

粗糙机械结合面的接触刚度研究

李辉光, 刘恒, 虞烈

(西安交通大学机械电子及信息系统研究所, 710049, 西安)

摘要: 为准确进行计入粗糙接触界面影响的组合结构动力分析, 基于弹塑性理论对具有粗糙表面的长方微元体进行有限元接触分析, 给出了根据受力和变形关系计算粗糙表面接触刚度的方法, 得到了不同载荷作用下的法向和切向界面接触刚度. 计算结果表明: 表面形貌造成的接触应力分布不均匀和局部塑性变形导致法向界面接触刚度随着压力的增加先增大后减小, 并随着表面粗糙度的增加而降低; 切向界面接触刚度随着法向载荷和摩擦系数的增加而增加, 随着切向载荷的增加而减小. 当切向载荷增加到一定值时, 接触界面将由微观滑移转化为宏观滑动, 摩擦界面连接失效.

关键词: 粗糙表面; 接触刚度; 有限元

中图分类号: TH113.1; O322 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)06-0069-06

Contact Stiffness of Rough Mechanical Joint Surface

LI Huiguang, LIU Heng, YU Lie

(Institute of Mechatronics and Information System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To accurately analyze the dynamic characteristics of combined structure considering the effects of rough interface, the cuboid finite element contact model with rough surface is considered based on elastic-plastic theory, and the method for calculating contact stiffness of rough surface is given according to the relationship between force and deformation, then the normal and tangential interface contact stiffness under different loads is obtained. The results show that normal interface contact stiffness increases firstly and then decreases with the increasing pressure, and decreases with the increasing surface roughness because of uneven distribution of contact stress and localized plastic deformation due to surface topography. The tangential interface contact stiffness increases with the increasing normal load and friction coefficient, and decreases with the increasing tangential load. When tangential load increases at a certain level, the micro-slip of contact interface changes into macro-sliding, and the friction interface connection becomes invalid.

Keywords: rough surface; contact stiffness; finite element

组合结构广泛存在于工程应用领域, 如盘式拉杆组合转子、组合机床、火箭仓段等, 其主要特点之一是存在相互接触的机械结合面. 宏观看上去非常光滑平整的机械结合面表面在显微镜下观察时是粗糙不平的, 粗糙表面法向接触试验表明, 表面形貌使得实际接触面积仅是名义接触面积的一部分, 并随

着压力的变化而改变^[1-2]. 接触界面的存在导致组合结构局部刚度降低, 直接影响结构的机械性能. 为准确进行组合结构的动力分析, 必须获得粗糙表面的接触刚度.

文献[3]将粗糙表面假设为一定密度的等曲率球状微凸体按高斯分布覆盖在光滑表面上, 认为各

微凸体之间互不影响,每个微凸体的接触规律符合 Hertz 公式,在弹性范围内建立了广泛应用于粗糙表面接触研究的解析模型——GW 模型.文献[4-5]分别对球体和椭球体等简单几何形体的接触性能进行分析,利用 GW 模型研究了法向载荷、切向载荷、表面形貌等对切向刚度的影响.为弥补承受较大法向载荷时基于弹性变形的 GW 模型产生的严重偏差和计入表面微凸体之间的相互影响,文献[6-8]对 GW 模型进行了修正.计算结果表明,随着法向载荷的增大,微凸体之间的相互作用及微凸体产生的塑性变形对两平面间距离的影响越来越明显,必须充分加以考虑.

针对解析模型在解决复杂形体接触、大载荷压力作用下表面微凸体之间的相互作用,以及接触应力集中产生的塑性变形等方面的局限,随着计算机技术的发展,有限元数值方法在接触分析中逐渐得到广泛应用^[9-11].文献[12-13]将有限元计算结果与其他数值方法得到的结果和试验结果相比较,验证了有限元方法的有效性和准确性.然而,以上有限元分析未考虑表面接触应力分布不均匀对应力应变的影响范围,也没有给出界面接触刚度的计算方法.

