

应用 Dirichlet 分布的概率假设密度多目标跟踪

闫小喜, 韩崇昭

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对多目标跟踪算法对多目标状态提取的需求, 提出了一种基于 Dirichlet 分布的概率假设密度滤波器多目标状态提取方法. 该算法利用负指数 Dirichlet 分布的不稳定性来极大似然估计多目标状态; 利用期望极大化算法搜寻极大似然解, 同时利用 Dirichlet 分布驱使不相关分量消亡; 为了平衡成功初始化与减少算法时间开销的要求, 利用 k -d 树初始化 Dirichlet 分布. 仿真结果表明, 基于 Dirichlet 分布的概率假设密度滤波器多目标状态提取算法在多目标跟踪中优于已有算法.

关键词: 多目标跟踪; 概率假设密度; Dirichlet 分布; 状态提取; k -d 树; 期望极大化

中图分类号: TP274 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)02-0006-05

Multiple Target Tracking by Probability Hypothesis Density Based on Dirichlet Distribution

YAN Xiaoxi, HAN Chongzhao

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A multiple target state extraction algorithm of probability hypothesis density filter based on Dirichlet distribution is proposed. The instability of Dirichlet distribution with negative exponent parameters is applied in estimating multiple target state by maximum likelihood criterion. Dirichlet distribution drives irrelevant components to extinction while the maximum likelihood solution is being searched by expectation maximum algorithm. In order to balance the successful initialization and the reduction of time cost of algorithm, a k -dimensional tree is applied to initialize Dirichlet distribution. Simulation results show that the multiple target state extraction algorithm based on Dirichlet distribution is superior to the existing algorithms for the probability hypothesis density filter in multiple target tracking.

Keywords: multiple target tracking; probability hypothesis density; Dirichlet distribution; state extraction; k -dimensional tree; expectation maximum

多目标跟踪是从目标量测和杂波中估计出目标数目与各目标状态. 经过几十年的发展, 人们已经提出了众多的多目标跟踪算法, 关于这些算法的最新综述可以参考文献[1]. 已有的多目标跟踪算法大都是基于数据关联的^[2-4], 它们以分散角度看待多目标跟踪问题, 把多目标跟踪问题归结为多个单目标跟踪问题. 然而, 数据关联本身是一个很复杂的问题, 因而基于数据关联的多目标跟踪算法会变得更加复杂. 从算法逻辑的角度看, 数据关联对于多目标跟踪

来说可能是不必要的, 因为在解决一个困难的问题时没有必要再引入一个更加困难的问题. 从集值估计的角度重新认识多目标跟踪问题, 给我们提供了一种无需数据关联而解决多目标跟踪的可能. 虽然点过程理论被公认为该思想的数学基础^[5], 但一直没有形成系统的、严密的算法, 直到 Mahler 利用随机有限集统计量提出了概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)滤波器^[6-7]. PHD 在单目标状态空间上的积分值为期望目标数. PHD 滤波器

完全实现了无数据关联多目标跟踪,把目标起始、目标运动和目標消亡合为一个整体. PHD 滤波器有序贯蒙特卡罗 (sequential Monte Carlo, SMC)^[8] 和高斯混合^[9] 2 种实现方式,且收敛性已得到证明^[10-11]. 势化 PHD (cardinalized PHD, CPHD) 滤波器在传递 PHD 的同时还传递目标数分布^[12-13]. PHD 和 CPHD 滤波器已经应用到多目标跟踪的多个领域^[14].

PHD 滤波器的 SMC 实现利用加权粒子近似 PHD,通过传播粒子来传播 PHD^[8]. SMC 实现输出的是强度估计值,而多目标跟踪算法估计的是各个目标的状态,所以从粒子集合提取多目标状态对于 PHD 滤波器来说很重要. 针对该问题,我们提出了一种基于 Dirichlet 分布的状态提取算法.

