

应用变量因果序分析的符号有向图建模方法

黄信林, 高建民, 高智勇, 吕延庆

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对传统符号有向图(SDG)建模方法容易引入虚假因果关系的问题,利用因果序分析对系统各阶自含结构进行逐层分解,通过各阶变量完全子集迭代解析平衡结构变量的层级因果关系,以及典范式积分链的约简导出动态结构变量的层级因果关系,运用中间变量的衔接作用,结合变量系数辨识定性的因果影响效果,实现了平衡、动态及混合结构的线性系统 SDG 模型的构建.以串联存储系统为实例进行验证,结果表明该方法消除了以系统方程等式关系直接导出 SDG 模型引入的虚假因果关系,且辨识出多处潜在的因果关系,与传统的 SDG 建模方法相比,以该方法构建的 SDG 模型精度更高,而且完备性较好.

关键词: SDG 建模; 虚假因果关系; 因果序分析

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)05-0085-06

New Methodology of Signed Digraph Modeling Based on Causal Ordering Analysis

HUANG Xinlin, GAO Jianmin, GAO Zhiyong, LÜ Yanqing

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Focusing on signed digraph (SDG) models holding inaccurate information to induce spurious solution, causal ordering analysis is introduced to resolve causal dependent relation of system variables. The hierarchical causal dependent relation among variables in system equations is revealed by complete subsets iteration of self-contained structure of equilibrium structure and integral chain reduction in canonical form of dynamic structure. The causal dependent effect among variables is obtained by coefficients identification. SDG models are then constructed for linear systems of three forms of equilibrium structure, dynamic structure and mixed structure based on causal ordering analysis. The experimental instance indicates that in the SDG model constructed the spurious information is removed and the accuracy of SDG model is improved effectively.

Keywords: signed digraph modeling; spurious causal relation; causal ordering analysis

传统符号有向图(SDG)模型是对系统状态变化的定性模拟^[1],一般依赖于对系统的理解和操作经验来建立,或从系统代数方程与微分方程等式关系中导出^[2]. Umeda 和 Maurya 等人^[3-4]提出了基于微分方程分析的 SDG 建模的方法,通过对系统微分方程关联变量求偏导,得出了变量的影响关系,该方法相对准确,但推导繁琐. 李安峰等^[5]在总结经验知识

建模方法的基础上,提出根据经验知识列写变量影响方程组、依据变量影响关系建立 SDG 模型的方法,该方法简便易行,但对经验知识依赖性较高,容易出现模型不完备的问题. Maurya 等^[6]在基于系统数学方程分析的 SDG 建模方法的基础上,提出采用完全匹配法对系统变量关联关系进行约减的方法,该方法操作性强,但模型中仍存在着虚假因果关系.

本文针对现有 SDG 建模方法容易引入虚假因果关系的问题,提出了利用因果序分析解析系统数学方程中隐含的变量因果依赖关系,在此基础上构建线性系统 SDG 模型的方法,通过对系统各阶自含结构进行逐层分解,利用各阶变量完全子集迭代得出变量的层级因果关系,结合变量系数辨识定性因果影响效果,实现了平衡、动态结构和两者混合结构的线性系统 SDG 模型的构建。

1 因果序

因果序是由 Simon^[7-8]等提出的表征线性系统变量因果依赖关系的数学概念及相应的分析方法。以方程形式描述的系统变量之间虽然在函数形式上存在等量关系,但在物理运行机制上变量之间则存在着因果依赖的非对称偏序关系,即因果序。系统变量在因果依赖关系的内在约束下相互作用,达到外在等式平衡状态,如 $A=B$ 确定了变量 A 与 B 之间遵从的等值约束关系,而 $A \rightarrow B$ 的因果序关系则确定了系统的变化方式,即 A 作为原因驱动 B 变化以达到 $A=B$ 的平衡形式。在一个系统中,所有变量之间的因果序确定了系统状态转换过程中变量变化的因果传递过程。

定义 1 采用非齐次线性方程组描述并满足如下条件的系统结构称为线性结构:①从系统方程组(包含 n 个方程)中任取 k 个($0 < k \leq n$)方程,至少有一个以上方程中含有 k 个以上的非零系数变量;②系统方程组的任何 k 个方程组成的子集中,若出现非零系数变量数 $m \geq k$,已知其中任意 $(m-k)$ 个变量的值,剩余的 k 个变量值可以通过解方程组来确定。条件①保证系统结构方程不会过分限定,条件②保证求解时可以得到唯一的解。