本文基于弹塑性理论对能够反映表面形貌的长方微元体进行有限元接触分析,给出了根据受力和变形关系计算粗糙表面接触刚度的方法,研究了表面形貌造成的接触应力分布不均匀和局部塑性变形对法向界面接触刚度的影响,得到了不同载荷作用下的法向和切向界面接触刚度,为准确进行计入粗糙接触界面影响的结构动力分析奠定了基础.

1 接触问题的增广 Lagrange 算法

对于由目标体 Ω_1 和接触体 Ω_2 组成的接触体系,物体边界分为给定外力边界 $\Gamma_p^{(\alpha)}$ 、给定位移边界 $\Gamma_u^{(\alpha)}$ 和可能发生接触的边界 $\Gamma_c^{(\alpha)}$ ($\alpha=1,2$),两物体的公共边界用 Γ_c 表示.假设 $u_t^{(\alpha)}$ 和 $u_n^{(\alpha)}$ 分别为物体接触点在局部坐标系下的切向和法向位移, d 为物体间的初始间隙.接触点上的接触力分解为法向接触力 p_n 和切向接触力 p_t .在接触边界上接触力和接触位移应当满足以下约束条件.

(1) 法向单边接触约束

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_n &= u_n^{(1)} - u_n^{(2)} + d \\ p_n &\leq 0 \\ p_n \epsilon_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中分别为非穿透条件、法向不受拉条件和互补条件,当 $\epsilon_n > 0$,且 $p_n = 0$ 时,物体处于分离状态;当

$\epsilon_n = 0$,且 $p_n < 0$ 时,物体处于接触状态.

(2) 切向 Coulomb 摩擦约束

$$\left. \begin{aligned} |p_t| &< -\mu p_n \Rightarrow \epsilon_t = |u_t^{(1)} - u_t^{(2)}| = 0 \\ |p_t| &= -\mu p_n \Rightarrow \epsilon_t = |u_t^{(1)} - u_t^{(2)}| \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: μ 为摩擦系数;式(2)分别为粘合接触条件和滑移接触条件.

接触问题可描述为在所有满足求解区域内应力应变关系和位移边界条件的位移场中,其真实解使得系统的总势能 Π 在接触边界条件约束下最小.将接触约束条件引入势能泛函得到系统的总势能为

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{F} + S \quad (3)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为位移向量; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; $\mathbf{F}$ 为载荷向量; S 为接触约束产生的势能.

增广 Lagrange 算法克服了罚函数法和 Lagrange 乘子法的不足,被广泛应用于摩擦接触问题.采用增广 Lagrange 算法将接触约束条件引入势能泛函产生的势能为

$$S = \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{g} - \mathbf{g}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{\Lambda}$ 为惩罚因子; $\boldsymbol{\lambda}$ 为 Lagrange 乘子; $\mathbf{g}$ 为接触边界约束,是位移向量的函数.

将接触边界约束函数 $\mathbf{g}$ 对位移向量作泰勒展开并取一阶项,得到

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{g}_0 + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{u} = \mathbf{g}_0 + \mathbf{G} \mathbf{u} \quad (5)$$

将式(4)代入式(3),根据变分原理 $\delta \Pi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = 0$,得到

$$\begin{aligned} (\mathbf{K} + \mathbf{K}_p) \mathbf{u} + \mathbf{G}^T \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{F} - \mathbf{F}_p \\ \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{g}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

方程(6)即为以位移向量和 Lagrange 乘子为基本未知量的接触控制方程.由于接触约束条件随着接触状态的变化而改变,可以采用增量迭代法进行求解.

2 法向界面接触刚度

图1给出了法向界面接触刚度的处理方法,即将包含粗糙表面的计算模型分成具有相同长度的光滑段和无厚度的界面层.光滑段法向刚度 $k_{n,smooth}$ 根据固体力学中的解析公式求出,包含粗糙表面的模型法向刚度 $k_{n,total}$ 则通过有限元接触分析,根据下式求出

$$k_{n,total} = \frac{\Delta F_n}{\Delta \lambda_n} \quad (7)$$

式中: ΔF_n 为法向载荷增量; $\Delta \lambda_n$ 为法向变形量增量.