1 问题描述

PHD 是多目标后验密度的一阶矩,在目标状态空间的真实目标状态附近取得峰值. PHD 滤波器的预测步和更新步分别为

$$D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) = \gamma_k(x_k) + \int [e_{k|k-1}(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) + \beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})] D_{k-1|k-1}(x_{k-1} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (1)$$

和

$$D_{k|k}(x_k | Z_{1:k}) = \left[1 - P_D(x_k) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\phi_{k,z}(x_k)}{\kappa_k(z) + C_k(z)} \right] \cdot D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) \quad (2)$$

式中: $D(\cdot)$ 表示强度; $\gamma_k(x_k)$ 表示新生强度; $\beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$ 为源自状态 x_{k-1} 的衍生强度; $\kappa_k(z)$ 为杂波强度; $e_{k|k-1}(x_k)$ 为存活概率; $f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$ 为状态转移密度; $g_{k|k}(z | x_k)$ 为似然函数; $P_D(x_k)$ 为检测概率; $\phi_{k,z}(x_k) = p_D(x_k) g_{k|k}(z | x_k)$; Z_k 为量测集合; $C_k(z) = \int \phi_{k,z}(x_k) D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) dx_k$ ^[6].

PHD 滤波器的 SMC 实现利用加权粒子近似 PHD^[8],其主要步骤总结如下.

预测步:对存在目标的粒子集合进行重要性采样 $\tilde{x}_k^{(i)} \sim q_k(\cdot | x_{k-1}^{(i)}, Z_k)$,并计算预测权重

$$\tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{\varphi_{k|k-1}(\tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)})}{q_k(\tilde{x}_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, Z_k)} w_{k-1}^{(i)} \quad (3)$$

式中: $i=1, \dots, L_{k-1}$; L_{k-1} 表示 $k-1$ 时刻的粒子数目,

$$\varphi(x_k, x_{k-1}) =$$

$$e_{k|k-1}(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) + \beta(x_k | x_{k-1})$$

对新生目标采样 $\tilde{x}_k^{(i)} \sim p_k(\cdot | Z_k)$,并计算权重

$$\tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{J_k} \frac{\gamma_k(\tilde{x}_k^{(i)})}{p_k(\tilde{x}_k^{(i)} | Z_k)} \quad (4)$$

式中: $i=L_{k-1}+1, \dots, L_{k-1}+J_k$; J_k 表示赋给新生目标的粒子数目.

更新步:对每个量测 $z \in Z_k$,计算

$$C_k(z) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \phi_{k,z}(\tilde{x}_k^{(j)}) \tilde{w}_{k|k-1}^{(j)} \quad (5)$$

然后,更新预测步的粒子权重

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \left[1 - P_D(\tilde{x}_k^{(i)}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\phi_{k,z}(\tilde{x}_k^{(i)})}{\kappa_k(z) + C_k(z)} \right] \tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} \quad (6)$$

式中: $i=1, \dots, L_{k-1}+J_k$.

重采样步:首先,计算 $\hat{N}_{k|k} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \tilde{w}_k^{(j)}$;然后,

对粒子集合 $\{(\tilde{w}_k^{(i)} / \hat{N}_{k|k}), \tilde{x}_k^{(i)}\}$ 进行重采样得到 $\{(\omega_k^{(i)} / \hat{N}_{k|k}), x_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}$;最后,乘以 $\hat{N}_{k|k}$ 得 PHD 近似 $\{\omega_k^{(i)}, x_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}$, $\hat{N}_{k|k}$ 为目标数估计值.

PHD 滤波器输出的是 PHD 的加权粒子近似 $\{\omega_k^{(i)}, x_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}$,而在多目标跟踪算法中,估计的是多目标状态 X ,因此从加权粒子集合 $\{\omega_k^{(i)}, x_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}$ 中提取多目标状态的算法很关键. 针对该问题,在此提出一种基于 Dirichlet 分布的 PHD 多目标状态提取算法.

2 算法

我们的目的是从粒子集合 $\mathcal{X} = \{x^{(1)}, \dots, x^{(n)}\}$ 中提取多目标状态估计值 $\hat{X}$ (出于简化的目的,省略了时刻标注 k 并把 L_k 替换为 n). 下面将论述基于 Dirichlet 分布的 $\hat{X}$ 提取算法.