定义 2 记线性结构系统方程组的集合为 A , A 中的方程个数为 N_A , A 中所含变量组成的集合为 α , 变量个数为 n_α , 当且仅当 $N_A = n_\alpha$ 时,称 A 为自含结构,当 $N_A < n_\alpha$ 时,称 A 为组合结构。自含结构是系统中可解且解唯一的部分,由此可推出以下定理。

定理 1 A 、 B 均为自含结构,则 $C = A \cap B$ (C 由同属于 A 、 B 的方程组成)也是自含结构。

定义 3 线性结构系统中,自含且其本身不再包含自含真子集的子集,称为该线性结构系统的极小自含子集。

定理 2 线性结构系统方程组中包含的所有极小自含子集,以及由各极小自含子集中的变量组成的集合均不存在相同元素。由此,对于一个包含 α 的自含

线性结构系统 A , 可以将其分为两部分:所有极小自含子集 $(A_1, A_2, \dots, A_k)$ 的合集 $A' = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$ (其变量集合为 $\alpha' = \alpha_1 \cup \alpha_2 \cup \dots \cup \alpha_k$) 和 B 。由定理 2 可知

$$N_{A'} = \sum N_{A_i} \quad (1)$$

$$n_{\alpha'} = \sum n_{\alpha_i} = \sum N_{A_i} \quad (2)$$

因此,可得

$$N_{A'} = n_{\alpha'} \quad (3)$$

即 A' 包含的方程数与其方程中包含的变量个数相等。此时,如果 $B \neq \phi$, 记 B 中方程个数为 N_B , B 中所含变量组成的集合为 β , 变量个数为 n_β , 则

$$n_\beta > N_B \quad (4)$$

式(4)说明 α' 中至少有 1 个以上变量属于 β 。由于 A' 自含,可以解出该集合的所有变量值,因此将同属于 A' 和 B 的变量值代入到 B 方程组中,可以得到一个 $n_{(\beta-\beta \cap \alpha')} = N_B$ 的新的自含线性结构,称为 1 阶导出结构。对于该 1 阶导出结构,同样可以将其分为所有极小自含子集的合集 $B' = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_m$ 与非自含子集部分。重复上述过程,可从非自含子集部分中导出 2 阶结构。以此类推,可导出系统的各阶导出结构。

对于实际工程系统,由于 A 的方程数有穷,所以最终必将导出某阶只包含自含极小子集且无更高阶的导出结构,即该系统的最高阶导出结构。

定义 4 第 k 阶导出结构的极小自含子集的集合称为自含线性结构系统的 k 阶完全子集。

定义 5 若 D 是某自含线性结构系统的 k 阶完全子集,如果 $x_i \in D$, 且 $x_i \notin \{k \text{ 阶以下系统各阶完全子集}\}$, 则称 x_i 是 D 的内生变量;如果 $x_i \in D$, 且 $x_i \in \{k \text{ 阶以下系统各阶完全子集}\}$, 则称 x_i 是 D 的外生变量。

由以上讨论可知,自含线性结构系统中的变量将以内生变量形式出现在系统各阶完全子集中,且不会再作为内生变量出现在其低阶结构的完全子集中,但可以以外生变量的形式出现在高阶导出结构的完全子集中。由此,系统方程组的各阶完全子集之间以及方程组内生变量子集之间,都存在着——对应的层次依赖关系。

通过各阶结构的导出过程,将系统进行逐层分解,系统变量将分布在各阶结构完全子集之中,低阶结构的内生变量将以外生变量形式出现在高阶结构中,其取值在该低阶结构中是唯一确定的。

2 线性系统因果序分析

对于线性结构系统中的平衡结构形式和动态结构形式,根据数学描述形式的不同,其因果序分析过程叙述如下。

2.1 平衡结构的因果序分析

线性系统平衡结构一般采用代数方程组来描述系统的变量关系,即

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (5)$$

在稳态条件下,采用式(5)描述且解为唯一确定的线性结构称为自含平衡结构。对包含 n 个变量、 n 个代数方程的自含平衡结构,应满足定义 1 中的条件①和②。根据线性系统因果序分析理论,构建平衡结构变量因果序的分析步骤如下。

