

液滴斜向撞击液面的移动粒子半隐式法数值模拟

梁杨杨, 孙中国, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 采用移动粒子半隐式法在三维情况下对液滴斜向撞击液面的过程进行了数值模拟,很好地解决了撞击过程中自由液面的大变形问题,捕捉了液滴变形、冲击凹坑和液柱凸起3个特征现象及其发展变形过程,分析了不同撞击角度对液柱凸起的高度、角度及运动前沿的影响.结果表明,液柱凸起最高点的运动在水平方向上基本匀速,液柱凸起与水平面的夹角随撞击角度减小而减小,当凸起达到最高点后,该夹角将在重力与黏性作用下骤减.

关键词: 移动粒子半隐式法;斜向撞击;数值模拟

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)09-0093-06

Numerical Simulation of Droplet Oblique Impact on Liquid Film with Moving Particle Semi-Implicit Method

LIANG Yangyang, SUN Zhongguo, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The moving particle semi-implicit(MPS) method was adopted to simulate the process of droplet impact on liquid film with an angle in three dimensions for solving the large deformation of the free surface. The droplet deformation, impact crater, central jet, and their development were observed. The influences of different impact angles on the height, angle and the foreland movement of the central jet were analyzed. The results show that the speed of movement is almost constant at the highest point of the central jet in horizontal direction. The angle between the jet and the plane surface decreases with the decrease in the impact angle, and it decreases dramatically after the central jet reaches the highest point by gravity and viscosity.

Keywords: moving particle semi-implicit method; oblique impact; numerical simulation

液滴撞击液面是自然界中的常见现象,如雨滴落入水中,同时也是很多工业过程中的重要步骤,如电站喷淋冷却、表面材料涂层处理、喷墨打印等等,它涉及到能源动力、航空航天、材料和水利工程等广阔的领域,因此对液滴撞击液面现象的研究具有非常重要的意义.这一现象早在100多年前^[1-2]就已开始研究.整体而言,液滴撞击液膜时,液滴的直径与液膜的厚度,液体的黏性、密度、表面张力以及液滴冲击速度^[3]是影响撞击过程的几个关键因素. Weiss等^[4]采用边界积分方法对单个液滴冲击液体表面做了数值模拟,得到冲击现象的4个过程:液滴颈部扭

曲、喷射产生、微小气泡夹带形成和冠状边缘生长,但计算中忽略了流体黏性和可压缩性的影响. Xu^[5]采用二阶投影结合水平集方法,通过求解 N-S 方程研究了不同液滴高度和不同液面厚度对液滴溅落过程的影响,这种方法可以综合考虑阻力、重力、黏性力和表面张力的影响. 罗朝霞^[6]等人采用边界元方法,基于理想不可压缩势流模型,对液滴冲击同种液体的无限大表面现象做了数值模拟,主要研究了液体自由表面的变形特性和相关因素的影响规律,发现在一定条件下液面向上反弹后会形成液柱. 徐胜利^[7]等人在交错网格中采用 MAC 方法,对 Bing-

ham 流体的液柱与固壁、液面斜撞击问题进行了数值模拟,分析了撞击角度对碰撞后产生的凹坑自由面的影响。但是,当用 MAC 方法来模拟大变形时,流体中会出现虚假的空格子,不能精确确定自由面的位置。

近年来,无网格方法作为一种新的数值解法受到越来越广泛的关注。与传统基于网格的数值方法相比,无网格方法中的节点之间不存在固定的拓扑结构,避免了在大变形问题中网格畸变和新旧网格转换等复杂过程,对自由表面流动等剧烈变形问题具有明显的优势。本文采用一种无网格粒子方法——移动粒子半隐式^[8](MPS)法对液滴以不同角度撞击液面的现象进行了三维模拟,捕捉了撞击过程中液体自由面的位置及变形,并对液面反弹之后的液柱运动进行了研究。