Dirichlet 分布 $I(\alpha)$ 是连续多变量概率分布, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, 其中 $\alpha_1, \dots, \alpha_k > 0$ 表示分量证据. $k \geq 2$ 的 $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_k) \sim I(\alpha)$ 在欧氏空间 R^{k-1} 上的概率密度函数为

$$p(\pi_1, \dots, \pi_{k-1}; \alpha_1, \dots, \alpha_k) = \frac{1}{B(\alpha)} \prod_{i=1}^k \pi_i^{\alpha_i-1} \quad (7)$$

式中正归化项是由 Γ 函数表示的 β 函数

$$B(\alpha) = \frac{\prod_{i=1}^k \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma(\sum_{i=1}^k \alpha_i)} \quad (8)$$

分量 $\pi_i \in \{\pi_1, \dots, \pi_k\}$ 的期望和方差分别为

$$E[\pi_i] = \frac{\alpha_i}{\alpha_0} \quad (9)$$

$$\text{var}[\pi_i] = \frac{\alpha_i(\alpha_0 - \alpha_i)}{\alpha_0^2(\alpha_0 + 1)} = \frac{E(\pi_i)(1 - E(\pi_i))}{\alpha_0 + 1} \quad (10)$$

式中: $\alpha_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i$. 相异分量 ($i \neq j$) 协方差为

$$\text{cov}(\pi_i, \pi_j) = \frac{-\alpha_i \alpha_j}{\alpha_0^2(\alpha_0 + 1)} \quad (11)$$

由此可见, 分量间的关系是负的.

Dirichlet 分布是多项式分布的共轭先验, 该共轭先验是一种方便的表达形式, 它无需计算正规化项积分值而直接给出后验密度, 能够直观地显示似然更新先验密度的过程. 从贝叶斯角度对粒子进行假设, 粒子是多目标状态的“观测”, 每个粒子来自于多目标状态中的一个. 关于粒子的“似然函数”为多项式分布, 其共轭 Dirichlet 分布能够描述多目标状态的混合概率. 算法采用负指数 Dirichlet 分布描述多目标状态混合概率

$$p(\pi_1, \dots, \pi_k) \propto \exp\left\{c_m \sum_{m=1}^k \lg \pi_m\right\} \quad (12)$$

式中: $c_m = -N/2$, N 为描述每个分量的参数数目. 负指数 Dirichlet 分布本身是不稳定的, 其不稳定性体现在分量的相互竞争上. 算法利用此不稳定性来极大似然估计多目标状态, 在极大似然迭代过程中不断删减与粒子集合不相关的分量.

算法采用有限混合模型对多目标状态进行建模, 分量数目和证据由 Dirichlet 分布来控制. 分量均设定为高斯的. 设 d 维粒子随机变量为 $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_d]^T$, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_d]^T$ 是其实现, 则 $\mathbf{X}$ 建模为 k 分量的高斯混合分布

$$p(\mathbf{x} | \theta) = \sum_{m=1}^k \pi_m p_m(\mathbf{x} | \theta_m) \quad (13)$$

式中: $\theta_m = \{\mu_m, C_m\}$ 表示由均值 μ_m 和方差 C_m 构成的分量 m 的参数集合; $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_k, \alpha_1, \dots, \alpha_k\}$ 表示混合模型的参数集合, 混合权重满足

$$\sum_{m=1}^k \alpha_m = 1 \quad (14)$$

粒子集合对数似然为

$$\lg p(\mathcal{X} | \theta) = \sum_{i=1}^n \lg \sum_{m=1}^k \pi_m p(\mathbf{x}^{(i)} | \theta_m) \quad (15)$$

算法采用极大似然(maximum likelihood, ML)估计准则

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{\lg p(\mathcal{X} | \theta)\} \quad (16)$$

利用期望极大化(expectation maximum, EM)算法实现 ML 估计. 粒子来源标注 $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}^{(1)}, \dots, \mathbf{z}^{(n)}]$ 为缺失量, 其中, 子标注元素 $\mathbf{z}^{(i)} = [z_1^{(i)}, \dots, z_k^{(i)}]$ 表示