步骤 1 记给定自含平衡结构方程组为 S , 找出 S 的所有极小完全子集 S' , S 自含且不含自含真子集。

步骤 2 记 S 的所有极小完全子集的并集为 S_0 , S_0 为 0 阶完全子集, S_0 必自含。

步骤 3 将 S_0 中所有系数不为 0 的变量与方程组 $(S-S_0)$ 中相同变量相抵消,消除 $(S-S_0)$ 的外生变量,得到一个新的自含结构,称为 1 阶导出结构。重复步骤 1 找出该导出结构的所有极小完全子集,记 S_1 为该导出结构的 1 阶完全子集。

步骤 4 重复步骤 3,得出系统各阶导出结构及其完全子集,直到导出结构不再含有自含真子集,即最高阶结构。

按照步骤 1~步骤 4 求解后, S 中的变量分布在各阶结构中,在求解过程中从某阶结构消除的变量直接依赖于次阶结构的其他变量,由此可以确定系统中各阶变量间的因果序关系。

2.2 动态结构的因果序分析

动态结构以 1 阶或高阶微分方程形式来描述系统动态的行为过程,即

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

采用式(6)描述且可得出确定解的动态结构称为自含动态结构。对包含 n 个变量、 n 个微分方程的自含动态结构,应满足的条件为:①结构中任何 k 个($0 < k \leq n$)方程中,至少出现 k 个不同变量的 1 阶导数;②在任何出现 $r(r \geq k)$ 个 1 阶导数的 k 个方程中,取其中任意 $(r-k)$ 个 1 阶导数值,剩余的 k 个导数值可以作为方程组中 n 个变量的函数且唯一确定。

给定含 n 个变量的动态自含结构,进行变换后

可以得出如式(6)所示的形式。式(6)中的右边不含任何导数,每个变量导数出现且仅出现在方程的左边,这种形式表现了动态系统的运行机制。第 i 个方程,即唯一含 x_i 导数的方程,是决定 x_i 时间轨迹运行机制的数学表达,并且 x_i 直接因果依赖于方程式右边的变量。在该变量因果依赖关系结构中,变量之间的相互影响是施加在变量的导数之上的,即通过对某一变量变化率的影响进而影响该变量的最终变化,而该变量通过对其他变量的影响则施加在其导数之上,从而形成动态结构的因果序。根据上述分析,可以得出动态系统的变量因果序分析:①变换动态结构微分方程组,得出如式(6)所示的典范形式;②构建变量及其导数的因果依赖关系结构,即式(6)左边变量的导数因果依赖于式(6)右边系数不为 0 的变量,变量本身因果依赖于变量导数的积分结果;③约减变量导数积分过程,去除因果依赖关系结构中起中间传递作用的变量导数,得出变量因果序关系。

3 基于因果序分析的 SDG 建模

由于结构方程的复合会导致变量之间的因果关系被消解,从而造成因果关系的遗失,因此在运用因果序分析建立 SDG 模型的过程中,需要根据基本物理原理对系统方程进行分析,将复合形式的系统方程拆解为基本结构方程,以还原系统内隐含的因果关系。系统方程中往往还存在着局外变量,即不受系统内部运行影响的外部变量,如环境温度、大气压力等,并且决定了系统内部其他变量的变化。因此,在进行因果序分析时,对系统局外变量需添加常数方程,以使系统满足自含结构条件。经过复合方程拆解和添加局外变量常数方程处理后的系统,满足定义 1 所述系统的自含条件,可进行因果序分析和 SDG 建模。

工程实际中采用代数方程、微分方程或两者混合形式描述的一般线性结构系统 M , 由 n 个变量和 n 个方程组成。记 M 中全部微分方程组成的子集为 $D(M)$, 由 $D(M)$ 中的导数变量构成子集 V , 对 V 中的变量添加常数方程,将 M 中的代数方程和 V 中的常数方程组成的子集记为 $S(M)$ 。经过复合方程拆解和添加局外变量常数方程后, M 形成变量值可解且解为唯一的自含混合结构,应满足的条件为:① n 个方程中的一个或多个是 1 阶微分方程,其余的是平衡方程;② $D(M)$ 的 k 元子集中,至少出现 k 个不同变量的 1 阶导数;③在任何出现 r 个 1 阶导数的