1 数值方法

MPS 法主要适用于求解不可压缩流动,已经在诸多特殊的工程和科学研究中得到了广泛的应用^[8-11]。该方法采用配点法在求解区域及其边界上布置一系列离散的粒子来代表宏观流体,粒子之间的相互作用关系用核函数进行加权,运动控制方程中的各项微分算子以及粒子间相互作用的形式均基于核函数进行离散求解,通过在 Lagrange 坐标系下追踪各个粒子不同时间层的运动变化规律,从而获得整个流场的流动信息。

1.1 控制方程

在计算不可压缩流动时,本文算法满足质量和动量守恒方程

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{f} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为流体速度矢量; ρ 为流体密度; p 为压力; μ 为流体动力黏性系数; $\mathbf{f}$ 为作用在流体单位质量上的外力矢量。

1.2 粒子作用模型

核函数定义了相邻粒子间相互作用的权关系,本文所使用的核函数^[8]如下

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c - r}{r} & (r < r_c) \\ 0 & (r \geq r_c) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 是粒子 i 和 j 之间的距离; r_c 为粒子作用半径,每个粒子仅与位于其作用半径 r_c 范围

之内的有限个粒子发生相互作用。对作用半径内的粒子数进行加权求和就是粒子数密度,位于 $\mathbf{r}_i$ 处的 i 粒子的粒子数密度为

$$\langle n_i \rangle = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

对于不可压缩流体,流体密度保持定常。由于流体密度与粒子数密度成正比^[8]关系,其粒子数密度也将维持在一个常数 n^0 。此外,基于核函数, i 粒子的梯度矢量可以通过与其他粒子的梯度矢量加权平均得到

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (5)$$

式中: d 为求解问题的空间维数,本文中 $d=3$,其作用是补偿因以 n^0 对梯度矢量进行规范化处理而导致的梯度矢量在各方向上分量的缺失。动量守恒方程中的扩散项以 Laplace 算子 $\nabla^2 \phi$ 表示, i 粒子的 Laplace 算子可通过粒子本身与其邻点粒子之间的物理量迁移来表示

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

式中: $\lambda = \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv}$,它的引入使 $\nabla^2 \phi$ 通过粒子作

用模型模拟得到的数值结果与解析解相一致。对于三维问题, $\lambda = \frac{3}{10} r_c^2$ 。

1.3 算法

MPS 法采用半隐式时间推进算法,在每个时层内,首先显式计算动量方程中的黏性项及源项,得到粒子速度及位置的估算值,然后隐式求解质量守恒方程获得粒子速度及位置的修正值,通过相应的修正计算得到粒子在下一时层的速度及位置。通过对各个粒子在各个时层运动规律的追踪,得到整个流场流体的流动信息。

2 方法验证

MPS 法对二维问题已有成熟的算法,但由二维扩展到三维时,离散点的数目以指数趋势增长,导致计算复杂度和计算量巨幅增加,同时当要计算的三维几何体外形结构复杂时,粒子初始布置存在困难,且计算参数由于积分关系的变化也需调整。为验证本文发展的三维方法及计算程序的正确性,首先在三维情况下对溃坝模型进行模拟计算,并与实验结

果进行了比较. 几何模型如图 1 所示.

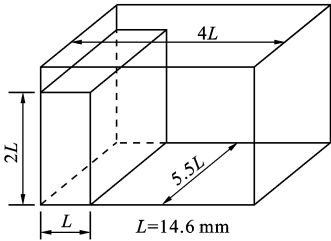


图 1 溃坝几何模型

计算中取了两种不同的边界条件:不考虑壁面对流体摩擦的滑移边界和考虑摩擦的无滑移边界条件. 图 2 给出了液柱前沿随时间的运动情况.

从图 2 可看出,当考虑壁面影响时,数值模拟与实验结果吻合较好,验证了本文三维 MPS 法的可靠性,但与二维结果相比,三维算法仍有优化空间.