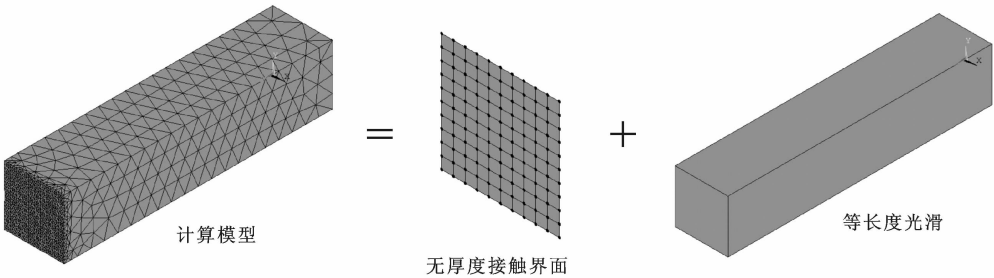


图 1 法向界面接触刚度处理方法

$k_{n,smooth}$ 和 $k_{n,interface}$ 的差别由粗糙接触表面导致,利用下式可以得到法向界面接触刚度 $k_{n,interface}$.

$$\frac{1}{k_{n,total}} = \frac{1}{k_{n,smooth}} + \frac{1}{k_{n,interface}}$$

(8)

这种法向界面接触刚度处理方法既充分考虑了接触界面上应力集中和微凸体局部塑性变形对下层材料的影响,又可以将宏观和微观分析在尺寸上完全分离,大大降低了宏观结构分析的单元节点数目.

2.1 微元体与刚性平面接触分析

建立能够反映粗糙表面形貌的长方体模型,长方体尺寸为 0.2 mm×0.2 mm×0.5 mm,可以想见这样的尺寸对于工程结构而言,可以看作是接触界面上的一个微元.粗糙表面由在 z 方向上服从高斯分布的关键点生成,关键点的均值为 0、方差为 $\sigma=0.5\text{ }\mu\text{m}$ (即表面粗糙度 $R_a=0.4\text{ }\mu\text{m}$),在 x 和 y 方向上间距均为 0.02 mm.长方体材料为理想弹塑性材料,杨氏模量 $E=205\text{ GPa}$ 、泊松比 $\nu=0.3$ 、屈服应力 $\sigma_s=950\text{ MPa}$ (参照重型燃机轮盘材料).网格划分采用 10 节点四面体单元,为消除刚体自由度,对长方体底面限制 z 向位移,对 $x=0$ 和 $y=0$ 平面上的节点分别约束其 y 和 x 方向的位移.采用增广 Lagrange 算法进行粗糙表面长方微元体接触分析,微元体与刚性平面接触分析计算模型如图 2 所示.

在不同表面形貌下,改变微元体模型长度 L 得

到的粗糙表面微元体与刚性平面接触模型的法向界面接触刚度如图 3 所示.可以看出:在压力比较小时,随着接触微凸体数目的增加,法向界面接触刚度逐渐增大;随着压力继续增加,接触微凸体因应力集中率先发生塑性变形,导致界面接触刚度减小.当微元体长度比较短时,计算结果不能充分反映表面形貌造成的影响,此时在不同长度下得到的法向界面接触刚度有所差别,且随着压力的增加差别更加明显.当微元体长度增加到能够包含应力分布不均匀的影响时,界面刚度在整个压力范围内趋于定值,此时可得到考虑了弹塑性变形影响范围的法向界面接触刚度.

表面粗糙度的增加、应力集中和局部塑性变形加剧,导致不同长度下得到的法向界面接触刚度差别更加明显,也导致法向界面接触刚度显著降低.因此,计算法向界面接触刚度时必须充分考虑表面形貌引起的应力分布不均和局部塑性变形在垂直接触表面方向的影响范围,合理选择计算模型长度.

