L, PEREZ-ARRIAGA I J. Selective model analysis of electric power systems oscillatory instability[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1988, 3(2):429-438.

[4] BYERLY R T, BENNON R J, SHERMAN D E. Eigenvalue analysis of synchronizing power flow oscillations in large electric power systems[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(1):235-243.

[5] MARTINS N. Efficient eigenvalue and frequency response methods applied to power system small-signal stability studies[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1986, 1(1):217-224.

[6] WONG D Y, ROGERS G J, PORRETTA B, et al. Eigenvalue analysis of very large power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1988, 3(2):472-480.

[7] SAUER P W, RAJAGOPALAN C, PAI M A. An explanation and generalization of the AESOPS and PEALS algorithms [power system models] [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1991, 6(1):293-299.

[8] GOLUB G H, VAN LOAN C F. Matrix computations [M]. 3rd ed. Baltimore, MD, USA: The Johns Hopkins University Press, 1996.

[9] STEWART W J, JENNINGS A. A simultaneous iteration algorithm for real matrices [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1981, 7(2):184-198.

[10] DUFF S, SCOTT J A. Computing selected eigenvalues of spares unsymmetric matrices using subspace iteration[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1993,19(2):137-159.

[11] SCOTT J A. An arnoldi code for computing selected eigenvalues of sparse, real, unsymmetric matrices[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1995, 21(4):432-475.

[12] 邓建中,刘之行. 计算方法[M]. 西安:西安交通大学出版社,2001:197-198.

[13] 杜正春,刘伟,方万良,等. 小干扰稳定分析中一种关键特征值计算的稀疏实现[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(2):17-21.

DU Zhengchun, LIU Wei, FANG Wanliang, et al. A sparse method for the calculation of critical eigenvalue in small signal stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(2):17-21.

(编辑 杜秀杰)