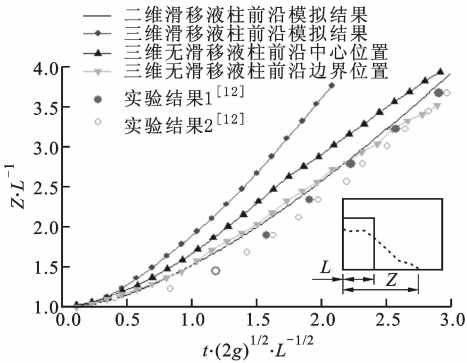


图 2 液柱前沿随时间的运动

3 液滴冲击液面现象模拟

3.1 初始布置与参数选择

本文将模拟球形液滴以一定角度冲击方形液面,几何模型如图 3 所示. 其中球形液滴直径 $D=3$ cm,液面长度和宽度分别为 $6D$ 和 $4D$,液面厚度为 $0.6D$,液滴初始处于偏心位置. 液滴将沿着水槽长度,分别以与水平面夹角 $\theta=60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ 的方向冲击液面,液滴接触液面时的速度 $u=1$ m/s.

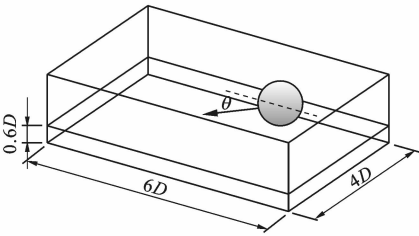


图 3 液滴冲击液面的几何模型

取粒子初始布置时粒子间距 $l_0=0.002$ m,则球形液滴以 1 736 个粒子表示,容器中的液体粒子数为 48 600,容器四周以及底面固壁均以 3 层粒子表示共 38 664 个,总计粒子数为 89 000 个. 由于仅内层固壁参与计算,因此参与计算的实际粒子数为 62 424 个.

韦伯数 $We=\rho u^2 D/\sigma$ 是表征惯性力和表面张力比值的参数,当 We 远远大于 1 时,表面张力的影响可以忽略,在大尺度问题中表面张力的作用也不明显. 本文中 $We=466.67$,因此计算中忽略表面张力的影响. 其余计算参数列于表 1 中.

表 1 液滴冲击液面的计算参数

自由表面粒子判据	0.97
粒子数密度及梯度模型中 r_c	$2.1l_0$
扩散模型中 r_{clap}	$4.0l_0$
CFL 条件	$u_{\max} \Delta t/l_0 \leq 0.2$
最大时间步长 $\Delta t/s$	$\leq 10^{-3}$
流体密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	1.0×10^3
动力黏性系数 $\mu/\text{kg} \cdot (\text{m} \cdot \text{s})^{-1}$	0.04
重力加速度 $g/\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	-9.8

3.2 结果分析

液滴撞击液面的过程可以分为 3 个阶段.

(1)液滴以一定初速度并在重力作用下撞击液面. 初始阶段,在液滴的排斥力和液面的阻力作用下,液滴周围产生凸起,经历了具有倾斜角度的钟形-小草帽形的变化过程,直至产生皇冠形的液滴飞溅. 图 4 以 $\theta=60^\circ$ 为例,给出了其变化的正视图和侧视图.