2.2 两微元体接触分析

实际组合结构的接触界面为两粗糙表面.为使计算模型更加贴近实际,并进一步验证粗糙表面微元体与刚性平面接触分析所得的结论,根据前面的研究思路和方法对 $R_a=0.4\text{ }\mu\text{m}$ 的两粗糙表面长方微元体进行有限元接触分析.两微元体接触分析计

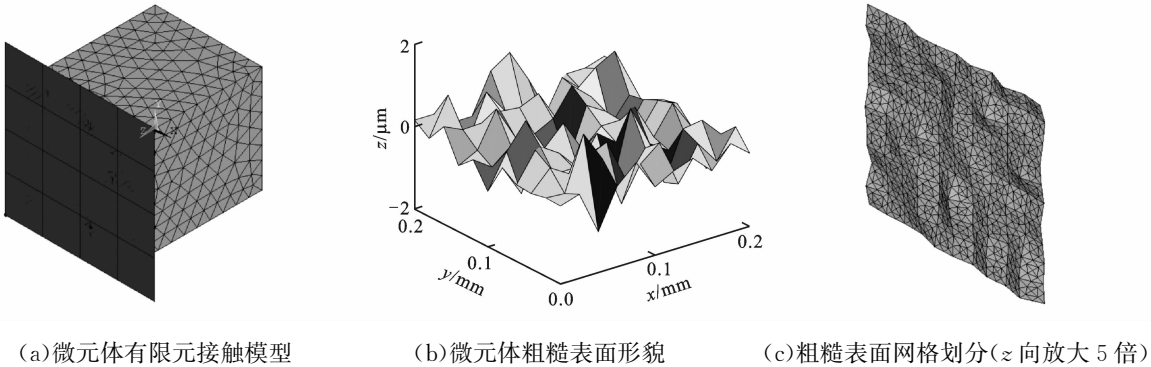
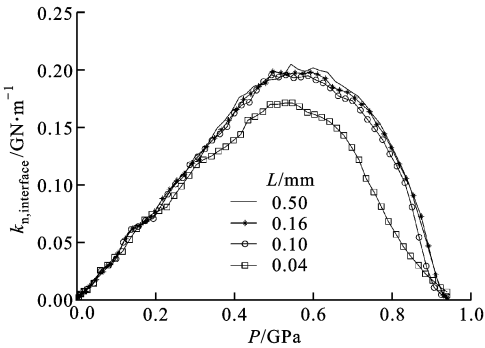
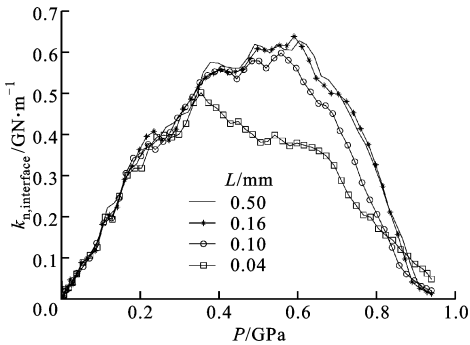


图 2 粗糙表面微元体-刚性平面接触分析模型

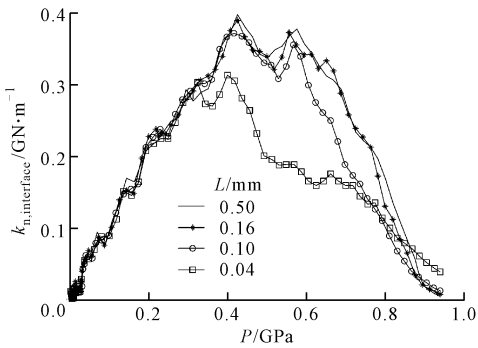
算模型如图 4 所示.



