

柔性测量臂运动学建模及参数标定方法

黄奎, 莫健华, 余立华, 钟凯, 湛承诚, 史玉升  
(华中科技大学材料成形与模具技术国家重点实验室, 430074, 武汉)

**摘要:** 利用局部指数积模型,建立了 6 自由度参数的运动学模型,克服了传统 D-H 模型只有 4 自由度参数的缺点,考虑了沿 Y 轴平移和绕 Y 轴旋转 2 个自由度运动学参数的误差对测量精度的影响. 以单点测量值的标准差为目标函数,采用基于模拟退火的粒子群优化算法,通过全局寻优,避免了最小二乘法在求导和求逆时产生的较大计算误差,从而优化出运动学参数的标定值. 实验结果表明,所提出的新模型及新运动学参数标定方法可以将柔性测量臂 X、Y、Z 轴的重复性精度分别提高 95.91%、96.42%和 96.10%.

**关键词:** 柔性测量臂;参数标定;局部指数积模型;粒子群优化算法  
**中图分类号:** TH721 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)08-0122-05

Kinematic Model and Parameter Calibration for Flexible  
Articulated Coordinate Measuring Arm

HUANG Kui, MO Jianhua, YU Lihua, ZHONG Kai, ZHAN Chengcheng, SHI Yusheng  
(State Key Laboratory of Material Processing and Die & Mould Technology, Huazhong  
University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** A kinematic model involving 6 degrees of freedom (DOF) parameters is established by the local product of exponentials formula, where the impact of the error of Y axis translation and rotation on measurement accuracy are considered make up incompleteness in D-H model. The standard deviation of the single-point repeatability is regarded as an objective function. To optimize the objective function and calibrate actual kinematic parameters, an improved particle swarm optimization (PSO) algorithm is proposed based on simulated annealing, where calculation errors are avoided from the derivation and inversion procedures in the traditional calibration method based on the least square method by global optimization. The experimental results show that the present kinematic model and calibration method enable to significantly improve the repeatability precision of X, Y, Z axis up to 95.91%, 96.42% and 96.10%, respectively.

**Keywords:** flexible articulated coordinate measuring arm; parameter calibration; local product-of-exponential; particle swarm optimization

柔性测量臂作为一种新型的非笛卡尔式坐标测量机,由 6 个旋转关节将多根连杆和末端测头串联链接而成,相对于传统的笛卡尔式坐标测量系统,具有精度高、体积小、便携性好、适用范围广等优点,已经应用于三维模型数字化的逆向工程和现场大型零部件的几何尺寸检测等领域. 然而,连杆制造加工和

装配的误差,以及角度光电编码器中心与理论模型中的理论零位偏差,影响了柔性测量臂的测量精度. 因此,对柔性测量臂的系统误差源进行分析,研究其运动学参数的标定方法在实际工程应用中有着十分重要的意义.

## 1 运动学模型

为了对运动学参数进行标定,首先必须建立柔性测量臂的运动学模型.文献[1]所提出的 D-H 模型是机器人最基本和最通用的模型,现有的文献大多仍然沿用 D-H 模型作为柔性测量臂的运动学模型<sup>[2-4]</sup>.由于 D-H 模型是 4 自由度参数的运动学模型,相邻坐标系的运动学关系都只是利用  $X$  和  $Z$  轴来描述,尤其是没有考虑在实际局部关节坐标系中  $Y$  轴扭转角偏差对测量精度的影响,因此无法描述沿  $Y$  轴平移和绕  $Y$  轴旋转两自由度运动学参数误差对测量精度的影响.随着机器人技术的发展,旋量理论中的指数积模型成为 D-H 模型的最佳替代<sup>[5]</sup>.对于指数积模型的不同表达形式,局部指数积(POE)模型有着可以将局部坐标系任意设置的优点<sup>[6]</sup>,并能完整地描述相邻两个坐标系间的位姿关系,可以克服 D-H 模型的根本缺陷.因此,本文利用局部 POE 模型建立柔性测量臂的运动学模型.