粒子 $\mathbf{x}^{(i)}$ 在 k 个分量中来源情况的二进制矢量. 粒子集合的完全对数似然为

$$\lg p(\mathcal{X}, \mathbf{Z} | \theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^k z_m^{(i)} \lg(\pi_m p(\mathbf{x}^{(i)} | \theta_m)) \quad (17)$$

EM 算法的期望步和极大化步交替应用, 直到完全对数似然的相对变化小于门限. 因为 $\mathbf{Z}$ 的元素是二进制的, 所以完全对数似然 $\lg p(\mathcal{X}, \mathbf{Z} | \theta)$ 关于 $\mathbf{Z}$ 是线性的, 那么期望步中 $\lg p(\mathcal{X}, \mathbf{Z} | \theta)$ 条件期望的简化为 $\mathbf{Z}$ 条件期望

$$\mathbf{W} \equiv E[\mathbf{Z} | \mathcal{X}, \hat{\theta}(t-1)] \quad (18)$$

式中: t 为迭代次数. 品质函数为

$$Q(\theta, \hat{\theta}(t-1)) = \lg p(\mathcal{X}, \mathbf{W} | \theta) \quad (19)$$

其中, $\mathbf{Z}$ 中元素的条件期望为

$$w_m^{(i)} = \frac{\hat{\pi}_m(t-1) p(\mathbf{x}^{(i)} | \hat{\theta}_m(t-1))}{\sum_{j=1}^k \hat{\pi}_j(t-1) p(\mathbf{x}^{(i)} | \hat{\theta}_j(t-1))} \quad (20)$$

在极大化步中, 按照极大化方式更新混合参数

$$\hat{\theta}(t) = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \hat{\theta}(t-1)) \quad (21)$$

更新的混合参数包括混合权重、分量均值与分量方差. 混合权重的更新式为

$$\hat{\pi}_m(t) = \frac{\max\left\{0, \left(\sum_{i=1}^n w_m^{(i)} - \frac{N}{2}\right)\right\}}{\sum_{j=1}^k \max\left\{0, \left(\sum_{i=1}^n w_j^{(i)} - \frac{N}{2}\right)\right\}} \quad (22)$$

负指数 Dirichlet 分布通过式 (22) 在分量间调配粒子集合证据, 删减与粒子集合不相关或相关很小的分量(分量的删减通过权重置零来实现), 因此, 利用 EM 算法搜寻 ML 解的同时, 分量数目也减少. 虽没有证明其最优性, 但丢掉混合权重为负的分量是合理的, 且能保证混合权重非负. 当分量消亡时, 通过正规化调配其证据到存活分量. 非零权重分量均值与方差分别更新^[15-16]

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_m(t) = \left(\sum_{i=1}^n w_m^{(i)}\right)^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{(i)} w_m^{(i)} \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_m(t) = \left(\sum_{i=1}^n w_m^{(i)}\right)^{-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_m(t))(\mathbf{x}^{(i)} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_m(t))^T w_m^{(i)} \quad (24)$$

在初始化步, 为了使分量能够涵盖粒子集合, 一般需要大量分量, 导致算法时间开销较大. 针对该问题, 利用 k-d 树对粒子集合进行分割来初始化 Dirichlet 分布. 初始混合权重相同, 初始方差取为粒

子集合平均对角协方差的 1/10

$$\sigma^2 = \frac{1}{10d} \text{trace} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m})(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m})^T \right)$$

(25)

式中: $\mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{(i)}$ 是粒子集合的均值.