$D(M)$ 的 k 元子集($r \geq k$)中,任意取 $(r-k)$ 个1阶导数,余下的 k 个变量可以唯一确定;④恰好有 d 个不同变量的1阶导数出现在 $D(M)$ 中,其中 d 是集合 $D(M)$ 中方程的个数;⑤ $S(M)$ 是自含结构。

构建系统SDG模型的过程如下。

步骤1 对系统静态结构部分的 $S(M)$,采用2.1节所述方法分析其变量的因果序关系。

步骤2 对 $S(M)$ 因果序分析结果中存在因果依赖关系的变量对,取静态结构代数方程组中的变量系数 a_{ij} 的符号作为对定性因果影响的效果符号。

步骤3 对系统动态结构部分的 $D(M)$,采用2.2节所述方法分析其变量的因果序关系。

步骤4 对 $D(M)$ 因果序分析结果中存在因果依赖关系的变量对,求解 $\partial f_i / \partial x_j$,取求解结果符号作为变量对定性因果影响的效果符号。

步骤5 采用SDG图示化模型表示上述变量因果序关系和定性因果影响效果,以节点表示变量,用有向边连接存在因果序关系的变量对,取有向边的实、虚形式表示变量对定性因果的影响效果(实线为正影响,虚线为负影响)。

步骤6 若系统仅由平衡结构构成,取 $S(M)$ 分析结果来构建系统SDG模型;若系统仅由动态结构构成,则取 $D(M)$ 分析结果构建系统SDG模型;若系统为两者混合结构,首先分别构建 $S(M)$ 和 $D(M)$ 子集的SDG模型,然后约减重复连边,得出混合结构的系统SDG模型。

4 实例分析

图1所示为流程工业常见的串联液体存储系统^[9],是由平衡和动态结构组成的混合系统,其状态描述方程组为

$$P_1 = 0.02V_1^{3/5} + 1.0 \quad (7)$$

$$P_1 = P_2 - \rho g H_1 \quad (8)$$

$$P_3 = \rho g H_2 + P_0 \quad (9)$$

$$F_1 = C_2 V_2 (P_2 - P_3)^{1/2} \quad (10)$$

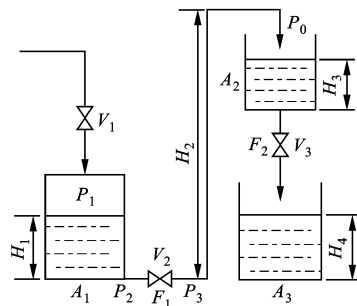
$$F_2 = C_3 V_3 (\rho g H_3)^{1/2} \quad (11)$$

$$A_1 \frac{dH_1}{dt} = -F_1 \quad (12)$$

$$A_2 \frac{dH_3}{dt} = F_1 - F_2 \quad (13)$$

$$A_3 \frac{dH_4}{dt} = F_2 \quad (14)$$

式中: C_1, C_2, C_3 表示阀门的流通量; ρ 为液体密度; g 为重力加速度。



P_0 :大气压力; P_1 :密封储罐的内压力; P_2, V_2 的阀前压力;
 P_3, V_2 的阀后压力; $V_1 \sim V_3$:阀门开度; $H_1 \sim H_4$:液位高度; F_1, F_2 :阀门流量; $A_1 \sim A_3$:储罐截面积

图1 三容器三阀门的串联存储系统

串联液体存储系统共有16个变量,由8个方程描述,根据各变量的物理意义, P_0, V_1, V_2, V_3, H_2 由系统外部条件确定,不随系统内部状态改变而变化,因此为局外变量,引入5个常数方程