(a) $R_a=0.2\ \mu\text{m}$



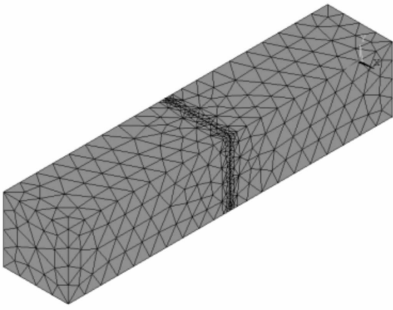
(b) $R_a=0.4\ \mu\text{m}$



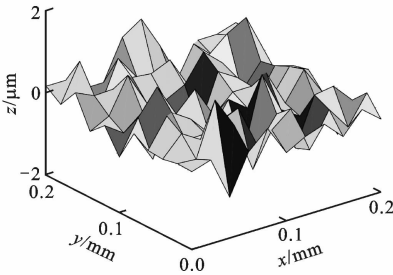
(c) $R_a=0.8\ \mu\text{m}$

图 3 粗糙表面微元体与刚性平面接触模型的
法向界面接触刚度

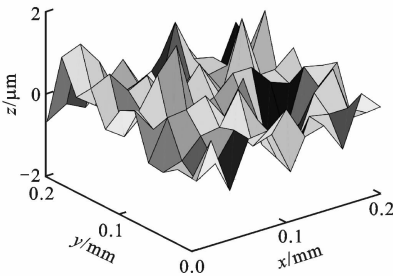
图 5 给出了不同计算模型长度下得到的法向界面接触刚度. 可以看出, 与刚性平面接触分析的结果相似, 法向界面接触刚度随着压力的增加先增大后减小, 表面形貌导致不同长度下得到的法向界面接触刚度有所差别, 但当微元体长度增加到能够包含应力分布不均匀的影响时, 界面刚度在整个压力范围内趋于定值. 图 6 为计算模型长度 $L=1.0\ \text{mm}$ 时法向变形量随压力的变化曲线. 可以看出, 由于开始承受载荷的微凸体较少, 法向变形量增加较快, 随着



(a) 微元体有限元接触模型



(b) 左边微元体粗糙表面形貌



(c) 右边微元体粗糙表面形貌

图 4 两粗糙表面接触计算模型

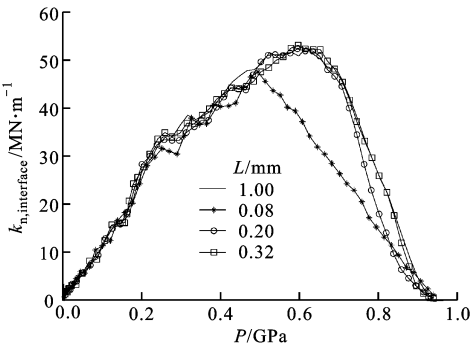


图 5 两粗糙表面微元体接触模型的法向界面接触刚度

压力的增加, 接触微凸体数目增加使得法向变形量增速变缓, 当压力增加到接近屈服极限时, 微凸体因应力集中而进入塑性变形, 使得法向变形量迅速增

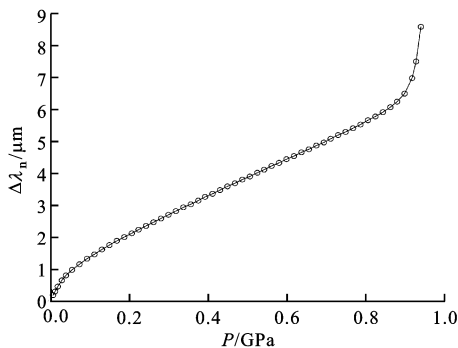


图6 法向变形量随压力的变化曲线

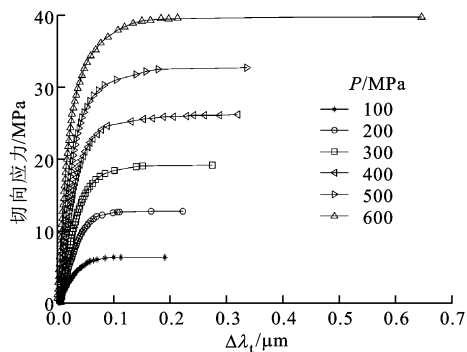


图8 界面切向位移差

大,这与文献[1]的实验结果在变化规律上一致。

3 切向界面接触刚度

根据法向接触刚度分析中所确定的能反映表面形貌影响范围的微元体长度建立接触模型,施加法向预紧载荷后固定底面,对上表面施加切向载荷进行分析。在切向载荷作用下,上下接触界面的切向位移并不相同,根据界面的切向位移差和式(9)可求出切向界面接触刚度