3 仿真试验

以场景 $[-1 \text{ km}, 1 \text{ km}] \times [-1 \text{ km}, 1 \text{ km}]$ 为例证明所提算法的优势. 目标状态包括位置和速度, 量测为目标位置. 目标运动模型为

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{x}_k = [x_{1,k}, x_{2,k}, x_{3,k}, x_{4,k}]^T$ 为目标状态, $[x_{1,k}, x_{2,k}]^T$ 为目标位置; $[x_{3,k}, x_{4,k}]^T$ 为目标速度; 过程噪声 $v_{1,k}$ 和 $v_{2,k}$ 是相互独立的零均值高斯白噪声, 标准差为 $\sigma_{v_1} = \sigma_{v_2} = 5 \text{ m/s}^2$. 在 100 个周期内共有 4 个目标, 各个目标的产生时刻、持续时间和消亡时刻不尽相同, 目标 1 和目标 2 存在所有周期, 目标 3 在时刻 1 产生, 在时刻 95 消亡, 目标 4 在时刻 5 产生. 目标的存活概率为 $e_{k|k-1} = 0.95$. 新生强度为 $\gamma_k = 0.2\mathcal{N}(\cdot; \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{Q})$

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -600 \\ -500 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}$$

$\mathcal{N}(\cdot; \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{Q})$ 表示均值为 $\bar{\mathbf{x}}$ 、方差为 $\mathbf{Q}$ 的高斯分量.

目标量测方程为

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \end{bmatrix}$$

式中: $w_{1,k}$ 和 $w_{2,k}$ 是相互独立的零均值高斯白噪声 (标准差 $\sigma_{w_1} = \sigma_{w_2} = 10 \text{ m}$) 且与过程噪声独立. 杂波强度为 $\kappa_k(z_k) = 50c_k(z_k)$, $c(z)$ 是均匀分布密度. 每个目标对应 1 000 个粒子, 每个新生目标对应 500 个粒子. 重要性采样密度为目标状态转移密度和新生密度. k-d 树期望分割数目为 30.

在一次蒙特卡罗试验中, 真实轨迹和算法估计值的 X 坐标和 Y 坐标分别见图 1 和图 2. 结果表明, 算法在目标数目估计正确时能够估计多目标状态, 并能识别目标产生与消亡.

采用 Wasserstein 距离评价跟踪算法性能

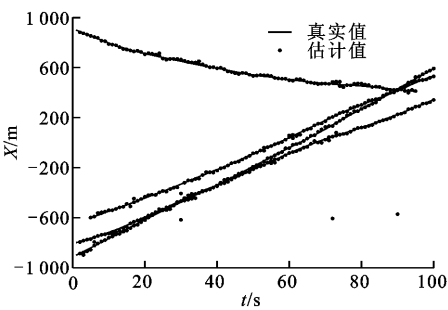


图 1 X 坐标的估计值与真值

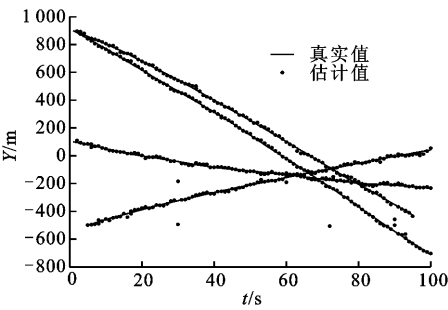


图 2 Y 坐标的估计值与真值

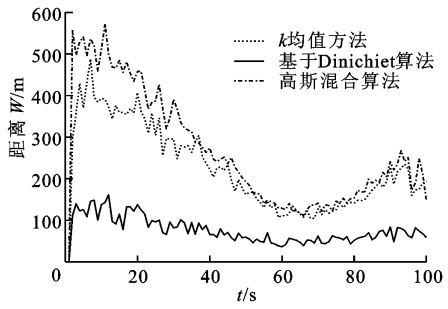


图 3 100 次蒙特卡罗的平均 Wasserstein 距离

$$d_p(\hat{X}, X) = \min_c \left(\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} \sum_{j=1}^{|X|} C^{ij} \| \hat{\mathbf{x}}^i - \mathbf{x}^j \|^p \right)^{1/p}$$

式中: $\hat{X}$ 和 X 分别是多目标状态的估计值和真实值^[17], 它们在所有可能中间矩阵 C 上取最小值 (元

素 C^{ij} 是正实数且 $\sum_{j=1}^{|X|} C^{ij} = \frac{1}{|\hat{X}|}$, $\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} C^{ij} = \frac{1}{|X|}$). 将本

文算法与 k 均值和高斯混合状态提取算法^[18] 进行比较, 图 3 展示了 3 种算法的对比效果, 可以看出, 本文算法优于其他 2 种算法.