$$P_0 = c_1 \quad (15)$$

$$V_1 = c_2 \quad (16)$$

$$V_2 = c_3 \quad (17)$$

$$V_3 = c_4 \quad (18)$$

$$H_2 = c_5 \quad (19)$$

根据流通量与各阀门开度的关系,其单调递增函数为

$$C_1 = f(V_1) \quad (20)$$

$$C_2 = f(V_2) \quad (21)$$

$$C_3 = f(V_3) \quad (22)$$

H_1, H_3, H_4 以导数形式在微分方程中出现,添加常数方程

$$H_1 = c_6 \quad (23)$$

$$H_3 = c_7 \quad (24)$$

$$H_4 = c_8 \quad (25)$$

在由式(7)~式(25)组成的系统方程组中,式(7)~式(11)、式(15)~式(22)以及 $H_1 \sim H_4$ 的常数方程式(23)~式(25)组成了该系统的 $S(M)$ 子集,应用平衡系统因果序分析方法分析其变量的因果关系,各阶结构如图2所示。其中,系统0阶极小完全子集为 $\{(15)(16)(17)(18)(19)(23)(24)(25)\}$,集中变量为 $P_0, V_1, V_2, V_3, H_1, H_2, H_3, H_4$;系统1阶极小完全子集为 $\{(7)(9)(20)(21)(22)\}$,集中变量为 P_1, P_3, C_1, C_2, C_3 ;系统2阶极小完全子集为 $\{(8)(11)\}$,集中变量为 P_2, F_2 ;系统3阶极小完全子集为 $\{(10)\}$,集中变量为 F_1 。

根据图2中对结构系数的分析,得出系统 $S(M)$ 子集的变量因果序,分析方程中各变量的系数符号,

综合后建立的 SDG 模型,如图 3 所示.

方程序号	P_0	P_1	P_2	P_3	V_1	V_2	V_3	C_1	C_2	C_3	F_1	F_2	H_1	H_2	H_3	H_4
(7)		•			•											
(8)		•	•										•			
(9)	•													•		
(10)			•	•		•			•		•					
(11)						•				•		•				•
(15)	•															
(16)					•											
(17)						•										
(18)							•									
(19)														•		
(20)					•			•								
(21)						•			•							
(22)							•			•						
(23)													•			
(24)															•	
(25)																•

(a)0 阶结构

方程序号	P_1	P_2	P_3	C_1	C_2	C_3	F_1	F_2
(7)	•							
(8)	•	•						
(9)			•					
(10)		•	•		•		•	
(11)						•		•
(20)				•				
(21)					•			
(22)						•		

方程序号	P_2	F_1	F_2
(8)	•		
(10)	•	•	
(11)			•

(c) 2阶结构

(b) 1阶结构

(d) 3阶结构

图 2 串联存储系统各阶导出结构的系数矩阵

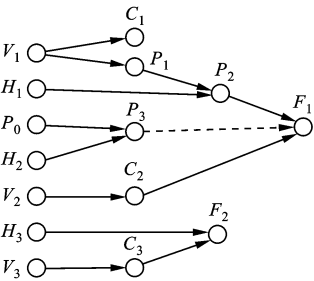
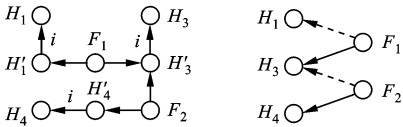


图 3 串联存储系统平衡结构子集的 SDG 模型

式(12)~式(14)组成了系统的 $D(M)$ 子集,应用动态系统因果序分析方法分析其变量及导数的因果依赖关系,如图 4a 所示,图中箭头表示积分关系.约减变量导数并计算 $\partial f_i/\partial x_j$ 以确定变量因果影响效果后,建立动态结构的 SDG 模型(见图 4b).图 5 所示为综合 $S(M)$ 和 $D(M)$ 两部分的系统 SDG 模型.图 6 为按传统方法构建的串联存储系统的 SDG 模型.