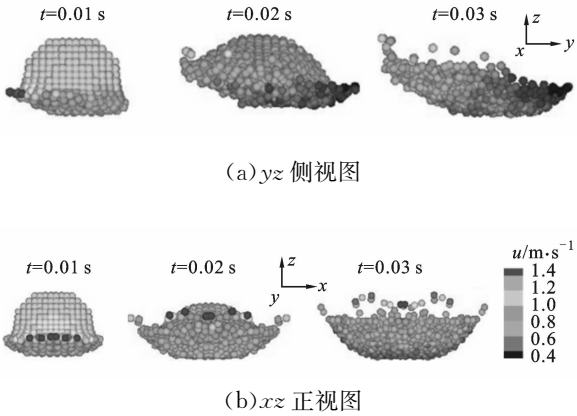


图 4 液滴冲击变形的过程

(2)当有更多的液滴粒子接触到液面时,由于液滴较大的动能将会抵抗液面的黏性阻力,排开周围的液体,促使周围液体逐渐向上和向外扩散,液面内部则形成一个逐渐变大变深的凹坑.图5以 $\theta=60^\circ$ 为例,给出了这种凹坑的变化过程.

(3)产生的凹坑扩散到极大之后,凹坑周边的液体在重力及黏性作用下会产生向坑中心回收的趋势,当这部分液体聚集在坑中心时,冲击力会在中心形成一个凸起的液柱,如图6所示,此液柱高度以及

液柱凸起与水平面的夹角与液滴初始冲击液面的方向 θ 有关.以下分别对凸起液柱的高度、运动前沿以及液柱凸起与水平面的夹角进行研究.

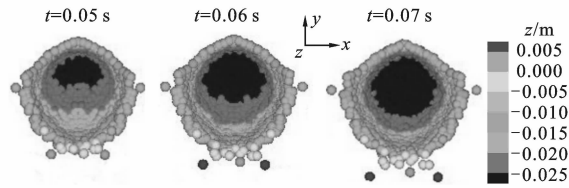


图5 液面凹坑的变化过程俯视图

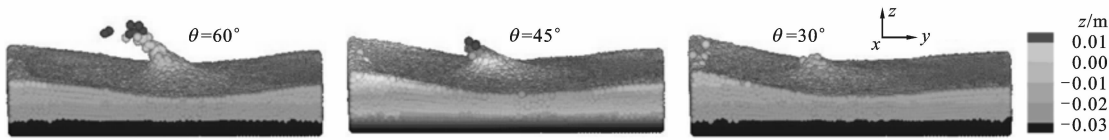
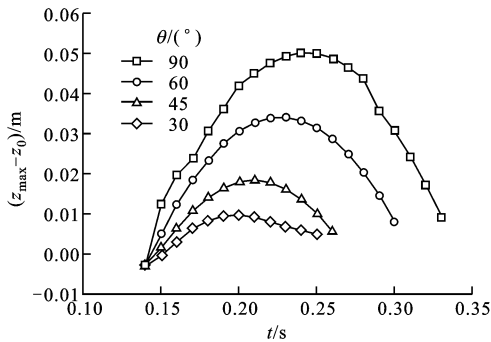


图6 液滴在不同冲击角度下产生的液柱凸起($t=0.2\text{ s}$)

3.2.1 不同液滴冲击角度下液柱凸起高度与运动前沿 取液柱凸起最高点为研究对象,跟踪它在不同时刻的变化.图7给出了含垂直冲击在内的液滴初始冲击角度($\theta=90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$)下凸起液柱高度随时间的变化趋势.



$z_0=-0.014\text{ m}$ 为初始水平液面的高度; $z_{\max}-z_0$ 为液柱最高点与初始水平液面之间的距离

图7 不同冲击角度下凸起液柱高度随时间的变化

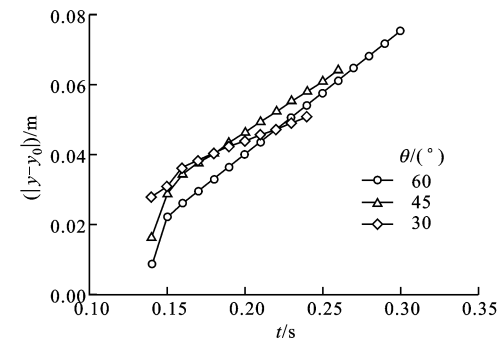
由图7可知,该运动轨迹类似抛物线运动.由于 θ 不同,其凸起液柱持续时间、高度均不同. θ 越大,意味着液滴向下的初速度越大,有较大的动能传递给周围的液体,同时回收的能量就越大,因此就有较大的能量转化为凸起液柱的动能,即凸起液柱高度越高.当凸起液柱达到最高点即动能完全被耗散掉之后,在重力作用下液柱慢慢回落,较高的液柱回落到最低液面需要的时间较长,即 θ 越大,凸起液柱存在时间越长.此外,图中凸起液柱刚产生时, $z_{\max}-z_0$ 为负值,这是因为凸起的液柱是在凹坑底端产生的,位于初始液面之下.