为了研究柔性测量臂各连杆之间的位姿关系,局部 POE 模型在每个连杆上固定一个局部坐标系.如图 1 所示,设连杆  $k$  通过关节  $i$  与连杆  $k-1$  相连,则相邻连杆的坐标系变换表示为

$$\mathbf{T}_{i-1,i}(\theta_i) = \mathbf{T}_{i-1,i}(0) \exp(\hat{\xi}_i, \theta_i) \quad (1)$$

式中:  $\exp(\hat{\xi}_i, \theta_i)$  的计算方法可以参看文献[5];  $\mathbf{T}_{i-1,i}(0)$  是坐标系  $\{i\}$  相对坐标  $\{i-1\}$  的初始位姿,它的表达式为

$$\mathbf{T}_{i-1,i}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{(i-1),i}(0) & \mathbf{d}_{(i-1),i}(0) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{R}_{(i-1),i}(0)$  和  $\mathbf{d}_{(i-1),i}(0)$  分别为坐标系  $\{i\}$  相对于坐标系  $\{i-1\}$  的旋转矩阵和位移矩阵. 6 自由度的柔性测量臂实际上可以看成是串联的开环运动链. 本文设计的柔性测量臂的结构和利用局部 POE 模型建立的坐标系统模型如图 2 所示(各坐标系均符合右手法则). 测头球心为局部坐标系  $O_7-X_7Y_7Z_7$  的原点  $\mathbf{v} = (0, 0, 0, 1)^T$ , 它在基座坐标系  $O_6-X_6Y_6Z_6$  的齐次坐标  $\mathbf{P} = (x, y, z, 1)^T$  的表达式为

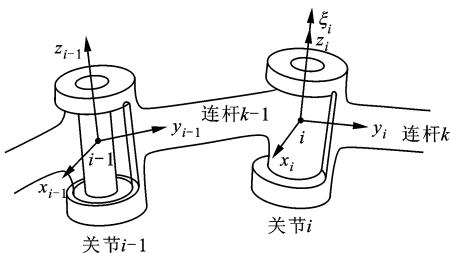


图 1 相邻连杆之间的相互关系

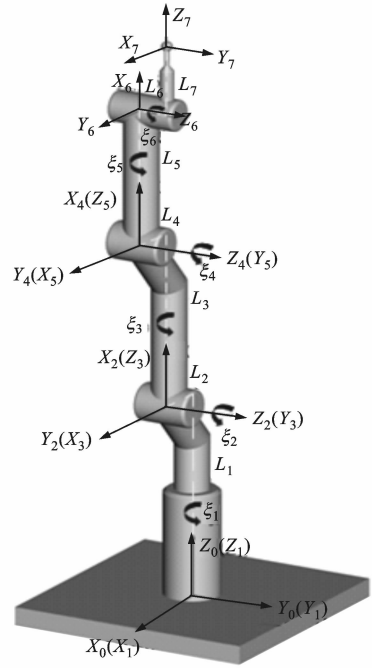


图 2 柔性测量臂初始位形的系统结构模型

$$\mathbf{P} = \prod_{i=1}^6 \mathbf{T}_{(i-1),i}(0) \exp(\hat{\xi}_i, \theta_i) \mathbf{T}_{6,7} \mathbf{v} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{T}_{6,7}$  为局部坐标系  $O_7-X_7Y_7Z_7$  相对  $O_6-X_6Y_6Z_6$  的变换矩阵.

## 2 运动学参数误差分析

通过对式(3)的误差源分析,可以知道式(2)中的运动学参数误差已经包含了存在于运动旋量坐标  $\xi_i$  的运动学参数误差,因此不计运动旋量坐标的运动学参数误差,可将第  $i$  个关节的运动学参数误差分成两类:①  $\mathbf{T}_{i-1,i}(0)$  中包含的 12 项参数误差,其中旋转矩阵  $\mathbf{R}_{(i-1),i}(0)$  包含了相邻两坐标系之间的  $Y$  轴扭转角偏差(D-H 模型中没有考虑);② 光电编码器的实际零位和图 2 所示的系统结构模型在初始位形时所规定的理论零位之间的偏差  $\Delta\theta_i$ . 因此