$$k_{t, \text{interface}} = \Delta F_t / \Delta \lambda_t \quad (9)$$

式中: ΔF_t 为切向载荷增量; $\Delta \lambda_t$ 为界面切向位移差增量。

图7和图8分别给出了两微元体接触模型在不同法向载荷下切向界面接触刚度和切向位移差随切向应力的变化曲线。可以看出:在较大的范围内切向界面接触刚度随着法向载荷的增加而增加;切向位移差随着切向应力增加到一定值后迅速增大,这与文献[12]中实验结果的变化规律一致。

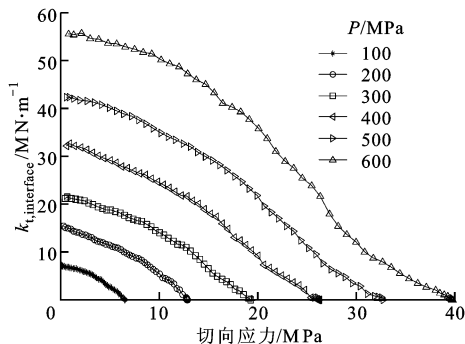


图7 切向界面接触刚度

图9反映了200 MPa法向压力下不同摩擦系数 μ 时切向界面接触刚度随切向应力的变化情况。可以看出,切向界面接触刚度随着摩擦系数的增加而逐渐增大,特别是在承受切向载荷时不同摩擦系

数下的切向刚度会相差很大。从图7和图9可以看出,切向界面接触刚度不仅与摩擦系数和法向载荷有关,还与所承受的切向载荷有关。随着切向应力的增加,接触刚度逐渐减小,当切向应力增加到一定值时,接触界面将由微观滑动转化为宏观滑动,导致摩擦界面连接失效。

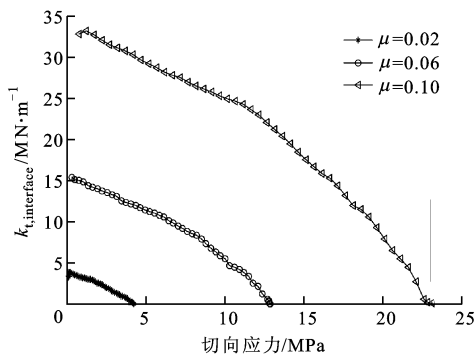


图9 不同摩擦系数下的切向界面接触刚度

吉村允孝通过对机床结合面的研究指出,只要平均接触压力相同,单位面积结合面的动态性能数据是相同的^[14]。因此,对长方微元体进行有限元接触分析得到不同工作条件下的法向和切向界面接触刚度后,可以根据接触界面的应力分布通过积分获得实际组合结构的界面接触刚度,从而为准确进行计入粗糙接触界面影响的结构动力分析奠定基础。

4 结 论

基于弹塑性理论对能够反映表面形貌的长方微元体进行有限元接触分析,给出了根据受力和变形关系计算粗糙表面接触刚度的方法,得到了不同载荷作用下的法向和切向界面接触刚度,为准确进行计入粗糙接触界面影响的结构动力分析奠定了基础。研究结果表明:

(1)表面形貌造成的接触应力分布不均匀和局部塑性变形,导致法向界面接触刚度随着压力的增加先增大后减小,并随着表面粗糙度的增加而降低,计算时应充分考虑表面形貌的影响范围,合理选择计算模型长度;

(2)切向界面接触刚度随着法向载荷和摩擦系数的增加而增加,随着切向载荷的增加而减小,当切向载荷增加到一定值时,接触界面将由微观滑移转化为宏观滑动,摩擦界面连接失效.