为了捕捉凸起液柱的运动前沿,仍取液柱最高

点为研究对象,跟踪它在不同时刻与液滴初始所处位置之间的距离.图8表示凸起液柱运动前沿在 $\theta=60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ 时随时间的变化.由图可知,随着时间的推移,3种情况下水平偏移距离都在增加,线条终点的纵坐标值表示偏移的最大距离,即最高点落回液面时偏离液滴初始位置的水平距离, θ 值越大,最终偏移值也越大.液柱凸起产生的最初阶段都会经历从不稳定到稳定发展的变化过程,稳定之后 $|y-y_0|$ 随时间基本呈线性变化,直线的斜率表示液柱水平运动的速率,当 θ 从 60° 变化到 30° 时,斜率随着 θ 的减小而减小,意味着液柱水平方向运动速度变小.此外, θ 从 45° 变化到 30° 时,线条发生相交,表示相同运动时刻偏移距离与 θ 并非为单调关系,本文补充计算了 θ 为 40° 和 35° 时的液柱前沿运动情况来进一步研究,如图9所示,可以看出 $\theta=45^\circ$ 为临界值,当 $\theta>45^\circ$ 时,相同运动时刻下 θ 越小,偏移距离越大,当 $\theta<45^\circ$ 时,线条发生相交.

3.2.2 不同液滴冲击角度下液柱凸起与水平面的夹角 当液滴以不同角度冲击液面之后,产生的液柱凸起与水平面之间会有夹角,记为 α .本文选择凸起上的几个特征截面,用几何平均的办法得到其几何中心点,拟合直线后得到与水平面的夹角 α ,如图10所示.

液滴以不同初始角度冲击液面产生的液柱凸起充分发展之后,与水平面之间的夹角达到最大,图11给出了此后 α 随时间的变化.可以看出, θ 越大,凸起与水平面的最大夹角 $\alpha_{\max}$ 也越大.之后由于重



$y_0=0.025\text{ m}$ 为液滴中心初始所处位置的 y 坐标值;
 $|y-y_0|$ 为凸起液柱最高点偏离液滴初始位置的 水平距离
图 8 不同冲击角度下凸起液柱前沿随时间的运动