$$\theta'_i = \theta_i - \Delta\theta_i \quad (4)$$

通过进一步分析可知,基座坐标系  $\{0\}$  和坐标系  $\{1\}$  重合,因而  $\mathbf{T}_{0,1}(0)$  不包含参数误差. 根据文献[7]可知,运动学参数  $\Delta\theta_1$  和  $L_1$  并不影响测量的精度,所以它们也不必标定出来. 因  $L_1$  是  $\mathbf{T}'_{1,2}(0)$  中的  $T'_{1,2}(0)$  项,这样  $\mathbf{T}'_{1,2}(0)$  只有 11 项参数需要标定. 对于  $\mathbf{T}_{6,7}$ ,计入参数误差后可以写为

$$\mathbf{T}'_{6,7} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X'_7 \\ 0 & 1 & 0 & Y'_7 \\ 0 & 0 & 1 & Z'_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_7 + \Delta X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_7 + \Delta Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_7 + \Delta Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过上述参数误差项的分析可以知道,需要标定的参数为  $\Delta\theta_2 \sim \Delta\theta_6$  和  $\mathbf{T}'_{1,2}(0), \mathbf{T}'_{2,3}(0), \mathbf{T}'_{3,4}(0), \mathbf{T}'_{4,5}(0), \mathbf{T}'_{5,6}(0), \mathbf{T}'_{6,7}$  (其中  $\mathbf{T}'_{1,2}(0)$  只有 11 项), 因此总共需要标定的运动学参数误差为 67 项, 则式 (3) 中的测头球心坐标可修正为  $\mathbf{P}' = (x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, 1)^T$ , 其表达式为

$$\mathbf{P}' = \prod_{i=1}^6 \mathbf{T}'_{(i-1),i}(0) \exp(\hat{\xi}_i, \theta'_i) \mathbf{T}'_{6,7} \mathbf{v}_{\text{probe}} \quad (6)$$

3 运动学参数标定方法

很多柔性测量臂的标定方法都要借助于更高精度的测量设备, 如电子经纬仪<sup>[8]</sup>、三坐标测量机 CMM<sup>[9]</sup> 等. 这些测量系统的实际坐标系与柔性测量臂坐标系之间的坐标变换必然引入误差, 并且难以进行误差补偿而导致标定精度降低, 从而使得整个标定系统复杂、成本高. 目前, 常用的标定方法利用  $m$  个已知点对  $N$  个运动学参数进行最小二乘法和迭代修正<sup>[2-3]</sup> 的计算, 每次迭代都必须计算  $3m \times N$  的偏导矩阵并且对  $N \times N$  的矩阵求逆. 求偏导和求逆都有大量的运算量, 这些计算都将引入较大的计算误差. 为此, 本文采用的运动学参数标定方法的两个步骤为: ①利用单点多姿态误差模型来建立目标函数; ②选取基于模拟退火的粒子群优化算法作为优化算法.

3.1 目标函数的建立

在没有运动学参数误差的理想情况下, 具有 6 个自由度柔性测量臂的末端测头可以从任意方向上测量工作空间中的同一点, 并且测得的该点坐标都应相同. 正是由于上述运动学参数误差的影响, 使得工作空间同一点所得的坐标值不可能完全相同, 即存在单点重复性误差. 只有标定出这些运动学参数, 才可能将单点重复性误差保持在一定的允许范围内, 才能提高柔性测量臂的整体测量精度. 单点多姿态误差模型就是建立在这一原理上的, 如图 3 所示. 因此, 本文以单点测量值的标准差作为目标函数, 即

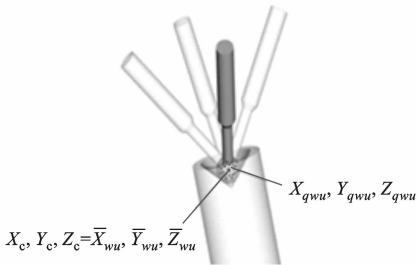


图 3 单点多姿态示意图

$$\delta = \sum_{w=1}^W \sum_{u=1}^U [\sigma_{X_{wu}} + \sigma_{Y_{wu}} + \sigma_{Z_{wu}}] \quad (7)$$

式中:  $W=3$  表示标定板放置的 3 个位置;  $U=9$  表示末端测头在标定板上的 9 个锥孔上进行探测, 见图 4;  $\sigma_{X_{wu}}, \sigma_{Y_{wu}}, \sigma_{Z_{wu}}$  越小, 单点重复性精度越高