参考文献:

- [1] HANDZEL-POWIERZA Z, KLIMCZAK T, POLIJA-
NIUK A. On the experimental verification of the
Greenwood-Williamson model for the contact of rough
surfaces [J]. *Wear*, 1992, 154(1): 115-124.
- [2] GOERKE D, WILLNER K. Normal contact of fractal
surfaces: experimental and numerical investigations
[J]. *Wear*, 2008, 264(7): 589-598.
- [3] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of
nominally flat surfaces [J]. *Proceedings of the Royal
Society of London: Series A Mathematical and Phys-
ical Sciences*, 1966, 295(1442): 300-319.
- [4] JONES R E. A Greenwood-Williamson model of
small-scale friction [J]. *Journal of Applied Mechanics*,
2007, 74(1): 31-40.
- [5] FUJIMOTO T, KAGAMI J, KAWAGUCHI T, et
al. Micro-displacement characteristics under tangential
force [J]. *Wear*, 2000, 241(2): 136-142.
- [6] 赵永武, 吕彦明, 蒋建忠. 新的粗糙表面弹塑性接触
模型 [J]. *机械工程学报*, 2007, 43(3): 95-101.
ZHAO Yongwu, LÜ Yanming, JIANG Jianzhong.
New elastic-plastic model for the contact of rough sur-
faces [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*,
2007, 43(3): 95-101.
- [7] CIAVARELLA M, GREENWOOD J A, PAGGI M.
Inclusion of "interaction" in the Greenwood and Wil-
liamson contact theory [J]. *Wear*, 2008, 265(5): 729
-734.
- [8] ZHAO Yongwu, CHANG L. A model of asperity in-
teractions in elastic-plastic contact of rough surfaces
[J]. *Journal of Tribology*, 2001, 123(4): 857-864.
- [9] HYUN S, PEI L, MOLINARI J F, et al. Finite ele-

ment analysis of contact between elastic self-affine sur-
faces [J]. *Physics Review: E*, 2004, 70(2): 1-12.

- [10] PEI L, HYUN S, MOLINARI J F, et al. Finite ele-
ment modeling of elasto-plastic contact between rough
surfaces [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of
Solids*, 2005, 53(11): 2385-2409.
- [11] BRIZMERA V, KLIGERMANA Y, ETSIONA I.
Elastic-plastic spherical contact under combined normal
and tangential loading in full stick [J]. *Tribology Let-
ters*, 2007, 25(1): 61-70.
- [12] SELLGREN U, ANDERSSON S. The tangential
stiffness of conformal interfaces between rough sur-
faces [EB/OL]. (2002-04-18) [2010-07-09]. [http://
www.md.kth.se/~ulfs/Conferences/Nordtrib02/
TangentContact.pdf](http://www.md.kth.se/~ulfs/Conferences/Nordtrib02/TangentContact.pdf).
- [13] SELLGREN U, BJÖRKLUND S, ANDERSSON S.
A finite element-based model of normal contact be-
tween rough surfaces [J]. *Wear*, 2003, 254(11):
1180-1188.
- [14] 廖伯瑜, 周新民, 尹志宏. 现代机械动力学及其工程应
用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.

[本刊相关文献链接]

平面结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真. 西安交通大
学学报, 2011, 45(5): 74-77.
多支承轴系轴承受力与刚度的有限元迭代计算方法. 西安
交通大学学报, 2010, 44(11): 41-45.
结合面法向动态参数的分形模型. 西安交通大学学报,
2009, 43(9): 91-94.
液固高速撞击时材料表面损伤的数值模拟. 西安交通大
学学报, 2008, 42(11): 1435-1440.
圆柱壳高频弯曲振动的能量有限元分析. 西安交通大
学学报, 2008, 42(9): 1113-1116.
控制时滞对负刚度 Duffing 系统动力学特性的影响. 西安交
通大学学报, 2007, 41(7): 811-814.
基于微动滑移模型的叶片阻尼结构参数研究. 西安交通大
学学报, 2007, 41(5): 507-511.
单丸粒喷丸模型和多丸粒喷丸模型的有限元模拟. 西安交
通大学学报, 2007, 41(3): 348-352.
压印光刻中模具空间位姿的识别及仿真. 西安交通大学学
报, 2007, 41(1): 55-58.

(编辑 刘杨 管咏梅)