对比 2 种方法构建的 SDG 模型,图 6 中的变量



(a)动态结构影响关系 (b)动态结构 SDG
图 4 串联存储系统动态结构子集的 SDG 模型

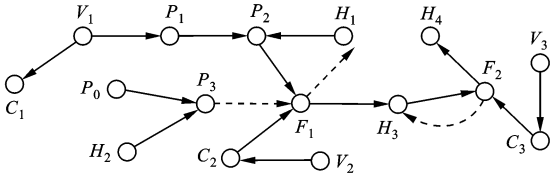


图 5 基于因果序分析建立的串联存储系统的 SDG 模型

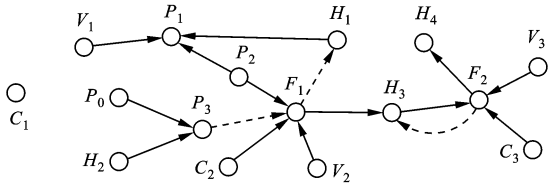


图 6 直接建立的串联存储系统的 SDG 模型

对 (V_1,C_1) 、 (V_2,C_2) 、 (V_3,C_3) 和 (H_1,P_2) 无连边,而因果序法 SDG 模型中添加了上述变量对连边,同时去除了 (H_1,P_1) 连边,并改变了 (P_1,P_2) 的连边方向.通过对系统工作机理的分析, H_1 、 P_1 为影响 P_2 变化的主要原因,图 6 中 (H_1,P_1) 和 (P_2,P_1) 的连边关系由式(8)直接得到,形成 H_1 、 P_2 直接因果影响 P_1 ,因此不符合实际,是错误的因果关系.另外,图 6 中的 C_1 成为孤立节点,同时 V_2 、 V_3 没有通过 $(V_2 \rightarrow C_2 \rightarrow F_1)$ 、 $(V_3 \rightarrow C_3 \rightarrow F_2)$ 传递形式而直接影响 F_1 、 F_2 ,且使 C_2 、 C_3 成为影响 F_1 、 F_2 的独立根源节点,这与工作机理是不相符的,将使诊断结果出现虚假解.通过对比可见,以因果序分析法构建的系统 SDG 模型比较符合系统的工作机理,并消除了传统法模型中错误的变量因果关系.

5 结 论

本文以因果序分析为基础,方便地实现了不同形式线性结构系统的 SDG 模型的构建.对以代数方程描述的平衡结构,采用方程极小完全子集迭代来分析其变量因果序的关系,对以微分方程描述的动态结构,采用典范式积分链约简来分析其变量因果序的关系.经过因果序分析后,系统变量将分布在各阶结构完全子集之中,且体现出层次依赖的因果序关系.本文以系统变量因果序关系为基础,利用关联

变量系数辨识因果影响效果,方便地实现了系统SDG的建模.实例分析表明,由本文方法建立的SDG模型能够准确地反映系统变量的因果影响关系,可消除利用方程等式关系建模带来的错误信息,从而减少了基于SDG模型的故障诊断和安全分析结果中的虚假解.

参考文献:

- [1] 吴重光,夏涛,张贝克. 基于符号定向图(SDG)深层知识模型的定性仿真[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(10):1351-1355.
WU Chongguang, XIA Tao, ZHANG Beike. The qualitative simulation based on deep knowledge model of signed directed graph [J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(10):1351-1355.
- [2] 杨帆, 萧德云. SDG建模及其应用的进展 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 767-773.
YANG Fan, XIAO Deyun. Review of SDG modeling and its application [J]. Control Theory & Applications, 2005, 22(5): 767-773.
- [3] UMEDA T, KURIYAMA T, O'SHIMA E, et al. A graphical approach to cause and effect analysis of chemical processing systems [J]. Chemical Engineering Science, 1980, 35(12): 2379-2388.
- [4] MAURYA M R, RENGASWAMY R, VENKATA-SUBRAMANIAN V. A signed directed graph and qualitative trend analysis-based framework for incipient fault diagnosis [J]. Chemical Engineering Research and Design, 2007, 85(10): 1407-1422.
- [5] 李安峰, 夏涛, 张贝克, 等. 化工过程SDG建模方法 [J]. 系统仿真学报, 2003, 15(10): 1364-1368.
LI Anfeng, XIA Tao, ZHANG Beike, et al. SDG modeling approach for chemical engineering process [J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(10): 1364-1368.
- [6] MAURYA M R, RENGASWAMY R, VENKATA-SUBRAMANIAN V. Application of signed digraphs-based analysis for fault diagnosis of chemical process flowsheets [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2004, 17(5): 501-518.
- [7] SIMON H A. On the definition of the causal relation [J]. The Journal of Philosophy, 1952, 49(16): 517-528.
- [8] HOOD W, KOOPMANS T. Studies in econometric methods [M]. New York, USA: Wiley, 1953: 49-74.
- [9] 吴重光. 过程系统仿真技术 [M]. 北京: 中国石化出版社, 1997: 142-143.

(编辑 管咏梅)