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{X_{wu}} &= \left[ \frac{\sum_{q=1}^Q (X_{qu} - \bar{X}_{wu})^2}{n-1} \right]^{1/2} \\ \sigma_{Y_{wu}} &= \left[ \frac{\sum_{q=1}^Q (Y_{qu} - \bar{Y}_{wu})^2}{n-1} \right]^{1/2} \\ \sigma_{Z_{wu}} &= \left[ \frac{\sum_{q=1}^Q (Z_{qu} - \bar{Z}_{wu})^2}{n-1} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中:  $\bar{X}_{wu}, \bar{Y}_{wu}, \bar{Z}_{wu}$  为单点  $N$  次测量的平均值.

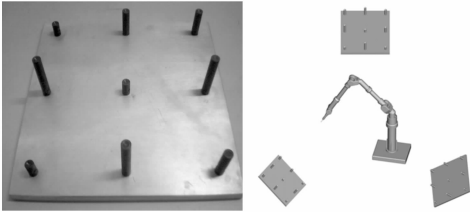


图 4 实验所用的标定板

3.2 优化方法

对式 (7) 进行最优化就可以标定出柔性测量臂运动学参数. 本文采用一种基于模拟退火的粒子群优化算法<sup>[10]</sup>, 通过全局寻优来避免求导和求逆, 从而也避免了迭代过程中引入较大的计算误差, 而且对初始条件没有苛刻的限制.

基于模拟退火的 PSO 算法步骤如下: ①随机初始化种群中各种微粒的位置  $x$  和速度  $v$ ; ②计算每个微粒的适应度, 将当前各微粒的位置和适应值存储在各微粒的  $p_a$  中, 将所有个体极值中适应值最优个体的位置和适应值存储于  $p_g$  中; ③确定退火的初始温度  $F_0$ ; ④根据下式确定当前温度下各  $p_a$  的适配值

$$T_F(p_a) = \exp(-(f(p_a) - f(p_g))/t) / \sum_{a=1}^N \exp(-(f(p_a) - f(p_g))/t) \quad (9)$$

⑤根据适配值  $T_F(p_a)$  采用轮盘赌策略从所有  $p_a$  中确定全局最优的某个替代值  $p'_{g,j}$ , 然后根据下式更新各微粒的速度和位置

$$v_{a,b}(t+1) = \varphi \{ v_{a,b}(t) + c_1 r_1 [p_{a,b} - x_{a,b}(t)] + c_2 r_2 [p'_{g,b} - x_{a,b}(t)] \} \quad (10)$$

$$x_{a,b}(t+1) = x_{a,b}(t) + v_{a,b}(t+1) \quad (11)$$

其中,速度压缩因子  $\varphi = \frac{2}{|2-C-[C^2-4C]^{\frac{1}{2}}|}$ ,  $C = c_1 + c_2$ ,  $c_1$ 、 $c_2$  为学习因子,  $t$  为迭代次数;⑥计算各微粒新的适应值,更新各微粒的  $p_a$  及群体的  $p_g$ ;⑦进行退温操作;⑧若满足停止条件(通常为预设的运算精度或迭代次数),搜索停止,输出结果,否则转步骤④;⑨初始温度和退温方式对算法有一定的影响,一般采用如下的初温和退火方式—— $F_0 = f(p_g)/\ln 5$ ,  $F_{t+1} = hF_t$ ,其中  $h$  为退火常数。