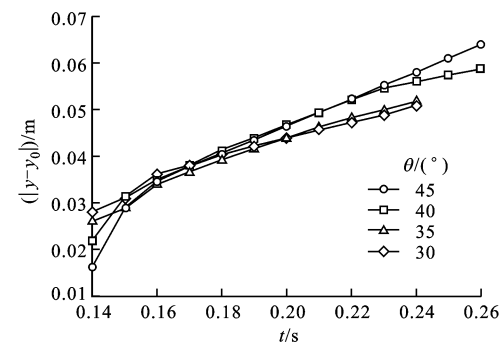


图 9 4 组液滴冲击角度下凸起液柱前沿随时间的运动

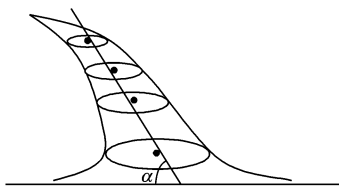


图 10 液柱凸起与水平面夹角计算方法示意图

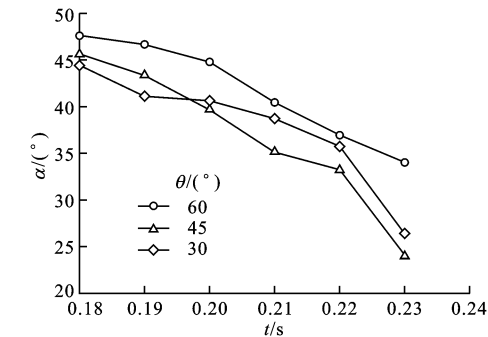


图 11 不同冲击角度下产生的液柱凸起角度随时间的变化

力的影响, α 逐渐减小. 初始 θ 较大, 产生的液柱凸起呈现细而高的形态; θ 较小, 液柱则粗而矮. 由于外部形态的影响, 细高的液柱在重力作用下 α 迅速

减小, 如图中 $\theta=60^\circ$ 和 45° 的情形. $\theta=30^\circ$ 时产生粗且矮的液柱凸起, 其使 α 减小的较慢. 当液柱凸起下降到一定程度之后, 由于重力和黏性力的联合作用, α 会出现骤减的现象, 即图中 $\theta=45^\circ$ 和 30° 时 0.22 s 以后的情况. 由于 θ 越大, 液柱凸起持续的时间越久, 所以对于 $\theta=60^\circ$ 来说, 0.23 s 之后的某个时刻, α 也将出现骤减的现象.

4 结 论

本文采用三维 MPS 法对液滴以相同速率、不同角度冲击液面的现象进行了数值模拟, 得到如下结果.

- (1)在三维情况下, 模拟实现了液滴变形、冲击凹坑、液柱凸起等 3 个特征现象及其发展过程.
- (2)液滴以不同角度冲击液面, 与水平面夹角越大, 液柱凸起最高点越高, 且凸起存在时间越久.
- (3)液柱凸起最高点偏离液滴初始位置的 水平距离随时间基本呈线性变化, 此直线斜率随着冲击角度的减小而减小.
- (4)液柱凸起达到最高点之后由于重力和黏性的影响, 凸起与水平面的夹角将会骤减.

参考文献:

[1] WORTHINGTON A M. On the forms assumed by drops of liquids falling vertically on a horizontal plate [J]. Proc R Soc Lond, 1876, 25(174): 261-271.

[2] WORTHINGTON A M. A second paper on the forms assumed by drops of liquids falling vertically on a horizontal plate[J]. Proc R Soc Lond, 1877, 25(177):498-503.

[3] 高彦栋, 王晓墨, 黄素逸. 用液滴碰壁模型对波形板汽水分离器的模拟[J]. 华中科技大学学报, 2002, 30(2):48-50.

GAO Yandong, WANG Xiaomo, HUANG Suyi. Numerical simulations of wave-type vans with spray impingement method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2002,30(2):48-50.

[4] WEISS D A, TARIN A L. Single drop impact onto liquid films: neck distortion, jetting, tiny bubble entrain, and crown formation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, 385:229-254.

[5] XU Jun. Numerical simulation of drops falling to and splashing on liquid interfaces[J]. Journal of Peking University, 1999, 35(1):35-46.

[6] 罗朝霞, 李会雄, 陈听宽, 等. 液滴冲击无限大液面过程的边界元模拟[J]. 工程热物理学报, 2002, 23(6): 749-752.