4 结 论

针对 PHD 滤波器的多目标状态提取问题, 提出了一种基于 Dirichlet 分布的状态提取算法. 该算法利用负指数 Dirichlet 分布的不稳定性来极大似然估计多目标状态. 算法假设每个粒子都来自于多

目标状态,使用 EM 算法实现极大似然估计,同时利用 Dirichlet 分布删除不相关分量.在成功初始化的前提下,为了减少时间开销,利用 k-d 树初始化 Dirichlet 分布.试验结果表明,基于 Dirichlet 分布的状态提取算法优于已有算法.

参考文献:

- [1] PULFORD G E. Taxonomy of multiple target tracking methods [J]. IET Proceeding of Radar, Sonar and Navigation, 2005, 152(2): 291-304.
- [2] BLACKMAN S, POPOLI R. Design and analysis of modern tracking systems [M]. Boston, MA, USA: Artech House Publishers, 1999.
- [3] 韩红, 韩崇昭, 朱洪艳, 等. 基于模糊聚类的异类多传感器数据关联算法[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(4): 388-391.
HAN Hong, HAN Chongzhao, ZHU Hongyan, et al. Heterogeneous multi-sensor data association algorithm based on fuzzy clustering [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(4): 388-391.
- [4] BAR-SHALOM Y, LI Xiaorong. Multitarget-multi-sensor tracking: principles and techniques [M]. Storrs, CT, USA: YBS Publishing, 1995.
- [5] DALEY D, VERE-JONES D. An introduction to the theory of point processes [M]. 2nd ed. Berlin, Germany: Springer, 2002.
- [6] MAHLER R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [7] MAHLER R. Statistical multisource-multitarget information fusion [M]. Norwood, CT, USA: Artech House, 2007.
- [8] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [9] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [10] CLARK D E, BELL J. Convergence results for the particle PHD filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(7): 2252-2261.
- [11] CLARK D E, VO B N. Convergence analysis of the Gaussian mixture PHD filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 55(4): 1204-1212.
- [12] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number [J]. IEEE Transactions on Aerospace and E-

lectronic Systems, 2007, 43(4): 1523-1543.

- [13] VO B T, VO B N, CANTONI A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553-3567.
- [14] MAHLER R. A survey of PHD filter and CPHD filter implementations[EB/OL]. (2007-04-09)[2010-05-06]. http://spiedigitallibrary.org/proceedings/resource/2/psisdg/6560O_1.
- [15] FIGUEIREDO M, JAIN A K. Unsupervised learning of finite mixture models [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(3): 381-396.
- [16] ZIVKOVIC Z, HEIJDEN F V D. Recursive unsupervised learning of finite mixture models [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(5): 651-656.
- [17] HOFFMAN J, MAHLER R. Multitarget miss distance via optimal assignment [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part A, 2004, 34(3): 327-336.
- [18] CLARK D E, BELL J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1441-1453.

[本刊相关文献链接]

一种多线索融合的均值偏移跟踪算法. 西安交通大学学报, 2009, 43(10):42-46.

模糊化多视觉信息融合的视觉跟踪策略. 西安交通大学学报, 2009, 43(8):33-37.

三电平有源电力滤波器谐波电流跟踪无差控制方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(8):90-94.

利用角度测量估计机动目标运动参数的方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(6):67-71.

3维子空间约束的遮挡点恢复方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(4):10-13.

一般相关噪声下线性系统定区间平滑估计算法. 西安交通大学学报, 2008, 42(8):954-957.

一种基于角度测量估计飞行目标运动参数的新方法. 西安交通大学学报, 2008, 42(8):986-990.

一类基于模糊系统的非线性鲁棒自适应预测控制. 西安交通大学学报, 2008, 42(6):669-673.

多源二维测角信息的三维动态目标跟踪定位算法. 西安交通大学学报, 2008, 42(6):462-465.

用于弹道目标跟踪的有限差分扩展卡尔曼滤波算法. 西安交通大学学报, 2008, 42(2):143-146.

(编辑 武红江)