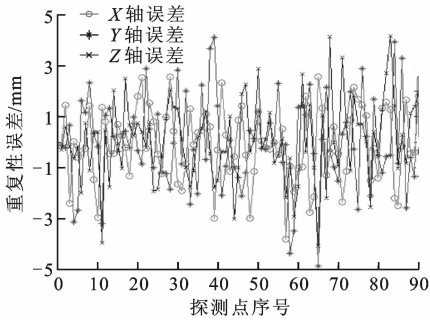
### 4 实验与分析

本文将运动学建模及运动学参数标定方法应用于一套有自主知识产权的柔性测量臂测量系统,标定前的各运动学参数初始值如表 1 所示。

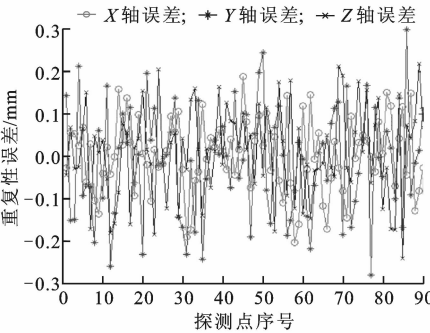
在运动学参数标定的实验过程中,标定板被先后放置于 3 个不同的位置,每一个位置上的每个锥孔均被触测 25 次,因此测量采样的角度数据总计为 675 组。经过采用基于模拟退火的 PSO 算法优化后,可求解出一组运动学参数标定值(见表 2)。

将表 2 中的运动学参数标定值代入式(6)就是柔性测量臂的实际运动学模型。为了检验本文所述方法的效果,重新探测采样了 90 组角度数据,并对比了标定前后的 X、Y、Z 轴的重复性误差。重复性误差计算方法为各空间被测点测量值与对应点平均值之间的偏差。图 5 的实验数据显示,运动学参数为初始值时,X、Y、Z 轴的误差分别为  $-4.872\ 6\sim 4.204\ 5\ \text{mm}$ 、 $-3.804\ 0\sim 2.569\ 8\ \text{mm}$  和  $-4.079\ 3\sim 4.158\ 5\ \text{mm}$ ,其标准差分别为  $1.833\ 5$ 、 $1.440\ 1$  和  $1.599\ 5\ \text{mm}$ ;运动学参数为标定值时,X、Y、Z 轴的误差分别为  $-0.280\ 5\sim 0.297\ 5\ \text{mm}$ 、 $-0.203\ 9\sim 0.188\ 3\ \text{mm}$  和  $-0.240\ 2\sim 0.217\ 3\ \text{mm}$ ,其标准差分别为  $0.074\ 9$ 、 $0.051\ 6$  和  $0.062\ 5\ \text{mm}$ 。可以看出,标定后的运动学参数使得柔性测量臂的误差范围减小了一个数量级,X、Y、Z 轴的重复性精度分别

提高了 95.91%、96.42%、96.10%,从而证实了所提算法的有效性。



(a)运动学参数为初始值



(b)运动学参数为标定值

图 5 重复性精度实验的对比分析

### 5 结 论

本文利用局部 POE 模型的完备性优点,建立了 6 自由柔性测量臂的运动学模型,从而克服了 D-H 模型的缺陷。单点多姿态误差模型无需借助于额外的高精密测量设备,基于模拟退火的 PSO 算法则避免了最小二乘法中因矩阵的求导和求逆所带来的计算误差。实验结果表明,本文所提的方法简化了标定过程,并且可以大幅提高柔性测量臂的测量精度。为了进一步提高测量精度和方便用户使用,今后需要改进的工作包括以下几方面:①使用高分辨率的角

表 1 运动学参数初始值

| $i$                              | 1                                                                                                | 2                                                                                                       | 3                                                                                                | 4                                                                                                       | 5                                                                                                | 6                                                                                                    | 7                                                                                                       |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $L_i/\text{mm}$                  | 176.0                                                                                            | 74.0                                                                                                    | 585.0                                                                                            | 69.5                                                                                                    | 470.5                                                                                            | 76.0                                                                                                 | 146.5                                                                                                   |
| $T_{i-1,i}(0)$                   | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 74.0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 176.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 69.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 585.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 475.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 146.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 76.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| $\Delta\theta_i/(\text{^\circ})$ | 0                                                                                                | 0                                                                                                       | 0                                                                                                | 0                                                                                                       | 0                                                                                                | 0                                                                                                    |                                                                                                         |