- LUO Zhaoxia, LI Huixiong, CHEN Tingkuan, et al. Boundary element method to simulate the impact of droplet on the infinite liquid surface[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2002, 23(6): 749-752.
- [7] 徐胜利, 岳朋涛, 刘大有, 等. Bingham 流体与固壁、液面斜撞击的数值模拟[J]. 爆炸与冲击, 2002, 22(1): 8-14.
- XU Shengli, YUE Pengtao, LIU Dayou, et al. Numerical simulation on cylindrical Bingham fluid impacted to a solid wall and fluid surface[J]. Explosion and Shockwaves, 2002, 22(1): 8-14.
- [8] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid[J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123(3): 421-434.
- [9] KOSHIZUKA S, NOBE A, OKA Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1998, 26(7): 751-769.
- [10] 席光, 项利峰. 自由表面流动的移动粒子半隐式模拟方法[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(3): 249-252.
- XI Guang, XIANG Lifeng. Numerical simulation of fluid free surface flow using moving particle semi-implicit method[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(3): 249-252.
- [11] 孙中国, 席光, 项利峰. 不可压缩流动的移动粒子半隐式法数值模拟[J]. 应用力学学报, 2007, 24(3): 440-442.
- SUN Zhongguo, XI Guang, XIANG Lifeng. Simulation for incompressible flow with moving particle semi-implicit method[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007, 24(3): 440-442.
- [12] MARTIN J C, MOYCE W J. An experimental study of the collapse of fluid columns on a rigid horizontal plane[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Series A, 1952, 244(882): 312-324.

(编辑 荆树蓉)

[优秀博士论文摘登]

压电功能材料的断裂理论研究

作者: 李群 导师: 陈宜亨

单位: 西安交通大学航天航空学院

随着压电功能材料在现代高科技产业中的广泛应用,其断裂损伤问题已引起学者们的广泛关注. 本文借助于 Stroh 复势理论, 主要对压电功能材料的断裂理论进行系统的探讨和分析.

(1) 给出了双压电材料、弹性电介质/压电复合材料中的半导通裂纹全场解析解, 并着重分析了裂纹内部介质的介电系数对裂尖奇异性和断裂参数的影响. 分析表明: 以往的绝缘裂纹模型往往会大大高估电场载荷对能量释放率的作用, 而导通裂纹模型仅仅适用于一些特殊情况(例如裂纹内部充满相对比较导通的介质); 与绝缘和导通裂纹相比, 半导通裂纹更符合真实的物理机制, 并有助于更好地理解压电功能材料中的断裂机理.

(2) 由于压电裂纹表面不可忽略的电荷分离现象, 根据库仑定律, 裂纹表面的电荷将产生一定的库仑作用力. 鉴于此, 本文充分考虑了裂纹张开时的电致伸缩作用, 提出一个应力非自由裂纹模型, 并用此裂纹模型解决压电功能复合材料界面裂纹问题及压电材料的三维币型裂纹问题. 通过把压电材料裂纹看作是一个存在电势阶跃的低电容器, 详细阐释了裂面库仑力对压电断裂参数的影响. 结果表明: 在线性压电断裂力学框架范围内, 由裂纹上下表面电荷所产生的库仑力在压电功能材料断裂问题中起着重要的作用, 不同于以往的应力自由模型; 依赖于裂面库仑力的作用, 外加电场载荷将对裂尖能量释放率和应力强度因子同时产生重要的影响.

(3) 重点阐述了守恒积分在压电导通裂纹以及压电微缺陷问题中的作用. 不论压电材料内部存在什么样的微缺陷, Bueckner 积分与 J_k 积分或 M 积分之间总存在着一定的固有关系. 最后, 对含纳米缺陷弹性体中的守恒积分进行了一些基础性研究, 发现对于纳米孔洞扩展所引起的能量释放率, 其表面作用和尺寸效应将十分明显, 但这主要归因于纳米孔边的残余表面应力 τ^0 , 而与表面 Lamé 常数 μ^s 和 λ^s 关系不大.

本文的研究将有助于深入了解外加机电耦合载荷作用下产生的压电陶瓷或压电复合材料内部裂纹的扩展, 并有助于加深对压电功能材料断裂机理的认识. 只有成功解决了压电功能材料的断裂损伤问题, 才能将其更好地应用于电子、激光、超声、水声、红外、导航和生物等众多高科技领域的机敏结构中.