表 2 经过优化后的运动学参数标定值

| <i>i</i> | <i>L</i> ' <sub><i>i</i></sub> /mm | <i>T</i> ' <sub><i>i-1,i</i></sub> (0)                                                                                                                                         | $\Delta\theta_i/(^{\circ})$ |
|----------|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1        | 176.0                              | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                                                               | 0.000                       |
| 2        | 74.102                             | $\begin{bmatrix} 0.000\ 8 & 1.000\ 0 & 0.001\ 0 & 74.102 \\ 0.000\ 8 & 0.000\ 3 & 0.999\ 9 & 0.023 \\ 0.999\ 9 & 0.000\ 1 & 0.001\ 6 & 176.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   | 0.033                       |
| 3        | 585.007                            | $\begin{bmatrix} 0.001\ 6 & 0.000\ 2 & 0.999\ 9 & 0.002 \\ 1.000\ 0 & 0.000\ 4 & 0.001\ 6 & 0.007 \\ 0.000\ 2 & 0.999\ 9 & 0.000\ 5 & 0.013 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$    | -0.079                      |
| 4        | 69.503                             | $\begin{bmatrix} 0.000\ 6 & 0.999\ 9 & 0.000\ 1 & 69.503 \\ 0.000\ 8 & 0.001\ 0 & 0.999\ 9 & 0.004 \\ 1.000\ 0 & 0.001\ 0 & 0.001\ 5 & 585.007 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | 0.158                       |
| 5        | 475.011                            | $\begin{bmatrix} 0.000\ 3 & 0.001\ 7 & 1.000\ 0 & 0.001 \\ 0.999\ 9 & 0.000\ 2 & 0.001\ 0 & 0.101 \\ 0.000\ 8 & 1.000\ 0 & 0.000\ 1 & 0.061 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$    | 0.122                       |
| 6        | 76.206                             | $\begin{bmatrix} 0.001\ 5 & 0.999\ 9 & 0.001\ 4 & 0.003 \\ 0.000\ 7 & 0.000\ 9 & 0.999\ 9 & 0.006 \\ 0.999\ 9 & 0.001\ 4 & 0.000\ 9 & 475.011 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  | 0.052                       |
| 7        | 146.587                            | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 146.587 \\ 0 & 1 & 0 & 0.296 \\ 0 & 0 & 1 & 76.206 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                                                |                             |

度光电编码器;②提高机械加工的精度和安装工艺水平;③设计更为灵活轻巧的自平衡装置;④进一步减轻测量臂的整体质量;⑤采用低温度系数材料,并进一步研究温度对测量精度的影响。

参考文献:

[1] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices [J]. ASME J Appl Mech, 1955, 77(2):215-221.

[2] 汪平平, 费业泰, 林慎旺. 柔性三坐标测量臂的标定技术研究 [J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(3):284-288.

WANG Pingping, FEI Yetai, LIN Shenwang. Calibration technology of a flexible coordinate measuring arm [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(3):284-288.

[3] 叶东, 黄庆成, 车仁生. 六自由度关节式坐标测量机关节零位偏差的标定算法 [J]. 工具技术, 1999, 33(4):34-36.

YE Dong, HUANG Qingcheng, CHE Rensheng. Calibration algorithm of joint zero-position deviations for 6 DOF joint-type CMM [J]. Tool Engineering, 1999, 33(4):34-36.

[4] 王学影, 刘书桂, 张国雄, 等. 多关节柔性三坐标测量系统标定技术研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(9):1439-1442.

WANG Xueying, LIU Shugui, ZHANG Guoxiong, et al. Calibration technology of articulated arm flexible CMM [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(9):1439-1442.

[5] 理查德·摩雷, 李泽湘, 夏恩卡·萨斯特里. 机器人操作的数学导论[M]. 徐卫良, 钱瑞明, 译. 北京:机械工业出版社, 1998:52-61.

[6] CHEN I M, YANG Guilin, CHEE T T, et al. Local POE model for robot kinematic calibration [J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(11/12):1215-1239.

[7] 高贯斌, 王文, 林铿, 等. 应用改进模拟退火算法实现关节臂式坐标测量机的参数辨识 [J]. 光学精密工程, 2009, 17(10):2499-2505.

GAO Guanbin, WANG Wen, LIN Keng, et al. Parameter identification based on modified annealing algorithm for articulated arm CMMs [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(10):2499-2505.

[8] EVERETT L J, IVES T W. A sensor used for measurements in the calibration of production robots [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1):121-125.

[9] MOORING B W, PADAVALA S S. The effect of kinematic model complexity on manipulator accuracy [C]//1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA:IEEE, 1989:593-598.

[10] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]//IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995:1942-1948.

(编辑 杜秀杰 管咏梅)